

A COMPREENSÃO DE FRAÇÕES COMO MAGNITUDE RELATIVA¹

David William Carraher e Analúcia Dias Schliemann²
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO - A análise das respostas dadas por 60 alunos de quinta série a problemas apresentados em duas versões (uma literal, outra relativa) revelou uma forte tendência a identificar o numerador e o denominador como indicando, respectivamente, o número de elementos marcados e o número total de elementos em um conjunto (versão literal). Em geral os alunos não aceitavam como válidas figuras que não preenchiam estes critérios, mesmo quando as figuras representavam frações equivalentes (versão relativa). Os resultados são discutidos em termo do conceito de magnitude relativa.

Palavras-chave: problemas, frações, magnitude relativa.

CHILDRENS UNDERSTANDING OF FRACTIONS AS EXPRESSIONS OF RELATIVE MAGNITUDE

ABSTRACT - Answers of 60 fifth graders to literal and relative versions of problems on fractions revealed a strong tendency to identify the numerator as denoting literally the number of marked elements and the denominator as denoting the total number of elements (literal version). On the whole students did not accept as valid descriptors of a fraction n/m figures which did not include, literally, n marked elements in a total of m , even when the relationship between number of marked elements and total number of elements was the same as that in n and m (relative version). Findings are discussed in terms of the concept of relative magnitude.

Key-words: problems, fractions, relative magnitude.

¹ Uma versão anterior deste estudo foi publicada com o título *Childreris understanding of fractions as expressions of relative magnitude*. Em F. Furinghetti (Ed.). *Proceedings of the XV International Conference for the Psychology of Mathematics Educations*, Vol. II. Assis: Itália, 1991, pp. 184-191.

² Nossos agradecimentos a Betania Knauer, Lenice Nicéas, Maria Angela Cassundé e Vera Ramalho pela ajuda na coleta e análise dos dados.
Endereço: Departamento de Psicologia, CFCH, 9º andar, Cidade Universitária, 70739, Recife, PE.

Há várias décadas atrás, a meta de construir teorias de aprendizagem globais, válidas para explicar a aprendizagem nos diversos campos de conhecimento, parecia não apenas atingível, mas altamente desejável. Hoje em dia tem-se tornado cada vez mais evidente que diversas áreas de conhecimento apresentam características próprias. Aprender a tocar violino é muito diferente de aprender uma língua estrangeira ou adquirir o conceito de proporcionalidade. Esta constatação requer, no mínimo, a criação de abordagens teóricas que lidam com as peculiaridades associadas a cada campo. Vergnaud (1989) aborda este problema enfatizando a necessidade de deslocamento das pesquisas sobre o desenvolvimento cognitivo em geral para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito em situação.

É verdade que uma fundamentação sólida sobre Teoria do Conhecimento será de grande utilidade para os pesquisadores no campo da aprendizagem, independentemente dos campos específicos a que se dedicam. Entretanto, cada campo tem sua própria tradição, estrutura, conceitos, obstáculos epistemológicos e representações simbólicas. Os psicólogos que optarem por contribuir para um campo específico precisam se familiarizar profundamente com o *conteúdo* e questões *sui generis* do campo. A *Teoria de Aprendizagem* geral - quer seja skinneriana, piagetiana, bruneriana, vigotskiana ou qualquer outra - como teoria geral, é simplesmente insuficiente para lidar com a diversidade de questões psicológicas que, porventura, surjam. Dizer que os psicólogos deveriam se tornar matemáticos, linguistas ou músicos é confundir verdadeira contribuição que a Psicologia oferece. Sim, os psicólogos terão que conhecer bem essas disciplinas. Mas a contribuição do psicólogo consiste em esclarecer a aprendizagem e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, a aprendizagem e o desenvolvimento da linguagem, a aprendizagem e o desenvolvimento das habilidades musicais.

O presente artigo relata uma investigação psicológica no campo da aprendizagem dos conceitos matemáticos. A contribuição psicológica consiste na análise dos processos que levam os alunos do primeiro grau a encontrarem dificuldades com o conceito de fração. O obstáculo epistemológico focalizado por nós é a idéia de que uma fração representa uma relação de magnitude relativa entre o numerador e o denominador. Embora diversos estudos anteriores realizados por educadores matemáticos (ver Hart, 1981; Kerslake, 1986 ou Lesh, Landau e Hamilton, 1983) tenham documentado quais os problemas de frações que apresentam maiores dificuldades para os alunos de primeiro grau, a análise das razões destas dificuldades ainda é insuficiente. O objetivo do presente estudo é aprofundar a análise sobre por que alguns problemas são mais difíceis que outros.

No campo conceitual das estruturas aditivas, a magnitude relativa de dois números ou quantidades corresponde à diferença entre esses números. Expressa-se essa diferença através de expressões como: "Ana tem três bolas a mais que Maria". No campo das estruturas multiplicativas, encontra-se um tipo bem diferente de magnitude relativa que é a magnitude relativa no sentido multiplicativo. Este conceito assume formas diferentes nos diferentes sistemas de representação. Em linguagem natural expressa-se o conceito através de sentenças como "Ana tem três bolas para cada duas bolas que Maria tem". Na notação escrita matemática isto corresponde a um operador multiplicativo e, em um gráfico de equação do primeiro grau, à inclinação da linha.

A magnitude relativa está diretamente relacionada aos conceitos de razão e de proporção. Embora no currículo escolar estes conceitos apareçam como importantes somente no período que antecede a adolescência, é possível detectar-se suas origens bem mais cedo. Um estudo recente de Spinillo e Bryant (no prelo) constatou que crianças de seis anos de idade mostram uma compreensão emergente da equivalência de razões em julgamentos perceptuais de tamanho relativo e, há três décadas, Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) mostraram que, aos oito anos de idade, a criança já demonstra compreensão de conceitos associados à compreensão espacial e geométrica e à medida, os quais, como enfatizaram, "têm raízes na atividade perceptual (estimativas visuais de tamanho, etc.)".

O presente estudo sobre frações discute magnitude relativa de um ponto de vista intermediário entre problemas completamente geometrizados (por exemplo, comparação de razões não aritmetizadas de áreas de cores diferentes) e problemas completamente aritmetizados (por exemplo, ao resolver questões de equivalência de razões como "3 está para 4 assim como 9 está para quanto?"). Os problemas intermediários que analisaremos referem-se à equivalência entre dois tipos de razões: razões entre dois números (expressos como frações como, por exemplo, três quartos) e razões entre dois tipos de elementos (por exemplo, número de objetos marcados e número total de objetos em uma figura).

As frações expressam a magnitude relativa de um numerador com relação a um denominador no sentido de que nenhum dos termos se refere a quantidades absolutas. Por exemplo, se $\frac{1}{8}$ do salário de Mana é gasto com roupas, não se deve concluir que ela ganha oito cruzeiros, dos quais um cruzeiro é gasto com roupas. Embora isto possa ser evidente para os educadores matemáticos, é possível que este fato não seja tão claro para a criança.

Examinando os dados de Lesh, Landau e Hamilton (1983), nota-se que alunos de quarta à oitava série resolvem com sucesso problemas onde o numerador da fração corresponde diretamente ao número de elementos marcados e o denominador ao número total de elementos apresentados. Neste caso a fração dada representa, literalmente, o número de elementos. Assim é que 80 por cento dos alunos de quarta série e 98 por cento dos de oitava testados por Lesh e col. (1983) resolveram corretamente o problema 1 do Apêndice 1 (problema das estrelas), em sua versão literal. No entanto, em problemas onde não existia essa correspondência direta e onde a correspondência entre a fração e o número de elementos era o que denominamos uma correspondência relativa, o percentual de sucesso era muito mais baixo. Por exemplo, apenas 10 por cento dos alunos de quarta série e 38 por cento dos de oitava resolveram o problema 2 do Apêndice 2 na forma apresentada por Lesh e col., a qual constituía uma versão relativa.

Hart (1981) constatou o uso de contagem na atribuição de valores fracionários a figuras geométricas particionadas, das quais algumas partes estão marcadas:

Questões deste tipo eram quase invariavelmente resolvidas contando-se o número de quadrados na figura inteira, contando-se os marcados e colocando-se um número sobre o outro. (Hart, 1981, p. 69).

Esta é uma forma correta de resolver certos problemas. Mas Hart não analisa como os alunos enfrentam problemas onde, tendo que escolher, dentre várias opções, qual a fração que descreve adequadamente uma figura, não existe a fração //-

teral entre as alternativas, mas apenas a fração equivalente. É importante notar-se que esta situação não corresponde exatamente àquelas em que se pede ao aluno para resolver problemas de *frações equivalentes* como, por exemplo, determinar se $2/4$, $6/8$ e $12/16$ são equivalentes (ver Kerlake, 1986) ou problemas de *simplificação de frações* que são, essencialmente, problemas de computação. Torna-se então necessário analisar se as crianças consideram legítimo usar uma fração como $10/24$ para descrever uma figura onde aparecem cinco ovos circulados dentro de uma caixa com uma dúzia de ovos. As crianças que não aceitam esta solução estão, claramente, tratando o numerador e o denominador de uma forma literal em lugar de dar-lhes um sentido relativo.

Os dados do estudo de Lesh e col. sugerem que, realmente, muitas crianças tendem a tratar frações de forma literal. Ao que parece, nesse estudo, as crianças apresentam melhores resultados nos problemas em sua versão literal, em comparação com a versão relativa, não porque verdadeiramente compreendem o que são frações, mas porque simplesmente contam e fazem corresponder o número de casos marcados e o número total de casos com o numerador e o denominador da fração, respectivamente. No entanto, visto que os problemas literais e relativos usados no estudo de Lesh e col. diferiam quanto a vários outros aspectos, não podemos afirmar que este era realmente o caso. Por exemplo, o problema dos triângulos, mencionados acima, apresentado por Lesh em uma versão relativa, contém um número maior e uma maior diversidade de elementos que o problema das estrelas que foi apresentado em uma versão literal. Pela manipulação experimental das variáveis relevantes, onde um mesmo problema é apresentado tanto em uma versão relativa, como em sua versão literal, podemos eliminar esses fatores irrelevantes e testar nossa hipótese de que os alunos estariam usando um *esquema literal de frações* que os levava a enumerar elementos contáveis. Se este era realmente o caso, eles deveriam ficar completamente confundidos se lhes fossem apresentados problemas que não pudessem ser resolvidos através de contagem. Esperávamos assim que os alunos apresentassem um melhor desempenho nas versões literais dos problemas do que nas versões relativas e que escolhessem a versão literal quando as duas alternativas (literal e relativa) se encontrassem entre as opções apresentadas.

Para aprofundar a análise das dificuldades com problemas que não podem ser resolvidos por contagem, foram também analisadas as respostas dos alunos a problemas onde as quantidades eram representadas, não como áreas ou quantidades discretas, mas como comprimentos de linhas com valores numéricos diferentes de 1 e com respostas que envolviam frações impróprias. Neste caso cada segmento de linha era apresentado já dividido em partes iguais e uma das partes resultantes estava marcada, devendo o aluno indicar qual era o seu valor.

MÉTODO

Sujeitos

Sessenta alunos da quinta série, com idades de 10 a 13 anos, de uma escola pública situada no campus da Universidade Federal de Pernambuco participaram do estudo.

Material

Um total de seis problemas (incluídos nos Apêndices 1 e 2), cada um apresentado em duas formas diferentes, A e B, foram utilizados no presente estudo. Quatro dos problemas derivaram-se do estudo de Lesh e col. Três desses (problemas 1, 2 e 4) foram apresentados ora numa versão literal, ora numa versão relativa. Na versão literal desses problemas (1A, 2A e 4B) o numerador e o denominador correspondiam, respectivamente, ao número absoluto de itens marcados e ao número total de itens. Na versão relativa (1B, 2B e 4A) esta correspondência não existia, mas uma fração equivalente era usada no lugar da fração literal. Assim, na versão relativa do problema das estrelas a expressão *quatro sextos* foi utilizada em lugar de *dois terços*. A versão literal do problema dos triângulos incluía a fração $6/18$ em lugar de $1/3$ que aparecia na versão relativa. O terceiro problema mostrava 5 ovos circulados em uma caixa que continha 12 ovos. A versão literal (4B) tinha a resposta $5/12$ entre as alternativas; a versão relativa (4A) incluía a fração $10/24$.

Como um controle adicional, um quarto problema (3A e 3B) foi adaptado de forma que duas respostas corretas - uma literal e outra relativa - eram apresentadas entre as alternativas, o que permitia detectar diretamente a escolha preferida dos sujeitos. O problema original em Lesh e col. pedia que o aluno encontrasse a figura que mostrava um sexto de doze. Visto que esta expressão não faz parte do português usual, eliminamos a referência a *doze* e apresentamos um problema que pedia, simplesmente, que o aluno indicasse a figura que correspondia a *um sexto* e outro que pedia que indicasse a que correspondia a *dois doze avos*.

Para continuar a aprofundar a análise das dificuldades da criança com problemas que não podem ser resolvidos por contagem e que diferem daqueles usualmente encontrados na sala de aula, dois novos problemas (5 e 6), cada um em duas versões (A e B), foram também incluídos neste estudo. Os problemas diferem dos problemas escolares sobre frações em, pelo menos, três aspectos. Primeiramente, as quantidades eram representadas com comprimentos de linhas, ao invés de áreas. Em segundo lugar eram atribuídos às linhas valores numéricos diferentes de 1. Finalmente, as respostas envolviam frações impróprias. Cada segmento de linha, com um determinado valor, era apresentado já dividido em partes iguais e uma das partes resultantes estava marcada, devendo o aluno indicar qual era o seu valor.

Em um destes problemas (problema 5) uma linha de valor 7 estava dividida em 3 partes. Os alunos deviam indicar o valor do que era, de fato, um terço da linha. Se o raciocínio dos alunos é fortemente influenciado pelo modelo de parte-todo, enfatizado nas escolas e onde atribui-se sempre ao todo o valor 1, dever-se-ia esperar que muitos alunos selecionassem a opção $1/3$ como resposta. É realmente verdade que a parte marcada é *um terço da linha* mas, se o valor da linha completa é 7 e não 1, então o valor correto deve ser $7/3$. Mas existem várias formas para se expressar $7/3$. Uma forma é chamar a fração de *sete terços* e outra é chamá-la de *um terço de sete*. Seguindo nosso raciocínio, a primeira opção, sete terços, constante da forma B, não pode ser assimilada por um esquema literal no qual o numerador indica o número de partes marcadas, uma vez que não existem sete partes marcadas, mas apenas uma. Além disso, uma fração imprópria deve ser bem mais misteriosa para alunos que aprenderam a identificar frações a partir de um modelo de parte e todo onde o maior número possível é 1. A alternativa apresentada na forma A, um terço de sete, não vio-

la o esquema e deve ser coerente com a forma da criança pensar sobre frações. A resposta $1/3$, que simplesmente ignora o valor 7, também é consistente com o esquema.

Uma linha de raciocínio similar aplica-se ao problema 6 onde pede-se ao aluno que indique o valor de uma parte (dentro quatro) de um segmento de linha, ao qual foi atribuído o valor 9. A alternativa $9/4$, constante da forma A, deveria corresponder, para o aluno utilizando o esquema, a uma ilustração onde nove partes de algo estão marcadas em um total de quatro partes! Assim esperávamos que apenas uma pequena percentagem dos alunos selecionasse esta resposta. Não havia uma previsão clara sobre a reação dos alunos para a alternativa $2 \frac{1}{4}$, constante da forma B. Supunha-se apenas que ela seria preferida, até certo ponto, à alternativa $9/4$,

Procedimento

Os problemas foram apresentados coletivamente, na sala de aulas frequentada pelos alunos, e foram respondidos individualmente, por escrito, na própria folha em que eram apresentados. Todos os alunos responderam a todos os problemas, tanto na forma A como na forma B, lidando, portanto, com duas versões de cada problema. Metade dos alunos resolveu primeiramente os problemas da forma A, devolvendo a folha ao examinador antes de receber a forma B; a outra metade resolveu primeiramente a forma B, e, em seguida, a forma A. Foram assim controlados possíveis efeitos de ordem e assegurado que os alunos não modificariam suas respostas a um problema em uma versão, após ver a outra versão. Desta forma, qualquer diferença sistemática entre os resultados das duas versões não poderia ser atribuída ao fato dos alunos haverem resolvido problemas equivalentes anteriormente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Não se constataram diferenças que pudessem ser atribuídas à ordem de apresentação dos problemas. Por esta razão, os dados referentes às duas ordens, para cada uma das formas, foram analisados conjuntamente.

Os resultados obtidos para os quatro primeiros problemas estão apresentados na Tabela 1. Um resumo dos resultados mais relevantes para cada um dos seis problemas analisados, em suas duas formas, é apresentado a seguir.

1. Problemas com respostas literais versus problemas com respostas relativas.

- (a) O problema das estrelas. Uma grande diferença foi encontrada entre as duas versões do problema das estrelas. Enquanto 82 por cento dos alunos aceitaram a expressão literal *dois terços* para descrever duas estrelas marcadas em um total de três, apenas 35 por cento aceitaram a expressão relativa *quatro sextos*. Neste segundo caso, 60 por cento dos alunos escolheram a alternativa *nenhuma das respostas*, provavelmente pensando na resposta *dois terços* como a única alternativa correta.

respostas relativas versus escolha das respostas literais¹.

PROBLEMAS	TIPO	
	Literal	Relativo
Estrelas	82%	35%
Triângulos	50%	27%
Ovos	90%	35%
Círculos Forma A (um sexto)	88%	6%
Círculos Forma B (dois doze avos)	88%	6%

¹ Para os três primeiros problemas, cada aluno (N=60) apresentou duas respostas, uma à versão literal, outra à versão relativa. Para cada uma das formas do problema dos círculos as percentagens nesta tabela referem-se à tendência para selecionar um tipo de resposta, quando ambas encontram-se entre as opções, com exceção do aluno mencionado no texto que deu duas respostas, uma literal e outra relativa, ao problema sobre um sexto.

(b) O problema dos triângulos. Novamente constatou-se, se bem que em menor escala, uma diferença entre a versão literal (50 por cento de respostas corretas) e a versão relativa (27 por cento). Uma alternativa escolhida com bastante frequência (35 por cento na versão literal e 50 por cento na relativa) foi a fração 6/6. Esta escolha parece indicar uma relutância em considerar o conjunto total de figuras geométricas diversas como referentes para o denominador, o que explicaria o percentual de acertos mais baixo para a versão literal deste problema, quando comparado ao problema das estrelas e ao problema dos ovos.

(c) O problema dos ovos. 90 por cento dos alunos aceitaram 5/12 como descrição da figura onde 5 dentre 12 ovos estavam circulados. Apenas 35 por cento dos alunos aceitaram 10/24 como resposta para a mesma figura. Na versão relativa deste problema mais da metade dos alunos (55 por cento) escolheram a alternativa *nenhuma das respostas*. Eles estavam provavelmente considerando que 5/12 era a única resposta correta.

Uma análise das respostas de cada um dos alunos às duas versões de cada um dos três problemas acima discutidos revelou que, enquanto boa parte deles acertava a versão literal de um problema e errava sua versão relativa, quase todos aqueles que acertavam um problema em sua versão relativa, também acertavam na versão literal. As exceções foram três alunos que erraram na versão literal do problema das estrelas tendo escolhido a resposta certa na versão relativa, um que apresentou este padrão de resposta para o problema dos triângulos e três que o fizeram no problema dos ovos.

A dificuldade das crianças com as versões relativas desses três problemas re-flete-se também no fato de que as respostas corretas nestes casos não eram escolhidas consistentemente pela maioria dos alunos, ao longo dos três problemas: apenas 8 alunos apresentaram três respostas certas às três versões relativas, 7 apresentaram duas respostas certas e 20 apresentaram apenas um acerto.

2. Problema com ambas as respostas (literal e relativa) presentes.

O problema dos círculos. Neste problema, em suas duas formas, os sujeitos preferiam claramente selecionar a alternativa literal, embora a versão relativa também estivesse presente. Quando o valor a ser indicado era um *sexto*, 88 por cento dos alunos selecionaram a figura de um círculo marcado em um total de 6. Apenas 6 por cento escolheram a figura de 2 bolas marcadas em um total de 12 e somente um aluno escolheu as duas respostas corretas. Quando o valor era *dois doze avos*, as porcentagens obtidas para as várias figuras apresentadas como opções de resposta são o inverso daquelas obtidas quando o valor era *um sexto*: 88 por cento dos alunos selecionaram a figura de dois círculos marcados em um total de 12, apenas 6 por cento escolheram a figura de uma bola marcada em um total de 6 e nenhum aluno indicou mais que uma resposta.

3. Problemas com a linha numérica.

- (a) Linha de valor 7. Em uma das versões deste problema (Forma B), apenas 3 por cento dos alunos aceitaram a expressão correta incluída, *sete terços*, para descrever o valor do segmento marcado. Quase metade dos alunos (47 por cento) preferiu a resposta $1/3$ e 17 por cento escolheu a resposta $3/7$. Na versão incluída na Forma A, onde a expressão correta *um terço de sete* aparecia entre as opções de resposta, 33 por cento dos alunos a escolheram. Embora isto represente um avanço com relação às respostas dadas à primeira versão, um percentual bastante alto de alunos (60 por cento) selecionou a alternativa *nenhuma das respostas*. Não fica claro neste caso qual a resposta que eles considerariam como correta para a questão. É possível que eles estivessem procurando um número decimal como 2,333... Acreditamos que os alunos representam os problemas como sendo *problemas de divisão*, e não como *problemas de fração*, quando o valor total é maior que 1.
- (b) Linha de valor 9. O dado mais interessante com relação a esta última questão, em suas duas versões, foi que nenhuma das alternativas corretas, $9/4$ e $2\ 1/4$, foram aceitas pela maioria dos alunos, obtendo-se apenas 7 por cento e 1 por cento, respectivamente, de escolhas dessas opções.

CONCLUSÕES

Embora crianças bem jovens pareçam ter uma compreensão intuitiva da magnitude relativa em problemas de julgamento perceptivo não numérico, os dados apresentados indicam que esta compreensão não assegura que elas tratem frações como expressando magnitude relativa. Muitos alunos atribuem corretamente valores fracionais a figuras geométricas se existe uma correspondência direta entre, por um lado, o número de elementos marcados e o numerador e, por outro, entre o número total de elementos e o denominador. Mas, quando os números de elementos contados não correspondem ao numerador e ao denominador, eles recusam-se a aceitar a fração como uma descrição adequada da figura. Não está claro se isto reflete apenas uma

confusão por parte das crianças, gerada pelo uso quase exclusivo de frações simplificadas nos livros textos e nas aulas - algo que pode ser facilmente esclarecido através de entrevistas e discussões com as próprias crianças - ou se estamos lidando com o problema do significado que os números têm para as crianças. Os dados do estudo de Oliveira e Silva (1991), que analisaram a opinião de professores de matemática do primeiro grau sobre tarefas semelhantes às utilizadas no presente estudo e seu desempenho na resolução das mesmas, revelam que os próprios professores têm uma visão limitada do que são frações, exigindo uma correspondência literal entre a representação numérica e os objetos representados.

Os resultados obtidos para os problemas com a linha numérica sugerem que existem diferenças semânticas sutis que precisam ser esclarecidas. Visto que, como indicado acima, estes problemas diferiam com relação a vários aspectos dos problemas normalmente encontrados pelos alunos, novos estudos são necessários. De qualquer modo, fica claro que, para alunos de quinta série, a expressão *um terço de sete* é vista como tendo significado bem diferente da expressão *sete terços*. Este não é, certamente, apenas um problema linguístico, mas algo que relaciona-se com os tipos de esquemas que a criança desenvolve e utiliza para compreender situações diversas que envolvem conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

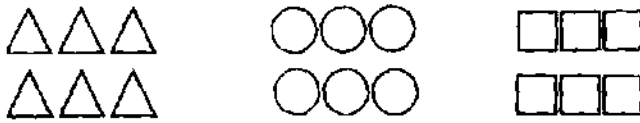
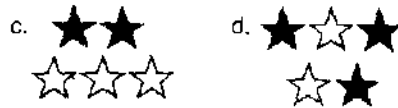
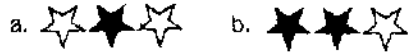
- Hart, K. (1981). *Children's understanding of mathematics*: 11-16. London: John Murray.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: children's strategies and errors*. Windsor: NFER-Nelson.
- Lesh, R., Landau, M., & Hamilton, E. (1983). Conceptual models and applied mathematical problem-solving research. Em R. Lesh. & M. Landau (eds.) *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 263-343.
- Oliveira, G. G. de, & Silva, I. J. da (1991). *Concepções de frações entre alunos e professores do primeiro grau*. Manuscrito não publicado.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. New York: Harper & Row.
- Spinillo, A. G., & Bryant, P. E. (no prelo). Children's proportional judgement: the importance of half. *Child Development*.
- Vergnaud, G. (1989). Questions vives de la psychologie du développement. *Bulletin de Psychologie*, XVII, 390, 466-467.

Recebido em 26.04.91

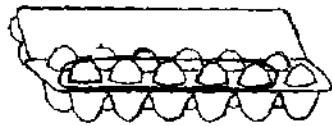
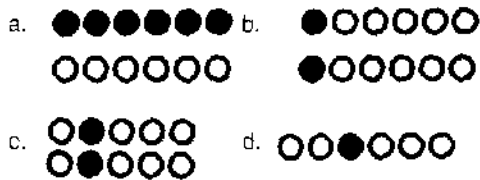
Apêndice 1 - Problemas utilizados no estudo.

NOME: FORMA: A
ESCOLA: SÉRIE:
IDADE: NASCIMENTO:

A



- a) $\frac{6}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{1}$ d) $\frac{6}{18}$

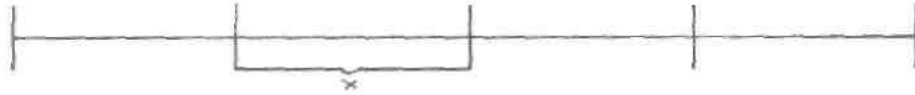


- a) $\frac{10}{24}$ b) $\frac{5}{7}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{7}{12}$

05. Qual o valor da parte x se a linha inteira tem o valor 7?



- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{7}$ c) ...um terço de sete d) $\frac{3}{7}$



- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{4}{9}$





NOME: FORMA: B
 ESCOLA: SÉRIE:
 IDADE: NASCIMENTO:

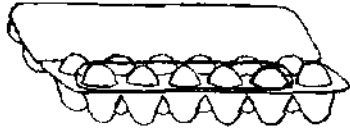
B



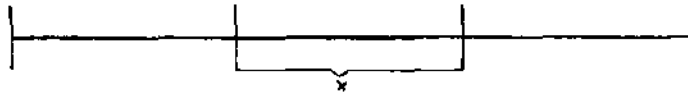
- a) $\frac{6}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{1}$

03. Que figura mostra dois doze avos?

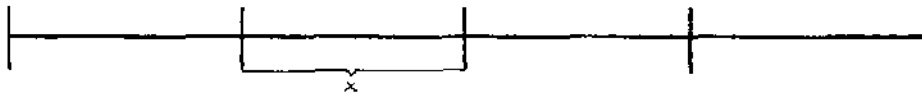
- a.  b. 
- c.  d. 



- a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{7}{12}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{5}{12}$



- b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{3}{7}$



- a) $\frac{1}{4}$ b) $2\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{4}{9}$