

ANÁLISE E DISTINÇÃO

o princípio da composicionalidade e
o princípio do contexto no logicismo
de Frege

ANALYSIS AND DISTINCTION

the principle of compositionality and the principle of context
in Frege's logicism

Miguel Angelo Oliveira Martins¹

¹ Graduado em Filosofia (2023) pela Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ).

E-mail: moliveira.angelo@gmail.com.

Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6114417294309926>. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9319-0506>.



RESUMO: Este artigo tem como objetivo destacar a diferença fundamental entre dois princípios essenciais no logicismo de Frege. À primeira vista, o princípio da composicionalidade parece ter ocupado o lugar do princípio do contexto no projeto de Frege. No entanto, nossa intenção é demonstrar que esses dois princípios residem em domínios distintos da lógica e da filosofia, apesar de estarem conectados a um mesmo projeto. Para atingir esse objetivo, inicialmente, realizaremos uma análise das obras "Die Grundlagen der Arithmetik" e "Über Sinn und Bedeutung". Em seguida, exploraremos a proposta de formalização do princípio da composicionalidade apresentada por Lehmann. Por fim, investigaremos se Frege, de fato, abandonou o princípio do contexto e discutiremos a conciliação entre esses dois princípios.

Palavras-chave: Frege. Princípio do contexto. Princípio da composicionalidade.

ABSTRACT: This article aims to highlight the fundamental difference between two essential principles in Frege's logicism. At first glance, the principle of compositionality seems to have taken the place of the context principle in Frege's project. However, our intention is to demonstrate that these two principles reside in distinct domains of logic and philosophy, despite being connected to the same project. To achieve this goal, we will initially conduct an analysis of the works "Die Grundlagen der Arithmetik" and "Über Sinn und Bedeutung." Next, we will explore Lehmann's proposal for the formalization of the principle of compositionality. Finally, we will investigate whether Frege did indeed abandon the context principle and discuss the reconciliation between these two principles.

Keywords: Frege. Free logic. Context principle. Principle of compositionality.

INTRODUÇÃO

Um dos princípios mais importantes da filosofia de Frege é seu intitulado “princípio do contexto”, que nos traz a ideia de que: não questionamos o significado de um termo isoladamente, mas apenas no contexto de um enunciado. Tem havido muita controvérsia sobre o que exatamente o princípio do contexto diz e se é defensável. A principal função dessa máxima é alentar a relação de referência como explicada não isoladamente – ou seja, tomando apenas os termos isoladamente —, mas sim no contexto de enunciados completos. Entretanto, se assim o for, levanta-se a questão de saber se o princípio do contexto é compatível com outro princípio importante na filosofia da linguagem fregeana, a saber, o princípio da composicionalidade. De acordo com este último princípio, o significado de um enunciado deve ser explicado em termos dos significados de suas partes substanciais, incluindo aqueles de seus termos singulares.

Os dois princípios, portanto, exigem explicações que procedem em direções opostas: o princípio do contexto exige uma explicação do substancial em termos de sentencial; e o princípio da composicionalidade, por sua vez, para uma explicação do sentencial nos termos do substancial. A questão que fica é: esses dois princípios são compatíveis? Buscaremos mostrar que sim.

Dessa maneira, o presente artigo expõe e debate dois princípios fundamentais para o projeto logicista de Frege, tomando como recorte basilar as obras *Begriffsschrift* (1879) e *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884) e do artigo “Über Sinn und Bedeutung” (1892). Inicialmente podemos flertar com a noção de que o princípio do contexto e o princípio da composicionalidade, estruturados por Frege, são contraditórios e que o autor abandonou o princípio do contexto para utilizar o princípio da composicionalidade. Todavia, apresentaremos que tais princípios, apesar de aparentarem serem contraditórios, são essenciais e complementares em diferentes áreas do projeto logicista de Frege — seja na seu projeto logicista, seja em uma estruturação de uma filosofia da linguagem —. Dessa maneira, passaremos sobre as arguições e definições de ambos os princípios, fundamentalmente em *Die Grundlagen der Arithmetik* e *Über Sinn und Bedeutung* de maneira a evidenciar os distintos cenários em que tais princípios são expostos. Evidenciaremos que: o princípio do contexto e o princípio da composicionalidade podem representar tipos distintos de lógicas

e de áreas da filosofia, entretanto exercem um papel fundamental na Grundgesetze der Arithmetik.

Utilizaremos a obra *Begriffsschrift* e o artigo “Strict Fregean free logic” (1994) de Scott Lehmann para manifestar as diferenças entre as linguagens formais que fundamentam esses dois princípios fregeanos, ou seja, entre a lógica pura apresentada por Frege e uma lógica livre neutra apresentada por Lehmann como uma interpretação formal do princípio da composicionalidade de Frege. Dividimos, assim, o trabalho em quatro tópicos principais intitulados de “princípio do contexto”, “princípio da composicionalidade”, “logicismo e filosofia da linguagem” e “é possível uma conciliação entre os princípios?”. O primeiro desses tópicos busca tratar de forma clara as formulações e o papel do princípio do contexto durante a *Die Grundlagen der Arithmetik*. Focando, dessa maneira, na formulação epistemológica e ontológica de tal princípio. O tópico seguinte evidencia a perspectiva de Frege em relação ao comportamento composicional da linguagem e seu papel na estruturação de uma filosofia da linguagem baseada no princípio da composicionalidade. No segmento intitulado “Logicismo e Filosofia da Linguagem”, apresentamos uma proposta de diálogo entre os princípios concebidos por Frege. Baseando-nos em uma abordagem No Input No Output (NINO) apresentada por Lehmann, expomos a formalização do princípio da composicionalidade. Por fim, exploraremos o papel fundamental que esses princípios desempenham na Grundgesetze der Arithmetik.

1 PRINCÍPIO DO CONTEXTO

O projeto logicista de Frege possui como arcabouço duas obras: *Conceitografia* (*Begriffsschrift*) e *Os fundamentos da Aritmética* (*Die Grundlagen der Arithmetik*). Dentro dessas duas obras é possível perceber, com clareza, o que Frege pretende discutir e estabelecer dentro do campo da lógica. Segundo o mesmo, é fundamental um rigor ímpar para as provas de determinados conceitos ou proposições, principalmente aqueles “cuja prova pode ser conduzida por meios puramente lógicos” (FREGE, 2018, p. 17). Como a linguagem natural não satisfaz plenamente um rigor científico, por assim dizer, Frege notou a

necessidade de estabelecer uma linguagem formal² para suprir tal *déficit* e formalizar as provas matemáticas, de modo que não dependessem da intuição. Envolto em tal cenário,³ Frege estabelece o que é comumente chamado de "princípio do contexto" em *Os fundamentos*, a fim de discutir sobre a logicidade do conceito de número e como lidar com sentenças compostas por numerais.

Após tentar reduzir a definição de sucessão numérica a uma noção de consequência lógica (Cf. FREGE, 2018, p. 17)⁴ através de sua lógica pura, estabelecida na Conceitografia, Frege busca definir os números, principalmente os números cardinais, de uma forma rigorosa e lógica, saindo assim do escopo subjetivo e empirista defendido por outros pensadores. Logo na introdução *d'Os fundamentos*, Frege (1974) identifica o que ele entenderia como os princípios fundamentais para a sua investigação:

- A. deve-se separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo;
- B. deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente;
- C. não se deve perder de vista a distinção entre conceito e objeto.

Frege, dessa maneira, apresenta o início do que seria conhecido como princípio do contexto junto a dois outros princípios metodológicos. Dentro desses três princípios, que são interdependentes segundo o próprio autor, Frege pretende estabelecer os métodos que ele irá seguir em sua investigação lógica a respeito dos números e da aritmética. Devido a esses princípios preestabelecidos, é possível compreender a negação de Frege ao psicologismo e ao materialismo, propondo assim demonstrar que o significado de expressões, sejam matemáticas ou linguísticas, não são subjetivas. Os princípios estabelecidos por Frege na introdução da sua obra de 1884 são fundamentais para compreender, de forma epistêmica, como Frege entende o conhecimento de objetos lógicos ou abstratos.

² Fundada em sua Conceitografia.

³ Segundo Dummett (1978, p. 87-116) esse é o primeiro estágio de desenvolvimento de Frege, sendo esse o período em que Frege fundamenta sua lógica proposicional e lógica de predicados de primeira e segunda ordem.

⁴ Apesar de Frege dizer isso no prefácio da Conceitografia, a redução ocorre apenas em §27.

O princípio do contexto aparece novamente apenas na segunda parte⁵ dos *Fundamentos*, parte essa onde Frege expõe, de fato, o seu pensamento e definição a respeito dos números. Nesta parte, o princípio do contexto aparece três⁶ vezes (em §60, §62 e §106). Inicialmente, ele é apresentado como um princípio do contexto de caráter ontológico (§60) e, posteriormente, é abordado como um princípio do contexto epistêmico (§62). Somente após essas duas postulações, em §60 e §62, Frege discorre de seus argumentos para sua tese logicista da aritmética e, por fim, em §106, Frege apresenta de forma explícita o que seria, para ele, o princípio do contexto e sua funcionalidade na obra.

Frege, durante a obra de 1884, estrutura seu logicismo, de tal maneira que o princípio do contexto tenta justificar uma definição contextual e lógica para os números. Podemos, de modo geral, então compreender uma definição contextual, de modo geral, como “aquela em que a referência de um termo é concebida unicamente em termos do significado de um contexto no qual ele ocorre, onde o significado é atribuído a este contexto como um todo em termos de outras expressões” (Bar-Elli, 1997, p. 118, tradução nossa).⁷ A função do princípio do contexto, assim, em meio aos três princípios apresentados na introdução, como uma justificativa para definições contextuais existentes em determinadas sentenças como, por exemplo: “o número cardinal do conjunto $\{1\}$ é 1”, onde o numeral “1” denota um número cardinal e não um número ordinal. Com isso em mente, podemos discutir as atribuições que Frege impõe ao princípio do contexto, no campo do logicismo.

1.1 Princípio do Contexto Ontológico

Como mencionado anteriormente, é somente em §60 que Frege apresenta uma definição ontológica deste princípio. Essa definição surge no âmbito da argumentação fundamental de Frege sobre os números como objetos autônomos e abstratos,⁸ na qual ele

⁵ Dizemos com isso que a partir de §55 Frege começa a estruturar sua definição de número e sua tentativa logicista para a aritmética.

⁶ Podemos considerar que o princípio do contexto aparece outras quatro vezes durante a obra. Pois Frege diz que “A fim de iluminar a questão, será conveniente examinar o número no contexto de um juízo onde se evidencia sua espécie original de aplicação” em §46. Todavia, não será discutido a respeito desta aparição do princípio do contexto neste artigo.

⁷ “A contextual definition is one in which the reference of a term is conceived solely in terms of the meaning of a context in which it occurs, where meaning is ascribed to this context as a whole in terms of other expressions” (BAR-ELLI, 1997, p. 118).

⁸ Essa argumentação inicia-se em §55 e estende-se até §61.

defende que “o número não pode ser representado nem como objeto independente nem como propriedade em uma coisa exterior, porque não é algo sensível nem propriedade de uma coisa exterior” (Frege, 1974, §58). Percebemos nesse trecho uma questão motriz: como, então, entenderemos o sentido e significância de objetos similares aos números, já que não podemos representá-los da maneira que imaginamos que sejam? Como resposta para essa questão, Frege utiliza-se de uma visão ontológica, segundo ele:

A impossibilidade de representar o conteúdo de uma palavra não é pois razão para negar-lhe todo significado ou excluir seu uso. A aparência do contrário nasce do fato de considerar-se uma palavra, e indagar-se de seu significado, isoladamente, o que leva então a recorrer a uma representação. Uma palavra parece assim não ter conteúdo se lhe falta uma imagem interna correspondente. Deve-se, porém, atentar sempre a uma proposição completa. Apenas nela tem as palavras propriamente significado. (Frege, 1974, §60).

Tendo em vista este trecho, podemos ver que, para Frege, se uma sentença qualquer é significativa, então suas partes constituintes também o são. Todavia, durante essa estruturação do princípio do contexto, existe um aporte ontológico para os termos que compõem uma sentença. De modo que durante uma sentença significativa S , todas as suas partes s_n pressupõem a existência de um objeto, mesmo que tal objeto não seja sensível ao homem. Importante observarmos, também, que a autonomia de alguns termos, tais quais os números, existe com o intuito de excluí-los do domínio dos predicados e não com o objetivo de designar algo fora da proposição, evitando assim mudança em seus significados.

1.2 Princípio do Contexto Epistêmico

Frege defende a necessidade ontológica de certos objetos abstratos individuais, tais como os números. Apesar da apresentação ontológica do princípio do contexto em §60, o intuito de Frege, essencialmente, é estruturar uma nova interpretação para tal conceito, visando uma solução para a questão epistêmica de sentenças constituídas por objetos abstratos. Frege, assim, desenvolve o que é conhecido como a visão epistemológica do princípio do contexto. Tal perspectiva do princípio do contexto tem como foco uma solução para a seguinte questão: como podemos dar em uma proposição constituída de objetos

abstratos, tais quais os números, algum significado, já que não é possível para o homem acessar nenhuma interpretação sensível ou intuição deles?

Sabemos que Frege, ao menos nesse regime lógico, defende que apenas no contexto de uma proposição os termos possuem algum significado. Assim sendo, apenas no sentido de uma proposição constituída com uma de suas partes sendo um número é possível compreender o significado de um numeral. Para realizar tal compreensão dos numerais, Frege (1974, §62) articula que se um sinal α significa para nós um objeto específico, é essencial usufruir de um critério para decidir se β é o mesmo objeto que α , mesmo que nem sempre sejamos capazes de aplicar tal critério. A articulação de Frege segue o seguinte raciocínio: consideremos uma sentença qualquer, S_1 , na qual ocorre um termo abstrato, *especificamente um numeral*. Para compreendê-la efetivamente, é necessário que tomemos outra sentença qualquer, S_2 , na qual não ocorra nenhum termo abstrato, ou seja, nenhum numeral. Além disso, precisamos estabelecer uma relação de correspondência biunívoca (um para um) entre essas duas sentenças. O que temos, portanto, é uma espécie de redução de S_1 para S_2 de modo que consigamos compreender e acessar o conteúdo cognitivo de S_1 através de meios lógicos.

Apesar de não parecer, para nós, muito intuitivo essa compreensão de objetos abstratos, Frege se baseia fundamentalmente no princípio de Hume. Princípio este apresentado de tal maneira que “quando dois números são combinados de tal modo que um tenha sempre uma unidade correspondente a cada unidade do outro, pronunciamo-los iguais” (FREGE, 1974, §63). O que Frege busca adotando tal princípio é conseguir formar o conteúdo de um juízo que seja apresentado como uma função biunívoca, de modo que possamos compreendê-lo como uma equação; podendo assim aplicar o princípio de Hume e acessar, em certo sentido, o conteúdo cognitivo do conceito de número. Apesar de Frege retratar tal função em §63, ele só define, de fato, o que ele compreende por equinumericidade em §68-§72. Frege (1974, §68-§72) introduz, assim, a equinumericidade como sendo uma função bijetiva que permite a interpretação de objetos abstratos, que nos permite dizer que um número é a extensão do conceito “equinumérico ao conceito F”. Para realizar o processo de definição do conceito número, Frege passa por duas definições: equinumericidade e operador numérico. Apenas após a definição de equinumericidade é possível a definição de operador numérico, mesmo não sendo esse o caso nos *Fundamentos*,

e ambas são fundamentais para a definição fregeana de número, desta maneira podemos entender que:

- Equinumericidade: $F \text{ 1-1 } G =_{\text{def}} \exists R \{ R \text{ é função } \& R \text{ é um-para-muitos } \& R \text{ mapeia } F \text{ em } G \}$, sendo assim uma função bijetora.
- Operador numérico: $NxFx =_{\text{def}} \text{Ext}(X \text{ 1-1 } F)$ funciona para expressar “o número que convém ao conceito F é a extensão do conceito 'equi numérico ao conceito F '” (Frege, 1974, §68).

Compreendemos, então, que o princípio do contexto de Frege é dividido em dois aspectos: o ontológico e o epistemológico. Com base nestes aspectos, Frege argumenta que os números são objetos abstratos, ou seja, não têm uma existência no espaço-tempo e não se relacionam com a subjetividade humana. Portanto, eles devem existir independentemente do mundo sensível. Ele postula que através de uma relação de equinumericidade, é possível para nós compreender efetivamente o que as proposições constituídas por numerais expressam. Graças a essas duas apresentações do princípio do contexto, Frege consegue se afastar tanto da concepção física quanto da psicológica dos números, solidificando assim sua abordagem logicista na construção da aritmética. Isso se deve, em grande parte, ao princípio que ele estabeleceu: “uma palavra não deve ser definida isoladamente, mas sim no contexto de uma proposição” (Frege, 1974, §106), bem como à introdução da noção de relação de equinumericidade. Essas duas concepções do princípio do contexto foram cruciais para a construção de uma base lógica sólida para a matemática, afastando-se das interpretações meramente físicas ou psicológicas dos números.

2 PRINCÍPIO DA COMPOSICIONALIDADE

Durante o curso *d' Os Fundamentos*, Frege elabora uma perspectiva lógica sobre a aritmética e reconhece a clara necessidade de uma nova abordagem para lidar com sentenças na linguagem natural. Isso se deve, em grande parte, à percepção de Frege de que a linguagem comum não atende aos níveis de rigor exigidos pela ciência. Ele argumenta que uma investigação filosófica mais profunda sobre a compreensão de sentenças na linguagem

natural é imperativa. Devido a essa problemática da linguagem natural, Frege propõe debater no artigo *Über Sinn und Bedeutung* (*Sobre o Sentido e a Referência*) soluções para a existência de um determinado rigor linguístico de igualdade.

Uma das delimitações iniciais feitas por Frege (2009b, p. 132-135) é a referência (*Bedeutung*) de termos gerais e de termos singulares. Todavia, como pretendemos discutir sobre objetos abstratos falaremos apenas da referência de termos singulares. Para Frege, a referência de um termo singular é nada mais que o objeto que designamos ao falar (Cf. Frege, 2009b, p. 135). Quando dizemos, por exemplo, “Frege escreveu a Conceitografia” a referência do termo singular “Frege” é o sujeito Frege. No entanto, é importante notarmos que, na linguagem natural, existem maneiras diferentes de se referir ao mesmo objeto. Na visão apresentada em 1892, não há uma relação única e fixa entre os termos singulares e os objetos que eles denotam. Isso significa que os mesmos termos singulares podem, em diferentes línguas ou contextos, se referir a objetos distintos. Frege (2009b, p. 131) ilustra esse ponto ao mencionar que os termos “estrela da tarde” e “estrela da manhã” têm a mesma referência, ou seja, o planeta Vênus, mas são termos singulares diferentes.

Apesar de Frege apontar essas questões da linguagem natural, podemos perceber que, quando passamos para uma investigação lógico-científica é importante possuímos certos critérios para determinar a validade de certas sentenças. Como Frege (2009b, p. 143-147) bem expõe, a referência de proposições é o valor de verdade que podemos atribuir a elas. Em uma linguagem formal, é essencial que todas as expressões estejam bem estruturadas do ponto de vista sintático. Isso significa que todas as partes da expressão devem ser compostas por termos que denotam objetos específicos e predicados que descrevem funções ou relações. Apenas quando seguimos essa adequação, somos capazes de determinar a condição de verdade da expressão como um todo, ou seja, entender se a expressão é verdadeira ou falsa e, ao fazer isso, determinar a referência dela.

Sabemos, não obstante, que a linguagem natural não satisfaz esse critério, já que nela existem expressões que carecem de referência, isto é, expressões que não sabemos determinar seu valor de verdade. Como bem exemplifica Frege (2009b, p. 137), a sentença “Ulisses profundamente adormecido foi desembarcado em Ítaca” faz pleno sentido para a linguagem natural, mesmo que “Ulisses” seja um termo singular sem uma referência — já

que Ulisses é apenas um personagem fictício —, porque não nos interessa saber se a sentença é verdadeira ou não.

Com o intuito de solucionar esse problema da referência existente na linguagem natural, e linguagens formais, em relação a sentenças do tipo “Ulisses profundamente adormecido foi desembarcado em Ítaca”, Frege (2009b, p. 138) propõe que se uma das partes de uma proposição não possui *referência*, a proposição como um todo não tem referência também. Sendo assim, Frege (2009b, p. 137-139) diz ser fundamental que cada termo presente em uma proposição possua, pelo menos, uma referência. Com essa diferenciação, fundamenta-se o que hoje compreendemos como princípio da composicionalidade que, de forma mais específica, podemos descrever como: “*para cada expressão complexa e em L,⁹ o significado de e em L é determinado pela estrutura de e em L e os significados dos constituintes de e em L*”¹⁰ (Szabó, 2020, tradução nossa). O princípio da composicionalidade, destarte, definido por Frege defende que em uma proposição qualquer o seu significado é dependente do significado de suas partes constituintes. Com isso em mente, a sentença “Ulisses profundamente adormecido foi desembarcado em Ítaca” não possui significado algum para uma investigação lógico-científica. Isto ocorre pelo fato de “Ulisses” carecer de referência e, portanto, a sentença como um todo carece de referência, ou seja, de um valor de verdade, ao menos é isso que Frege defende em *Sobre o Sentido e a Referência*.

3 PRINCÍPIO DA COMPOSICIONALIDADE

Considerando o que apresentamos até agora a respeito do princípio do contexto e do princípio da composicionalidade, podemos perceber que existe uma diferença clara no tratamento dado a termos singulares existentes em sentenças. Devidamente dentro do princípio do contexto compreendemos que a referência e o sentido de um termo singular serão dado a partir da sentença como um todo. No princípio da composicionalidade, por outro lado, temos que a referência e o sentido de uma sentença são dados a partir da

⁹ Sendo L uma linguagem formal.

¹⁰ “For every complex expression e in L, the meaning of e in L is determined by the structure of e in L and the meanings of the constituents of e in L” (SZABÓ, 2020).

referência e do sentido das partes constituintes. Todavia, não temos clareza de que tipo de lógica estamos retratando em cada um dos princípios estruturados por Frege. Tendo isso em vista podemos explorar mais essas questões e discutir a lógica presente em cada um desses princípios. Para isso, trataremos de duas lógicas distintas: a lógica denominada por Frege de lógica pura e uma lógica livre neutra. Buscamos com isso conseguir compreender a diferença existente entre tais princípios e a que campo do conhecimento eles se destinam.

3.1 Logicismo

O principal objetivo de Frege é estabelecer uma fundamentação puramente lógica para a aritmética, de modo que os conceitos da aritmética possam ser derivados a partir de conceitos lógicos. Para realizar tal proposta, Frege introduziu o cálculo de predicados no corpo da, já existente, lógica clássica. Desse modo, as estruturas silogísticas utilizadas na época poderiam ser expressas de maneira formal e rigorosa. Tal modificação da lógica clássica possui como incentivo o fato de que, segundo Frege (2009a, p. 61), as inferências realizadas na linguagem natural e pelos silogismos são extremamente variadas e vagas, de maneira que os pressupostos podem comprometer a validade da conclusão, ou seja, a conclusão também seria vaga e variada. Devido a essa realidade da lógica silogística, Frege sustenta a necessidade de uma nova lógica de modo que:

As deficiências que assinalamos têm sua causa em uma certa maleabilidade e instabilidade da linguagem corrente, que são aliás a condição de sua capacidade de evoluir e de seus inúmeros recursos. Sob esse aspecto, a linguagem pode ser comparada à mão, que não obstante a adaptabilidade às mais diferentes tarefas é, ainda assim, insuficiente. Produzimos mãos artificiais, instrumentos elaborados para fins específicos e que operam com uma precisão que a mão não lograria. Como é possível tal precisão? Graças à rigidez, a inflexibilidade dos componentes, cuja ausência toma a mão tão versátil (Frege, 2009a, p. 62).

Para produzir tal mão artificial, Frege escreveu em sua Conceitografia uma linguagem onde os enunciados relevantes para a realização de uma dedução não admitissem significados vagos e variáveis. Dentro dessa linguagem existem três tipos de sinais

fundamentalmente: as letras, que possuem o intuito de expressar a generalidade¹¹ — apesar da generalidade, as letras têm agregado a elas seus significados dados—, e o símbolo de juízo (\vdash)¹² — tal sinal é composto por dois sinais distintos o “|” e o “—” de maneira que: “|” expressa que os sinais colocados à direita de “ \vdash ” possuem valores de verdade necessariamente verdadeiros e “—” expressa que os sinais possuem conteúdo acessível.¹³

Mesmo com uma apresentação superficial dos sinais da Conceitografia de Frege, podemos compreender alguns princípios básicos da lógica pura desse autor. Tomemos como exemplo o juízo $\vdash A$, dentro desta representação podemos encontrar dois princípios adotados por Frege, mesmo que não diretamente.

- P1: todo juízo é verdadeiro, caso se omita o traço vertical não saberemos seu valor de verdade sem uma investigação lógica. Toda sentença é verdadeira ou falsa, não podendo ser atribuídos a cada sentença ambos os valores de verdade ou nenhum deles;
- P2: todo conteúdo conceitual e singular tem uma *única* referência

Tendo em vista esses dois princípios, podemos compreender a estrutura e o cenário em que o princípio do contexto se encontra. Entendemos com “ $\vdash A$ ” que o conteúdo conceitual “A” já sofreu um processo de ajuizamento e, portanto, conhecemos sua referência.¹⁴ Assim, pela existência de P2, as partes constituintes de “A” são acessíveis e, portanto, se referem a um objeto, ou propriedade, propriamente dito. O princípio do contexto, portanto, está intrínseco em P2.

¹¹ Apesar de serem adotadas na Conceitografia com o intuito de generalidade, também são carregadas por seus significados determinados, como exemplifica Frege (2018, p. 35).

¹² Na concepção lógica de Frege, os juízos são logicamente primitivos e representam “o reconhecimento da verdade de um pensamento” (FREGE, 1964, §5), sendo, por sua vez, um pensamento o sentido do nome de um valor de verdade (FREGE, 1964, §2).

¹³ No caso de ausentarmos “|” de “ $\vdash A$ ”, tendo assim apenas “—A”, estamos dizendo algo como “a proposição A” (Frege, 2018, p. 36) e, desta maneira, não sabemos se possui um valor de verdade verdadeiro ou falso antes de realizarmos uma análise.

¹⁴ Isto é, o verdadeiro. Diferentemente do caso em que se retira o traço vertical, sobrando —A, onde a referência é um dos valores de verdade possíveis.



3.2 Composicionalidade da linguagem

Para Frege a linguagem natural possui diversas lacunas e, devido a essas inconsistências, não respeita nem P1 nem P2. Se pensarmos, dessa forma, no princípio da composicionalidade e na visão que a referência de proposições são seus valores de verdade possíveis, os princípios P1 e P2 acabam se tornando insatisfazíveis na linguagem natural. Tal inconsistência, surge, de imediato, pelo fato de que: mediante o princípio da composicionalidade é possível termos sentenças sem valor de verdade, o que não respeita P1. Além disso, certamente, a linguagem natural não respeita P2, pelo simples fato de ocorrerem entidades fictícias e sem *referência*. E qualquer linguagem que não respeita P2 contradiz P1.

Considerando essas questões de inconsistência, podemos perceber que a lógica que Frege utiliza para o princípio da composicionalidade e para a linguagem natural não é uma lógica do tipo clássico ou do tipo puro, como a lógica aristotélica ou sua conceitografia, ao menos em um sentido abrangente. Desta maneira, segundo Lehmann (1994), a lógica da linguagem natural e do princípio da composicionalidade se trata de uma lógica livre neutra.

A grosso modo, uma lógica livre se trata de linguagens formais que não respeitam P2 e que aceitam termos singulares sem referência. De forma que a terminologia “neutra” está vinculada à possibilidade de uma proposição não possuir um valor de verdade, ou seja, é possível que uma proposição seja nem verdadeira nem falsa. Consideremos, a título de exemplo, a sentença “Policarpo é carcereiro”. Sabemos que “Policarpo” é um personagem literário e, portanto, é um termo nominativo sem referência e “carcereiro” é um predicado que designa uma propriedade. Se tomarmos essa sentença, e considerarmos o princípio da composicionalidade, entenderemos que a sentença em questão não possui um valor de verdade, já que “Policarpo” carece de referência concreta e, por consequência, a sentença em questão não terá uma referência também. Desta forma não sendo algo “positivo”, ou seja, verdadeiro, tampouco “negativo”, ou seja, falso.

Entrando no campo das lógicas livres, Lehmann (1994, p. 310) estipula uma lógica *NINO*, uma abreviação para *No Input, No Output*, de maneira que o princípio da composicionalidade é respeitado. De modo geral, a semântica *NINO* quer formalizar o princípio de composicionalidade. O cálculo composicional dos valores de verdade das

sentenças requer como entradas os valores semânticos das expressões constituintes (Cf. Lehmann, p. 327). Se uma das expressões constituintes não tiver um valor semântico, um cálculo adequado dos valores de verdade de uma sentença não é possível e tal sentença será tratada como nem verdadeira nem falsa. Assim sendo, a semântica de *NINO* apresentada por Lehmann (1994, p. 311) trata uma proposição constituída de um ou mais termos sem referência como uma proposição sem valor de verdade. Todavia, se em uma sentença todos seus termos possuem referência, a sentença como um todo terá um valor de verdade. Importante estarmos cientes que, como toda lógica livre, a semântica *NINO* não respeita o princípio segundo o qual todo conteúdo conceitual e singular, tem uma única referência, vide a possibilidade de termos sem referência.

A semântica estipulada por Lehmann é muito similar à semântica apresentada por Frege em sua Conceitografia e na lógica de primeira ordem que utilizamos nos dias atuais. Possuindo conectivos lógicos de negação, identidade, disjunção, do quantificador existencial e de regras de boa-formação muito semelhantes às regras da lógica de predicado, a lógica livre neutra de Lehmann difere, principalmente, das demais lógicas livres na introdução de uma função-valorização baseada no princípio da composicionalidade. Ou seja, Lehmann (1992, p. 312) apresenta que a função-valorização de sentenças em *NINO* é definida em relação a cada termo (nomes e variáveis) e a cada fórmula (sentenças primitivas e fórmulas do tipo sujeito-predicado) com a forma de $\Phi[\sigma_1 \dots \sigma_k]$. Dessa maneira, temos que:

- Φ é uma função k -ária que representa uma fórmula;
- $[\sigma_1 \dots \sigma_k]$ é uma k -tuplas que representam variáveis e termos;
- Para atribuição de valor a variáveis, teremos uma função A que atribui a cada variável uma função 0 -ária v_a atribuindo um objeto da interpretação dos termos, ou seja, conjunto de valores que pode ser vazio;
- (Princípio da Composicionalidade) Por fim, a valorização de uma sentença $[\Phi\sigma_1 \dots \sigma_k]$, isto é, $\text{val}([\Phi\sigma_1 \dots \sigma_k])$; será igual à valorização de suas partes, ou seja, $\text{val}([\Phi\sigma_1 \dots \sigma_k]) = \text{val}(\Phi)(\text{val}([\sigma_1 \dots \sigma_k]))$.

Devido a essa natureza semântica da função-valorização, se $[\sigma_1 \dots \sigma_k]$ é uma expressão vazia, isto é, $k=0$, então sua valorização será vazia, ou seja, não somos capazes de atribuir

verdadeiro ou falso à essa expressão. Os outros aspectos da função-valorção dos termos e das fórmulas em *NINO* são similares aos da lógica de predicados de n-ordem.

4 É POSSÍVEL UMA CONCILIAÇÃO ENTRE OS PRINCÍPIOS?

Uma das contribuições mais notáveis da semântica desenvolvida por Lehmann é a sua habilidade em demonstrar a viabilidade de formalizar o princípio da composicionalidade, uma ideia central nas obras de Frege. Através da lógica *NINO*, essa formalização torna-se tangível e suscita questionamentos interessantes sobre se Frege, em seus trabalhos posteriores a 1892, realmente abandonou o princípio do contexto em favor do princípio da composicionalidade ou não. Nesta seção, mostraremos que existem indícios de que Frege continuou a considerar o princípio do contexto como fundamental para explicar a referência de uma sentença, mesmo após ter desenvolvido sua teoria do sentido e da referência e ter feito uma adesão à interpretação composicionalista da linguagem.

Alguns comentaristas de Frege, como Resnik (1967), argumentam que Frege abandonou a ideia de usar o princípio do contexto para explicar a referência. Outros, como Dummett, afirmam que, na realidade, Frege "mantém o princípio do contexto [...], na medida do possível, sem fazer uma distinção clara entre sentenças e outros nomes próprios complexos" (Dummett, 1981, p. 409). A convergência dessas posições se baseia na interpretação de passagens específicas em trabalhos de Frege escritos após 1890, sugerindo que Frege não considerava mais o princípio como sendo fundamental para a análise da referência de sentenças. Mas será que isso está correto?

De certa forma, a resposta para a questão é: sim. No entanto, não se trata de um completo abandono do princípio do contexto, mas sim de uma mudança na preferência por esse princípio. Durante a elaboração das *Leis Básicas da Aritmética*, Frege depende amplamente de descrições contextuais para explicar o que é necessário para que um nome próprio tenha uma referência, especialmente entre §29 e §33. A mudança fundamental no princípio do contexto apresentado nas *Leis Básicas* é a seguinte: a categoria de sentenças passa a ser integrada pela dos nomes próprios. Consequentemente, não basta mais afirmar que um nome próprio tem uma referência apenas porque todos os contextos sentenciais nos

quais o nome ocorre são significativos; em vez disso, é necessário considerar todos os tipos possíveis de contextos.

Essa reformulação do princípio do contexto aparece da seguinte forma:

Um nome próprio tem uma referência se, sempre que ele preenche os lugares de argumento de um nome referencial de uma função de primeiro nível com um argumento, o nome próprio resultante tem uma referência e se [um requisito semelhante vale para uma função com muitos argumentos] (Frege, 2016, p. 46, tradução nossa).

Nisso, parece que Frege deve ter, de alguma forma, considerado o princípio do contexto como compatível com o princípio da composicionalidade, especialmente considerando que as *Leis Básicas* foram publicadas um ano após o *Sobre o Sentido e a Referência*, em relação à sua teoria do sentido e à tese de que as condições de verdade incluem referentes. Mas, como isso é possível?

Sabemos que o aspecto mais importante do princípio do contexto é a tese segundo a qual a referência de um termo singular tem que ser explicado em termos de uma explicação das referências de sentenças mais completas. Mas, com isso, não está totalmente inteligível que tipo de explicação da referência é necessária para o princípio do contexto. Podemos pensar em duas possibilidades principais: (1) precisamos explicar as referências das sentenças relevantes em termos de outras referências, presumivelmente mais simples, e (2) precisamos explicar o que é responsável por essas sentenças terem as referências que possuem; isto é, explicar em que consistem esses fatos semânticos. A possibilidade (1) é provavelmente a defendida nos *Fundamentos*.

A possibilidade (2), em vez disso, está presente na obra de 1893. As duas possibilidades podem coexistir. A ambiguidade na explicação da referência se dá devido a distinção entre o que podemos chamar de meta-semântica e semântica. A semântica se concentra em como o valor semântico de uma expressão complexa depende dos valores semânticos de suas expressões simples constituintes. Em outros termos, o que estamos aqui chamando de semântica se preocupa em atribuir uma estrutura semântica a cada expressão complexa e explicar como seu valor semântico é determinado por essa estrutura com base nos valores semânticos de suas partes mais simples.



Por outro lado, a meta-semântica lida com o que está envolvido no significado de uma expressão, incluindo as propriedades semânticas que ela possa ter, como sua estrutura semântica e seu valor semântico. A meta-semântica não se preocupa tanto com a mecânica interna de como as expressões são decompostas e seus valores são atribuídos, mas sim com o que esses valores significam em um contexto mais amplo e como eles se relacionam com a compreensão geral do significado.

Com a distinção entre semântica e meta-semântica, podemos entender melhor a preocupação de Frege em §§29-33. A questão com a qual Frege se preocupa é, nesse caso, a meta-semântica, relacionada com em que consiste a relação de referência. Como os números podem ser acessados por nós, dado que não podemos ter idéias ou intuições sobre eles? Para responder a essa pergunta, Frege propõe que invoquemos o princípio do contexto. Isso permitirá que a pergunta seja respondida em termos de uma explicação dos significados de sentenças completas nas quais o termo relevante ocorre.

O que temos disso tudo é a concepção de que Frege, nas *Leis Básicas*, atribui tanto o princípio da composicionalidade quanto o princípio do contexto em seu sentido meta-semântico. A estruturação do princípio da composicionalidade na filosofia da linguagem fregeana não impede a conciliação dela no campo do logicismo. Como vimos, pela semântica apresentada por Lehmann, é possível conciliar o princípio apresentado em 1892 com uma lógica formal. Claro, de modo geral, é evidente o emprego do princípio da composicionalidade nas *Leis Básicas* e isso influencia a leitura do abandono do princípio apresentado por Frege em 1893. Entretanto, em 1893 temos uma aplicação dos dois princípios fregueanos.

Em última análise, o fato de os princípios serem formulados em contextos distintos, um em discussões lógico-matemáticas e outro em discussões sobre linguagem, não implica necessariamente o abandono de um em detrimento do outro. Tudo o que foi necessário foi uma reinterpretação do princípio do contexto para que Frege conseguisse harmonizar seus dois princípios.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos ao longo dos tópicos abordados neste artigo que, para Frege, as linguagens naturais não se conformam aos princípios P1 e P2 apresentados na seção "Logicismo". Em outras palavras, as sentenças em linguagem natural podem ser verdadeiras, falsas ou até mesmo não exigirem uma análise necessária, o que implica que elas não necessariamente possuam um valor de verdade definido — por exemplo, sentenças constituídas por termos sem referência, como personagens literários —. Ao mesmo tempo, na linguagem voltada para investigações científicas, uma linguagem formalizada, Frege sustenta a necessidade de um rigor e a necessidade do princípio do contexto. Vemos assim que existem dois sentidos e cenários, não necessariamente disjuntos, da lógica fregeana.

O princípio do contexto de Frege nos instiga a explicar a referência e outras propriedades semânticas no contexto de sentenças completas. Em particular, a explicação da referência de um termo singular deve proceder por meio da explicação da referência da sentença completa na qual o termo singular ocorre. Mas o que deveria significar explicar as referências? A resposta padrão, que remonta aos *Fundamentos*, tem sido que a explicação necessária é uma reformulação dos significados em termos mais simples e menos problemáticos.

Entretanto, essa resposta entra em conflito com o princípio apresentado por Frege em 1892, o princípio da composicionalidade. Tal princípio defende que a referência da sentença como um todo depende da referência de cada parte constituinte. Apesar da composicionalidade aparecer em um debate sobre a funcionalidade da linguagem natural, Lehmann nos mostra que é completamente possível formalizar esse princípio. E é exatamente isso que Frege faz durante suas *Leis Básicas da Aritmética*.

Na obra de 1893, Frege destaca a necessidade de recorrer tanto ao princípio da composicionalidade quanto ao princípio do contexto para uma análise adequada de certos enunciados formalizados. No entanto, para alcançar isso, é essencial realizar uma reformulação do princípio do contexto e aplicá-lo em um contexto meta-semântico, ou seja, aplicamos o princípio do contexto para compreender o motivo das expressões na linguagem possuírem as referências que tem.

Embora esses dois princípios apareçam em momentos distintos do projeto logicista de Frege, eles podem ser utilizados de forma complementar. Enquanto o primeiro princípio aborda o problema da acessibilidade do homem ao conceito de número, o segundo trata da questão da interpretação e, talvez, da tradução das linguagens naturais para a linguagem formal. Portanto, argumentamos que esses princípios não são mutuamente excludentes, mas sim princípios com diferentes objetivos e abordagens no contexto do projeto logicista de Frege

Recebido em: 01/10/2023

Aceito em: 23/12/2023

Publicado em: 30/12/2023

REFERÊNCIAS

- BAR-ELLI, Gillead. Frege's Context Principle. In: *Philosophia*, v. 25, April 1997.
- DUMMETT, M. *Truth and other Enigmas*. 6th printing, 1996. London: Duckworth, 1978.
- DUMMETT, M. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981.
- LEHMANN, S. Strict Fregean Free Logic. In: *Journal of Philosophical Logic*, v. 23, n. 3, p. 307–336, 1994.
- FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Conceitografia: uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a aritmética*. 1. ed. Introdução, tradução e notas de Paulo Alcoforado, Alessandro Duarte e Guilherme Wyllie. Seropédica, RJ: PPGFIL-UFRRJ, 2018.
- FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Os Fundamentos da Aritmética: uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número*. In: Peirce e Frege: Col. Os Pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1974.
- FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Sobre a Justificação Científica de uma Conceitografia*. In: *Lógica e Filosofia da Linguagem*. 2. ed. revista e ampliada. Seleção e tradução de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDUSP, 2009a.
- FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Sentido e Referência*. In: *Lógica e Filosofia da Linguagem*. 2. ed. revista e ampliada. Seleção e tradução de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDUSP, 2009b.
- FREGE, Friedrich L. Gottlob. *Basic Laws of Arithmetic*. United Kingdom: Oxford University Press, 2016.
- SZABÓ, ZOLTÁN GENDLER. *Compositionality* (Stanford Encyclopedia of Philosophy). Stanford.edu. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/entries/compositionality/#Clar>. Acesso em: 20 nov. 2022.
- RESNIK, M. The Context Principle in Frege's Philosophy. In: *Philosophy and Phenomenological Research*, v. 27, p. 356–365, 1967.

