



Physicae Organum

PRIMEIRA EDIÇÃO

FUNDADORES

Editor gerente

Olavo Leopoldino da Silva Filho

Editores

Barbara Camile

Daniela Mota

Gabriel Aleixo

João Gilberto Fernandes

Lethícia Vieira

Lilah Fialho

Lo Rhuama

Paulo F. Ferrari

Ramon Rodrigues

Conselho editorial

Adriana Pereira Ibaldo

Antonio Carlos Pedroza

Antony Marco Mota Polito

Clovis Maia

Ivan Soares Ferreira

José David Manguera Vianna

Junio Márcio Rosa Cruz

Leticia Nunes Coelho

Marcus Bastos Lacerda Santos

Olavo Leopoldino da Silva Filho

RevaGarg

Roseline Strieder

Vanessa Carvalho

v. 1, n. 1 (2015)

Esta capa é uma adição posterior à publicação desta edição e foi criada por Leonardo Luiz e Castro & Fabio Luis de Oliveira Paula, com base na logomarca da revista.

Nota editorial

A presente edição teve sua composição final realizada posteriormente à sua publicação original, com o objetivo de padronização editorial e atribuição de identificadores digitais (DOIs) aos artigos. Esse processo não alterou o conteúdo dos trabalhos originalmente publicados.

A equipe editorial agradece à Biblioteca Central da Universidade de Brasília (BCE/UnB) pelo apoio na configuração e no registro dos DOIs da revista, especialmente à bibliotecária Luísa Chaves Café.

— Leonardo Luiz e Castro, responsável pela composição final, 2026

Editorial Note

This issue had its final composition prepared after its original publication, with the aim of editorial standardization and the assignment of digital object identifiers (DOIs) to the articles. This process did not alter the content of the originally published works.

The editorial team thanks the Central Library of the University of Brasília (BCE/UnB), especially librarian Luísa Chaves Café, for their support in configuring and registering the journal's DOIs.

— Leonardo Luiz e Castro, responsible for the final composition, 2026

Apresentação

A Revista *Physicae Organum*, com esta sua primeira edição, inaugura seus trabalhos com a certeza de que tem pela frente um futuro de grandes realizações. Neste número contamos com artigos convidados, além das submissões usuais, que apresentam tópicos de grande interesse em diversas áreas da Física. Há um belo artigo sobre o nascimento do conceito de inércia na Mecânica (do Professor Antony Mota Polito) e um artigo destrinchando os meandros do emalhamento (*entanglement*) quântico (da parte do Professor Emérito do Instituto de Física, professor José David Vianna em colaboração com outros autores). Estamos certos de que tais artigos despertarão o interesse de nossos leitores. Há ainda artigos importantes na seção de Anais do Instituto de Física, seção que apresenta os principais projetos sendo desenvolvidos no Instituto de Física (em nível institucional). Em particular, o leitor encontrará um belo artigo do professor Bernardo Mello sobre os processos em curso nas disciplinas de Unificação (Físicas 1 e 2), que será de grande ajuda na divulgação desse projeto do Instituto, tanto para alunos das disciplinas, quanto para professores do Instituto e de outras unidades acadêmicas desta Universidade e de tantas outras. Há ainda um outro artigo apresentando um projeto já em andamento para tornar os processos de avaliação vinculados à Unificação ainda mais eficientes.

Aproveitamos esta data de grande relevância para dar as boas vindas aos leitores, esperando contar com artigos seus, suas leituras, críticas e comentários.

Att. Olavo Leopoldino da Silva Filho

Editor Gerente: *Physicae Organum*

Sumário

1	Buraco Negro no Gravitomagnetismo Teleparalelo	I
2	A Renormalization Approach to the blowup structure in Shell Models for MHD Turbulence	II
3	Múltiplas representações para o ensino de vetores	III
4	“Invisibilidade da garrafa” revisitada	IV
5	Galileu Descartes e uma Breve História do Princípio de Inércia	V
6	Sobre os Estados Emaranhados	VI
7	Semana da Física	VII
8	A unificação das disciplinas de Física básica no IF-UnB	VIII
9	Criação da Physicae Organum	IX
10	Uma Nova Abordagem Pedagógica nas Disciplinas Unificadas de Física	X
11	Cientista pesquisador investigador	XI
12	Expediente Physicae Organum	XII

Buraco Negro no Gravitomagnetismo Teleparalelo

H.D.L. DA SILVA* V.C. DE ANDRADE†

Universidade de Brasília

Resumo

O gravitomagnetismo configurou-se como uma grande demonstração do potencial da Relatividade Geral. No limite de campos fracos, as equações de Einstein prevêem campos análogos aos campos elétrico e magnético do eletromagnetismo. Tais campos são denominados gravitoeletrico e gravitomagnético, respectivamente. A gravidade teleparalela, teoria equivalente à Relatividade Geral, surge como uma teoria de calibre com potencial de resolver o problema da quantização. A abordagem do teleparalelismo apresenta uma grande afinidade com outras teorias sobre interações fundamentais. A proposta do presente trabalho é analisar o gravitomagnetismo do ponto de vista da gravidade teleparalela, mostrando suas semelhanças com o eletromagnetismo.

1 Introdução

No início do século XX, a Relatividade Geral (RG) surgiu como um dos pilares da física moderna, juntamente com a mecânica quântica. Desde então, tem se mostrado uma das teorias mais bem sucedidas da Física. Seu triunfo e seu sucesso advém da explicação da precessão do periélio de Mercúrio, bem como da predição de uma série de novos fenômenos, como a existência de buracos negros, o fenômeno de lentes gravitacionais, *redshift* gravitacional, e expansão cósmica. A RG rompeu com a noção que tínhamos em relação ao tempo e ao espaço, traçando uma nova era na Física.

Muito embora a RG tenha trilhado um caminho de grande sucesso, problemas não tardaram a aparecer. Dentre os mais emblemáticos, podemos citar o problema da quantização do campo gravitacional e o problema da definição de um tensor energia-momento para o campo gravitacional. Dessa forma, a gravidade vem sendo mantida à parte das outras interações fundamentais, essas descritas por meio de teorias de calibre. Entretanto, o sonho da criação de uma teoria unificada ainda permanece.

O teleparaelismo surge, então, como uma teoria alternativa e equivalente à RG. Diferentemente da RG, o teleparalelismo é descrito por uma teoria de calibre semelhante à Teoria Eletromagnética. Há, portanto, uma similaridade na

*Instituto de Física, Universidade de Brasília. E-mail: hugodlopes@gmail.com

†Instituto de Física, Universidade de Brasília. E-mail: andrade@fis.unb.com

descrição dessas duas interações fundamentais. O gravitomagnetismo teleparalelo surge a partir de campos análogos aos campos do eletromagnetismo. Mais especificamente, os campos gravitoelétrico e gravitoemagnético são construídos a partir de uma generalização gravitacional do tensor de Faraday, ou seja $F^a{}_{\mu\nu}$, que é, por sua vez, relacionado à torção do espaço-tempo. Suas componentes resultam nas versões gravitacionais de $E^a{}_{\mu}$ e $B^a{}_{\mu}$. Na RG, a construção das componentes de E e B estão relacionadas ao tensor de Riemann ou à métrica, e pressupõe, na maior parte da literatura, a hipótese de campo fraco.

2 Relatividade Geral

2.1 O princípio de equivalência

Uma característica marcante do movimento de corpos em um campo gravitacional é que ele independe das características do corpo, como massa ou carga elétrica. Dois corpos diferentes se movem da mesma maneira caso sejam colocados nas mesmas condições iniciais. Isso nos permite traçar um paralelo entre o movimento dos corpos em um campo gravitacional e o movimento dos corpos livres observados a partir de um referencial não inercial. Em um sistema de referência inercial, os movimentos livres de dois corpos diferentes, colocados sob as mesmas condições iniciais, serão os mesmos. Se, então, esse movimento for observado a partir de um sistema não-inercial, veremos os dois corpos executarem o mesmo movimento. Assim, as características do movimento em um sistema de referência não-inercial são as mesmas do movimento em um sistema de referência inercial com um campo gravitacional. Em outras palavras, um referencial não-inercial é equivalente a um campo gravitacional. [5]

O exemplo mais claro é o movimento livre em um referencial uniformemente acelerado. Um corpo movendo-se livremente apresenta, em relação a esse referencial uniformemente acelerado, uma aceleração oposta e de mesmo módulo da aceleração do referencial. Esse sistema de referência não-inercial é equivalente a um campo gravitacional uniforme.

Entretanto, é importante ressaltar que campos gravitacionais equivalentes a referenciais não-inerciais não são idênticos a campos gravitacionais reais existentes em referenciais inerciais. Campos gravitacionais reais tendem a zero quando a distância à fonte tende ao infinito. Em referenciais não-inerciais, a aceleração ou permanece constante, no caso de um referencial acelerado, ou tende a infinito, no caso de um referencial em rotação, quando vamos para longe da origem do sistema. Portanto, campos gravitacionais equivalentes a referenciais não-inerciais se anulam em todo lugar quando passamos a um referencial inercial. Por outro lado, campos reais só se anulam localmente.

Quando passamos para a mecânica relativística, a propriedade de que diferentes corpos, sob as mesmas condições iniciais, se movem de forma idêntica em campos gravitacionais permanece válida. Partimos do pressuposto de que a equivalência entre referenciais não-inerciais e campos gravitacionais permanece também válida até certo ponto. Em um referencial inercial, o intervalo de

espaço tempo é dado por:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (1)$$

Nessa equação, c é a velocidade da luz.[5][1] Passando para um sistema de coordenadas em rotação uniforme da forma

$$x = x' \cos \Omega t - y' \sin \Omega t, \quad y = x' \sin \Omega t + y' \cos \Omega t, \quad z = z'$$

temos

$$ds^2 = [c^2 - \Omega^2(x'^2 - y'^2)]dt^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2 + 2\Omega y' dx' dt - 2\Omega x' dy' dt \quad (2)$$

que se reduz à forma compacta

$$-ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3 \quad (3)$$

com

$$dx^0 = c dt, \quad dx^1 = dx, \quad dx^2 = dy, \quad dx^3 = dz.$$

Assumimos que o intervalo de espaço tempo em um campo gravitacional seja da forma (3)

2.2 Equação da geodésica

Dentre todos os caminhos possíveis entre dois eventos no espaço-tempo, uma partícula livre em um campo gravitacional percorrerá aquele para o qual o funcional

$$S = \int \sqrt{-g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau}} d\tau \quad (4)$$

respeite a condição $\delta S = 0$.

Usando as equações e Euler-lagrange, chegamos às equações do movimento:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\sigma\beta}^\mu \frac{dx^\sigma}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0 \quad (5)$$

[2]

2.3 As equações de campo de Einstein

As equações de campo procuradas devem ser encontradas variando-se uma ação com respeito à métrica:

$$S = S_g + S_m \quad (6)$$

A parte S_g corresponde à parte do campo, estendida por todo espaço e calculada entre dois instantes da componente temporal. A parte S_m corresponde à matéria [5]. Vamos variá-las separadamente.

A Ação de Einstein-Hilbert é da forma:

$$S_g = \frac{c^3}{16\pi G} \int R \sqrt{-g} d\Omega \quad (7)$$

em que R é o escalar de Ricci e g é o determinante da métrica. Variando S_g , temos:

$$\begin{aligned}\delta \int R\sqrt{-g}d\Omega &= \delta \int g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}\sqrt{-g}d\Omega = \\ &= \int (R_{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu} + R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}\delta\sqrt{-g} + g^{\mu\nu}\sqrt{-g}\delta R_{\mu\nu})d\Omega\end{aligned}$$

Mas

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$$

Então:

$$\delta \int R\sqrt{-g}d\Omega = \int (R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R)\delta g^{\mu\nu}\sqrt{-g}d\Omega + \int g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}\sqrt{-g}d\Omega$$

Embora não vá ser demonstrado, o segundo termo do lado direito da equação é igual a zero. Portanto, temos:

$$\delta S_g = \frac{c^3}{16\pi G} \int (R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R)\delta g^{\mu\nu}\sqrt{-g}d\Omega \quad (8)$$

A parte correspondente à matéria é:

$$S_m = \frac{1}{c} \int \Lambda\sqrt{-g}d\Omega \quad (9)$$

Variando essa equação, temos:

$$\delta S_m = \frac{1}{c} \int \left(\frac{\partial\sqrt{-g}\Lambda}{\partial g^{\mu\nu}}\delta g^{\mu\nu} + \frac{\partial\sqrt{-g}\Lambda}{\partial \frac{g^{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}}\delta \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \right) d\Omega$$

Usando:

$$\frac{1}{2}\sqrt{-g}T_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\sigma} \frac{\partial\sqrt{-g}\Lambda}{\partial \frac{g^{\mu\nu}}{\partial x^\sigma}} - \frac{\partial\sqrt{-g}\Lambda}{\partial g^{\mu\nu}}$$

então:

$$\delta S_m = -\frac{1}{2c} \int T_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}\sqrt{-g}d\Omega \quad (10)$$

Juntando (8) e (10) e levando-se em conta que $\delta g^{\mu\nu}$ são arbitrários, temos:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (11)$$

2.4 A Solução de Schwarzschild

Uma aplicação imediata da RG está na descrição de campos gravitacionais gerados por planetas e estrelas.[1][2] Nesse caso, estamos falando de campos gravitacionais esfericamente simétricos. Para analisar o movimento dos corpos sob a influência desse tipo de campo gravitacional, precisamos resolver as equações de Einstein no vácuo, ou seja $T_{\mu\nu} = 0$.

É conveniente usar a assinatura $(-, +, +, +)$ para a métrica de Minkowski, estabelecendo também que $c = 1$. A métrica de *Minkowski*, em coordenadas esféricas $x^\mu = (t, r, \theta, \phi)$, fica:

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (12)$$

com $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$

Vamos agora procurar soluções de vácuo, ou seja:

$$R_{\mu\nu} = 0 \quad (13)$$

A fonte é hipoteticamente estática e esfericamente simétrica. As soluções procuradas devem ter essas características.

A hipótese de estaticidade estabelece duas condições para a métrica procurada:

- todas as componentes da métrica independem da coordenada temporal.
- não há termos cruzados da forma $(dt dx^i + dx^i dt)$, pois a métrica não seria invariante sob inversão temporal. Os índice "i" corresponde às coordenadas espaciais.

Levando-se em conta que o espaço-tempo é plano longe da fonte, devemos obter a métrica de Minkowski para distâncias muito grandes. Supomos, então, uma métrica da forma

$$ds^2 = -e^{2\alpha(r)} dt^2 + e^{2\beta(r)} dr^2 + e^{2\gamma(r)} r^2 d\Omega^2 \quad (14)$$

com α, β, γ funções arbitrárias de r .

$e^{2\gamma(r)}$ deve multiplicar todos os termos de $d\Omega^2$ para que a simetria esférica seja mantida.

Para simplificar a métrica antes de aplicar as equações de Einstein, façamos a seguinte mudança de coordenada:

$$\bar{r} = e^{2\gamma(r)} r \quad (15)$$

Em termos dessa nova variável, a métrica (14) fica:

$$ds^2 = -e^{2\alpha(r)} dt^2 + \left(1 + r \frac{d\gamma}{dr}\right)^{-2} e^{(2\beta(r) - 2\gamma(r))} d\bar{r}^2 + \bar{r}^2 d\Omega^2 \quad (16)$$

em que $r = r(\bar{r})$. Todas as funções de r são, portanto, funções de \bar{r} . Vamos fazer as seguintes rotulações:

$$\bar{r} \rightarrow r$$

$$\left(1 + r \frac{d\gamma}{dr}\right)^{-2} e^{(2\beta(r) - 2\gamma(r))} \rightarrow e^{2\beta}$$

Assim, a métrica fica:

$$ds^2 = -e^{2\alpha(r)} dt^2 + e^{2\beta(r)} dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (17)$$

Vamos usar as equações de Einstein para encontrar α e β . Podemos usar a métrica acima para calcular as componentes do tensor de Ricci. As componentes não nulas são:

$$R_{tt} = e^{2(\alpha-\beta)} \left[\partial_r^2 \alpha + (\partial_r \alpha)^2 - \partial_r \alpha \partial_r \beta + \frac{2}{r} \partial_r \alpha \right] \quad (18)$$

$$R_{rr} = -\partial_r^2 \alpha - (\partial_r \alpha)^2 + \partial_r \alpha \partial_r \beta + \frac{2}{r} \partial_r \beta \quad (19)$$

$$R_{\theta\theta} = e^{-2\beta} [r(\partial_r \beta - \partial_r \alpha) - 1] + 1 \quad (20)$$

$$R_{\phi\phi} = \sin^2 \theta R_{\theta\theta} \quad (21)$$

Cada uma dessas componentes são iguais a zero para a solução de vácuo. Como R_{tt} e R_{rr} são zero independentemente, podemos escrever:

$$0 = e^{2(\beta-\alpha)} R_{tt} + R_{rr} = \frac{2}{r} (\partial_r \alpha + \partial_r \beta) \quad (22)$$

Isso implica que $\alpha = -\beta + k$, sendo k uma constante. Se fizermos $t \rightarrow e^{-k} t$, podemos fazer k igual a zero. Assim:

$$\alpha = -\beta \quad (23)$$

Fazendo $R_{\theta\theta} = 0$, temos:

$$e^{2\alpha} (2r \partial_r \alpha + 1) = 1$$

ou

$$\partial_r (r e^{2\alpha}) = 1$$

Resolvendo, temos:

$$e^{2\alpha} = 1 - \frac{R_s}{r} \quad (24)$$

O limite de campos fracos mostra que $R_s = 2GM$. Com isso, temos a métrica procurada, conhecida como métrica de Schwarzschild:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (25)$$

R_s é conhecido como raio de Schwarzschild.

Podemos perceber que, quando $r \rightarrow \infty$, recobramos a métrica de Minkowski.

3 Uma teoria de calibre: o eletromagnetismo

3.1 Ação para uma partícula livre

Para determinar o movimento de uma partícula em relação a um determinado sistema de referência, temos de escrever as equações de movimento partindo do princípio da mínima ação. De acordo com a relatividade especial, as leis físicas devem independer do referencial inercial escolhido. Para tal, a ação dessa partícula deve ser invariante sob transformação de Lorentz [5]. Segue que ela deve depender de um escalar. Portanto, o diferencial deve ser múltiplo do intervalo de espaço-tempo ds . Assim, temos a seguinte forma para a ação:

$$S = -\alpha \int_a^b ds \quad (26)$$

em que α é uma constante que descreve a natureza da partícula e que:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (27)$$

Essa é uma integral ao longo da linha de mundo da partícula, entre dois eventos nos t_1 e t_2 instantes.

Uma ação pode ser representada como uma integral em relação ao tempo da forma:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt \quad (28)$$

em que L é a lagrangiana do sistema. Usando o fato de que:

$$d\tau = \frac{ds}{c} = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (29)$$

temos:

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} \alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (30)$$

A lagrangiana é, então:

$$L = -\alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (31)$$

Sabemos que, para $v \ll c$, a lagrangiana é da forma:

$$L = \frac{mv^2}{2} + k \quad (32)$$

em que k é uma constante.

Quando $v \ll c$, a equação (31) fica:

$$L = -\alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx \frac{\alpha v^2}{2c} - \alpha c \quad (33)$$

Então, a constante α é $\alpha = mc$. A ação procurada é:

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt \quad (34)$$

3.2 Ação para uma partícula em um campo eletromagnético

Em um campo eletromagnético, a partícula está submetida a um quadripotencial $A^\mu = (\phi, \vec{A})$. O acoplamento entre a partícula e o campo é mediado por uma quantidade chamada carga elétrica da partícula, escrita por e . [5] O termo de interação da ação é da forma:

$$S = -\frac{e}{c} \int_a^b A_\mu dx^\mu \quad (35)$$

Então, a ação para uma partícula em um campo eletromagnético é:

$$S = \int_a^b \left(-mcds - \frac{e}{c} A_\mu dx^\mu \right) \quad (36)$$

sabendo que $ds = \sqrt{dx_\mu dx^\mu}$. Vamos variar essa ação.

$$\delta S = - \int \left(mc \frac{dx_\mu d\delta x^\mu}{ds} + \frac{e}{c} A_\mu d\delta x^\mu + \frac{e}{c} \delta A_\mu dx^\mu \right) = 0 \quad (37)$$

Integrando os dois primeiros termos por partes e colocando $u_\mu = \frac{dx_\mu}{ds}$, temos

$$\int \left(mcd u_\mu \delta d^\mu + \frac{e}{c} \delta x^\mu dA_\mu - \frac{e}{c} \delta A_\mu dx^\mu \right) - \int \left[\left(mc u_\mu + \frac{e}{c} A_\mu \right) \delta x^\mu \right] = 0$$

A segunda integral é zero, pois variamos com valores fixos das coordenadas nos limites de integração. Além disso, temos:

$$\delta A_\mu = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \delta x^\nu \quad (38)$$

e

$$dA_\mu = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} dx^\nu \quad (39)$$

Usando $du_\mu = \left(\frac{d u_\mu}{ds} \right) ds$ e $dx^\mu = u^\mu ds$, fazemos um rearranjo dos termos e obtemos:

$$\int \left[mc \frac{du_\mu}{ds} - \frac{e}{c} \left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} \right) u^\nu \right] \delta x^\mu ds = 0 \quad (40)$$

Chamando $F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}$ e sabendo da arbitrariedade de δx^μ , temos:

$$mc \frac{du_\mu}{ds} = \frac{e}{c} F^{\mu\nu} u_\nu \quad (41)$$

Essa é a equação do movimento para a partícula em um campo eletromagnético. $F^{\mu\nu}$ é o chamado tensor eletromagnético. Pode-se demonstrar que, na obtenção dessa equação, poderia ser usado um potencial da forma:

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{\partial f}{\partial x^\mu} \quad (42)$$

A invariância dos fenômenos físicos sob essa transformação é chamada de invariância de calibre. Dessa forma, o eletromagnetismo é uma teoria de calibre. Na Relatividade Geral, não há um tensor análogo ao tensor eletromagnético para o campo gravitacional.

3.3 As equações de Maxwell

Vamos reescrever a equação (36) da seguinte maneira:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left(-mc^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c} \vec{A} \cdot \vec{v} - e\phi \right) dt \quad (43)$$

Variando essa ação, obtemos a seguinte equação de movimento:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{e}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - e\nabla\phi + \frac{e}{c} \vec{v} \times (\nabla \times \vec{A}) \quad (44)$$

Chamamos

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla\phi \quad (45)$$

e

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (46)$$

Nessas equações, \vec{E} é o campo elétrico e \vec{B} é o campo magnético. A partir dessas equações, podemos escrever expressões apenas com \vec{E} e \vec{B} . O resultado é:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (47)$$

e

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (48)$$

Vamos expressá-las em notação quadridimensional. Usando a definição do tensor eletromagnético, é fácil verificar que ambas podem ser escritas da forma:

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} + \frac{\partial F_{\nu\sigma}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial F_{\sigma\mu}}{\partial x^\nu} = 0 \quad (49)$$

Definindo a 4-corrente elétrica como $J^\mu = (c\rho, \vec{J})$, podemos reescrever as equações

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad (50)$$

e

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad (51)$$

da seguinte forma:

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = -\frac{4\pi}{c} J^\mu \quad (52)$$

4 Gravitomagnetismo no Contexto da Gravidade Teleparalela

4.1 introdução

As primeiras ideias referentes ao gravitomagnetismo repousam em uma analogia entre a lei de Newton da gravitação e a Lei de Coulomb da eletrostática. Ambas têm as mesmas propriedades geométricas no regime estático. Dessa analogia básica surge a ideia de que massas em movimento poderiam gerar um campo análogo ao campo magnético. [3][4]

Trabalhos subsequentes à publicação original sobre a RG mostraram que, de fato, massas em movimento geram um campo análogo ao magnético. Muitos autores investigaram as equações de Einstein no contexto de perturbações em relação ao espaço de Minkowski.

As semelhanças entre as equações de Einstein linearizadas e as equações de Maxwell se tornaram evidentes. Desse estudo, surge a previsão teórica do campo gravitomagnético associado à correntes de massa. Nas seções seguintes, vamos investigar o gravitomagnetismo no contexto da gravidade teleparalela. No que se segue, letras gregas ($\mu, \nu, \sigma, \dots = 0, 1, 2, 3$) denotarão os índices do espaço-tempo. A primeira metade das letras latinas ($a, b, c.. = 0, 1, 2, 3$) e índices em parênteses representarão os índices do espaço tangente. A segunda metade das letras latinas ($i, j, k...$) com valores 1, 2 e 3 representarão as componentes espaciais dos tensores.

4.2 Ideias Básicas da Gravidade Teleparalela

A teoria é baseada em um campo de força análogo ao tensor eletromagnético. O definimos como:

$$F^a{}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a{}_\nu - \partial_\nu A^a{}_\mu = h^a{}_\rho T^\rho{}_{\mu\nu} . \quad (53)$$

Nessa equação, $A^a{}_\mu$ é o potencial de calibre de translação e $h^a{}_\mu = \partial_\mu x^a + A^a{}_\mu$ é o campo de tetradas. O campo gravitacional é representado pela torção $T^\rho{}_{\mu\nu}$. Observe que há uma diferença em relação à Relatividade Geral, onde o campo gravitacional é representado pela curvatura. O campo de força é, assim, escrito na base do campo de tetradas. [3][4]

A dinâmica dos campos de calibre serão determinadas a partir da seguinte lagrangiana:

$$\mathcal{L}_G = \frac{h}{16\pi G} S^{\rho\mu\nu} T_{\rho\mu\nu} , \quad (54)$$

em que $h = \det(h^a{}_\mu)$.

$$S^{\rho\mu\nu} = -S^{\nu\mu\rho} \equiv \frac{1}{2} [K^{\mu\nu\rho} - g^{\rho\nu} T^{\theta\mu}{}_\theta + g^{\rho\mu} T^{\theta\nu}{}_\theta] \quad (55)$$

é chamado de superpotencial.

As equações de vácuo advindas dessa lagrangiana são

$$\partial_\sigma(hS_a^{\sigma\rho}) - 4\pi G(hj_a^\rho) = 0 \quad (56)$$

com

$$j_a^\rho \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_a^\rho} = \frac{h_a^\lambda}{4\pi G} (F^c{}_{\mu\lambda} S_c{}^{\mu\rho} - \frac{1}{4} \delta_{\lambda\rho} F^c{}_{\mu\nu} S_c{}^{\mu\nu}) \quad (57)$$

sendo j_a^ρ a corrente de energia-momento de gauge.

4.3 Equações de Maxwell Gravitacionais

Nessa seção, vamos deduzir as equações gravitacionais equivalentes às equações de Maxwell.

A Gravidade Teleparalela como uma teoria de calibre (gauge) apresenta uma similaridade com o eletromagnetismo. Por esse motivo, os campos gravitoeletrico e gravitomagnético surgirão por analogia direta com os campos elétrico e magnético do eletromagnetismo.[4]

Vamos, primeiro, considerar os campos gravitoeletrico e gravitomagnético como componentes do campo de força generalizado:

$$S_a{}^{0i} = E_a{}^i, \quad (58)$$

$$S_a{}^{ij} = \epsilon^{ijk} B_{ak}. \quad (59)$$

Duas propriedades imediatas dessas definições é que $E_a{}^i$ e B_{ak} se transformam covariantemente sob transformações de lorentz de espaço-tangente locais e são vetores sob rotação no espaço tridimensional.

Vamos tentar, a partir da equação (44), obter os análogos das duas primeiras equações de Maxwell. Esperamos encontrar o equivalente a lei de Gauss para $\rho = 0$. Para $\rho = q$, esperamos encontrar uma lei equivalente à de Ampère.

Para $\rho = 0$, obtemos

$$\partial_i(hE_a{}^i) = 4\pi G(hj_a{}^0). \quad (60)$$

Vemos, então, que a escolha do superpotencial como um campo de força generalizado produz uma equação análoga a do divergente de \vec{E} a menos de uma constante, o determinante do campo de tetradas. Podemos interpretar $hj_a{}^0$ como a fonte do campo gravitoeletrico.

Vamos considerar $\rho = q$. Podemos escrever a equação resultante como:

$$\epsilon^{qjk} \partial_j(hB_{ak}) - \partial_0(hE_a{}^q) = 4\pi G(hj_a{}^q). \quad (61)$$

Vemos que essa equação é similar à lei de Ampère com fonte $hj_a{}^q$.

Assim como no eletromagnetismo, o segundo par de equações surge a partir das características geométricas da teoria. Vamos usar a identidade de Bianchi para a Gravidade Teleparalela:

$$\partial_\rho F^a{}_{\mu\nu} + \partial_\mu F^a{}_{\nu\rho} + \partial_\nu F^a{}_{\rho\mu} = 0. \quad (62)$$

Partindo da relação entre o campo de força e o superpotencial escrito da forma

$$F^a{}_{\gamma\delta} = 2h^b{}_\gamma g_{\rho\delta} h^a{}_\mu S_b{}^{\mu\rho} - 2h^b{}_\delta g_{\nu\gamma} h^a{}_\mu S_b{}^{\mu\nu} - \\ - h^a{}_\delta g_{\nu\gamma} h^b{}_\theta S_b{}^{\theta\nu} + h^a{}_\gamma g_{\rho\delta} h^b{}_\theta S_b{}^{\theta\rho}$$

e introduzindo-o na identidade de Bianchi teleparalela, temos a seguinte equação:

$$\partial_\sigma [\mathcal{O}^{ba}{}_{\gamma i\delta} E_b{}^i + \mathcal{P}^{ba}{}_{\gamma ij\delta} \epsilon^{ijk} B_{bk}] + \\ + \partial_\gamma [\mathcal{Q}^{ba}{}_{\delta i\sigma} E_b{}^i + \mathcal{R}^{ba}{}_{\delta ij\sigma} \epsilon^{ijk} B_{bk}] + \\ + \partial_\delta [\mathcal{S}^{ba}{}_{\sigma i\gamma} E_b{}^i + \mathcal{T}^{ba}{}_{\sigma ij\gamma} \epsilon^{ijk} B_{bk}] = 0$$

Os primeiros coeficientes têm a seguinte forma explícita:

$$\mathcal{O}^{ba}{}_{\gamma i\delta} = 2h^b{}_\gamma h^a{}_{0g_{i\delta}} - 2h^b{}_\gamma h^a{}_{ig_{0\delta}} - \\ - 2h^b{}_\delta h^a{}_{0g_{i\gamma}} + 2h^b{}_\delta h^a{}_{ig_{0\gamma}} + \\ + h^a{}_\delta h^b{}_{0g_{i\gamma}} - h^a{}_\delta h^b{}_{ig_{0\gamma}} - h^a{}_\gamma h^b{}_{0g_{i\delta}} + h^a{}_\gamma h^b{}_{ig_{0\delta}} \quad (63)$$

$$\mathcal{P}^{ba}{}_{\gamma ij\delta} = 2h^b{}_\gamma h^a{}_{ig_{j\delta}} - \\ - 2h^b{}_\delta h^a{}_{ig_{j\gamma}} + h^a{}_\delta h^b{}_{ig_{j\gamma}} - h^a{}_\gamma h^b{}_{ig_{j\delta}} \quad (64)$$

a partir de $\mathcal{O}^{ba}{}_{\gamma i\delta}$ e $\mathcal{P}^{ba}{}_{\gamma ij\delta}$, nós obtemos $\mathcal{Q}^{ba}{}_{\delta i\sigma}$ e $\mathcal{R}^{ba}{}_{\delta ij\sigma}$ mudando índices ($\gamma \rightarrow \delta$ e $\delta \rightarrow \sigma$). Obtemos $\mathcal{S}^{ba}{}_{\sigma i\gamma}$ e $\mathcal{T}^{ba}{}_{\sigma ij\gamma}$ fazendo ($\gamma \rightarrow \sigma$ and $\delta \rightarrow \gamma$).

As equações acima se mostram similares às equações de Maxwell no limite de campos fracos.

4.4 Aplicação à solução de Schwarzschild

Vamos examinar as colocações acima no exemplo da solução de Schwarzschild [4] A métrica encontrada acima, agora escrita com assinatura (+,-,-) é a seguinte:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2mG}{r}\right) dt^2 - \\ - \left(1 - \frac{2mG}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad (65)$$

em que G é a constante gravitacional e m é a massa do objeto. A escolha do observador, que corresponde a um campo de tetradas específico associadas à métrica de Schwarzschild, é importante para as nossas conclusões sobre os campos \vec{E}_μ^a e \vec{B}_μ^a . Escolhemos um conjunto de tetradas que corresponde a um observador estacionário localizado no infinito. Essa tetrada também precisa satisfazer as condições de calibre temporais e ter simetria na parte espacial. Assim, temos o seguinte campo de tetradas:

$$h^a{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{11}\sin\theta\cos\phi & r\cos\theta\cos\phi & -r\sin\theta\sin\phi \\ 0 & \gamma_{11}\sin\theta\sin\phi & r\cos\theta\sin\phi & r\sin\theta\cos\phi \\ 0 & \gamma_{11}\cos\theta & -r\sin\theta & 0 \end{pmatrix}, \quad (66)$$

em que $\gamma_{00} = \sqrt{g_{00}}$ e $\gamma_{11} = \sqrt{-g_{11}}$. A torção pode ser escrita em termos da tetrada da seguinte forma:

$$T^\sigma{}_{\mu\nu} = h_a{}^\sigma \partial_\mu h^a{}_\nu - h_a{}^\sigma \partial_\nu h^a{}_\mu \quad (67)$$

As componentes não zero são dadas por

$$T^0{}_{01} = -\frac{GM}{r^2} g_{00}^{-1}, \quad (68)$$

$$T^2{}_{12} = T^3{}_{13} = \frac{1}{r}(1 - \gamma_{11}). \quad (69)$$

De (58), vemos que, para $a \neq 0$, $E_{(k)}{}^i = 0$. Para $a = 0$,

$$E_{(0)}{}^\theta = E_{(0)}{}^\phi = 0$$

e

$$E_{(0)}{}^r = -\frac{1}{r}(\gamma_{00} - 1). \quad (70)$$

Isso mostra que apenas a componente radial do vetor, $a = 0$ é diferente de zero, o que está de acordo com a distribuição esfericamente simétrica de massa.

A partir de (59), obtemos as componentes gravitomagnéticas.

$$\begin{aligned} B_{(0)\phi} &= B_{(0)\theta} = B_{(0)r} = 0, \\ B_{(1)r} &= B_{(2)r} = B_{(3)r} = B_{(3)\theta} = 0, \\ B_{(1)\phi} &= \frac{\cos\theta\cos\phi}{2r^2} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right), \\ B_{(2)\phi} &= \frac{\cos\theta\sin\phi}{2r^2} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right), \\ B_{(3)\phi} &= -\frac{\sin\theta}{2r^2} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right), \\ B_{(1)\theta} &= \frac{\sin\phi}{2r^2\sin\theta} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right), \\ B_{(2)\theta} &= -\frac{\cos\phi}{2r^2\sin\theta} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right). \end{aligned} \quad (71)$$

A partir disso, vemos que

$$B^2 \equiv g_{ij} B_a{}^i B^{aj} = \frac{1}{gr^2} \left(1 - \gamma_{11}^{-1} - \frac{GM}{r}\right)^2.$$

Ou seja, não há dependência angular, o que está de acordo com a simetria esférica da solução de Schwarzschild.

Na hipótese de campo fraco, a métrica pode ser escrita como uma perturbação da métrica de Minkowski: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + a_{\mu\nu}$. Devemos então descartar os termos de segunda ordem $(\frac{m}{r})^2 = O(\epsilon^2)$. Isso corresponde a fazer $\frac{m}{r} \ll 1$ e expandir em série de Taylor. Fazendo isso, temos, para a componente não nula do campo gravitoeletrico:

$$E_{(0)r} = \frac{mG}{r^2}. \quad (72)$$

Vemos que a componente $a = 0$ de \vec{E}^a é análoga ao campo eletrostático descrito pela lei de Coulomb.

Para as componentes do campo gravitomagnético, temos:

$$B_{(0)k} = B_{(i)j} = 0. \quad (73)$$

5 Conclusão

O que podemos ver a partir da explanação acima é que a gravidade teleparalela não apenas é equivalente à Relatividade Geral, como também se apresenta como uma teoria de calibre. Isso nos permitiu fazer um paralelo mais profundo entre gravidade e eletromagnetismo. De fato, essas duas interações apresentam muitas semelhanças, embora difiram em alguns aspectos.

A criação de uma teoria de calibre para a gravitação nos deixa mais próximos da quantização do campo gravitacional. Dessa forma, uma teoria unificada se torna mais palpável à medida que avançamos em uma pesquisa mais aprofundada da gravidade teleparalela.

6 Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] Carroll, S. *Spacetime and Geometry: An introduction to General Relativity*. San Francisco: Addison Wesley, 2004.
- [2] Schutz, B. *Geometrical Methods of Mathematical Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- [3] Aldovandi, R.; Pereira, J.G. *Teleparallel Gravity: An Introduction*. Nova York: Springer, 2013.
- [4] Spaniol, E. P. ; Andrade, V. C. . *Gravitomagnetism in teleparallelism*. International Journal of Modern Physics D, v. 19, p. 489-505, 2010.
- [5] Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. *Teoria do Campo*. São Paulo: Hemus, 2004.

Renormalization approach to blowup in inviscid MHD Shell Model

Guilherme T. Goedert^{*†} Vanessa C. de Andrade^{*}

Alexei. A Mailybaev[†]

March 2, 2015

Abstract

We study blowup (formation of finite-time singularity) in a shell model for magnetohydrodynamic (MHD) turbulence, showing blowup for this model and proving a criterion for its occurrence. We introduce a renormalization scheme which takes blowup time to infinity and study some basic properties of the renormalized model while proving its consistency. Relation between the renormalized and original models is studied and we propose a method of analysis for a special solution of the renormalized model. Some numeric solutions of the models are shown.

1 Introduction

Blowup is defined as the formation of a singularity in an initially regular solution of the flow equations during a finite time.

Existence of blowup in a flow of incompressible ideal fluid lies in the forefront of modern research in fluid dynamics and is still an open problem even in the simplest cases, such as in the 3D Euler equations and 2D natural convection. Furthermore, blowup may be responsible for the energy cascade in developed turbulence [1, 2, 3]. However, even the numeric approach to this problem is extremely complicated, as simulations of these non-linear systems, of a great number of degrees of freedom, must be done over a large range of scales. A more detailed account on previous studies on singularity structure in ideal fluid equations can be found in [4], as well as some of the difficulties involved in the small scale simulations necessary.

Dynamic (shell) models of turbulence consist of systems of non-linear Ordinary Differential Equations (ODE's) built following the general structure of the Fourier transform of the flow equations while preserving some of its general properties, such as scaling laws and ideal invariants. Furthermore, the space of wave-vectors is discretized into concentric spheres, and to each sphere are assigned scalar variables, which are associated to the physical variables which describe the original flow and have their dynamic described by the shell model.

^{*}Instituto de Física, Universidade de Brasília, Brasília

[†]Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro

This greatly reduces the number of degrees of freedom of the model while preserving many non-trivial and interesting features, such as energy and entropy cascades and anomalous turbulent spectra [5, 6], making possible very precise numerical simulations. This compels the study of shell models in search of clues to understand more clearly turbulent phenomena. But despite their simplicity, much of shell model dynamics is yet to be understood.

Being good candidates to reproduce general properties of turbulent phenomena while enabling precise simulations for system of very high Reynolds numbers, shell models can be great tools if applied to astrophysics. Simulations of magnetohydrodynamics in the early universe studying the effects of plasma viscosity on primordial magnetic fields [7] as well as studies of scaling exponents of probabilities distributions of quantities in solar flares [8] are examples of such applications.

The present work is mainly concerned with studying blowup for a simple MHD shell model and introducing a renormalization scheme for it. We study the basic properties of the renormalized model and its relation to the original one. In section 2, incompressible MHD equations are briefly introduced. Section 3 introduces the MHD shell model studied and we prove a criterion for blowup in this model. In section 4 we define a renormalization scheme which takes blowup time to infinity, deduce the renormalized shell model and study its symmetries. Numeric solutions for the pure hydrodynamic model are given in section 5, as well as a theorem suggesting a method for their analysis. In section 6 numeric solutions are given for the MHD shell model.

2 Incompressible MHD equations

The unforced MHD equations for incompressible systems read [9]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \nu \nabla^2 \mathbf{v} &= -(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{b} - \nabla p, \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} - \eta \nabla^2 \mathbf{b} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{b}), \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{b} = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

where \mathbf{v} and \mathbf{b} are the velocity and induced magnetic fields, p is the total pressure, both magnetic and kinetic, while the density ρ has been taken as one. The induced magnetic field \mathbf{b} was normalized by $\sqrt{4\pi\rho}$, being then measured in units of velocity. These equations follow from the Navier-Stokes equation taking into account the Lorentz force and from Maxwell equations [9]. First equation is a Cauchy momentum equation considering electromagnetic forces and stress, and describes the momentum transport of an infinitesimal fluid volume. The second equation models magnetic field dynamics, following from Faraday's law, Ohm's law and the uniform conductivity assumption [4]. Third and fourth equations are respectively the continuity equation, accounting for the conservation of total fluid mass, and Gauss' law for magnetism, which states the nonexistence of magnetic monopoles.

The non-linear terms on the right hand side redistribute magnetic and kinetic energy among the full range of scales of the system. When the transference of kinetic to magnetic energy exactly compensates energy dissipation caused by

magnetic diffusivity, magnetic energy does not decay with time. This phenomenon is called dynamo action.

Three-dimensional systems have three ideal quadratic invariants, the total energy (E), the total correlation (C) and total magnetic helicity (H) given as follows:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \int (\mathbf{v}^2 + \mathbf{b}^2) d^3x \\ C &= \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} d^3x \\ H &= \int \mathbf{a} \cdot (\nabla \times \mathbf{a}) d^3x \end{aligned}$$

where $\mathbf{a} = \nabla \times \mathbf{b}$. The reader may refer to chapter 2 of [4] for the proof of these invariances.

3 Shell Model for MHD Turbulence

Shell models are in general built by discretizing the wave vector space into concentric spheres, which radii satisfy a geometric progression $k_n = k_0 h^n$. To each shell is assigned real or complex scalar dynamic variables analogous to the ones describing the physical flow; in the case of MHD shell models these variables are the shell velocity $v_n(t)$ and induced shell magnetic field $b_n(t)$. Considering that the equations of the shell model must have the same structure as the MHD equations in the Fourier space, these equations must have the general form

$$\begin{aligned} \frac{dv_n}{dt} &= k_n \mathcal{B}_n + \mathcal{C}_n + \mathcal{F}_n, \\ \frac{db_n}{dt} &= k_n \mathcal{D}_n + \mathcal{E}_n + \mathcal{G}_n, \end{aligned}$$

where \mathcal{B}_n and \mathcal{D}_n are quadratic nonlinear coupling terms; \mathcal{C}_n and \mathcal{E}_n are dissipative terms; \mathcal{F}_n and \mathcal{G}_n are forcing terms. All these terms are chosen in order to preserve scale invariance, specific ideal invariants and other properties of the MHD equations.

Let us take the unforced shell model for MHD turbulence modified by Gloaguen *et al.* [10] from the mixed Obukhov-Novikov hydrodynamic shell model as

$$\begin{aligned} \frac{dv_n}{dt} &= Ak_n[v_{n-1}^2 - b_{n-1}^2 - h(v_n v_{n+1} - b_n b_{n+1})] + \\ &\quad + Bk_n[v_{n-1}v_n - b_{n-1}b_n - h(v_{n+1}^2 - b_{n+1}^2)] - \nu k_n^2 v_n, \\ \frac{db_n}{dt} &= Ak_{n+1}[v_{n+1}b_n - v_n b_{n+1}] + Bk_n[v_n b_{n-1} - v_{n-1}b_n] - \eta k_n^2 b_n, \end{aligned} \quad (2)$$

where $k_n = k_0 h^n$, ν is the kinematic viscosity, η is the magnetic diffusivity and A and B are arbitrary coupling coefficients. Usually, one takes $h = 2$. This system is based on the restriction to real variables, interaction only between nearest neighbors and ideal conservation of total energy and total correlation.

We are concerned with the uniparametric analysis of the inviscid model that

follows from the choice $\nu = \eta = 0$, $B = 1$ and $A = \epsilon$, written as follows:

$$\begin{aligned} \frac{dv_n}{dt} &= k_n[\epsilon(v_{n-1}^2 - b_{n-1}^2) + v_{n-1}v_n - b_{n-1}b_n] \\ &\quad - k_{n+1}[v_{n+1}^2 - b_{n+1}^2 + \epsilon(v_nv_{n+1} - b_nb_{n+1})], \\ \frac{db_n}{dt} &= \epsilon k_{n+1}[v_{n+1}b_n - v_nb_{n+1}] + k_n[v_nb_{n-1} - v_{n-1}b_n]. \end{aligned} \quad (3)$$

The ideal invariants of our system are the total energy and the cross-correlation,

$$E = \frac{1}{2} \sum (u_n^2 + b_n^2), \quad C = \sum u_nb_n.$$

In the study of blowups in the model (3), i.e. the development of singularities in initially regular solutions of our model in finite time, the following definitions of norms are most useful,

$$\begin{aligned} \|v\|_1 &= \left(\sum k_n^2 v_n^2 \right)^{1/2}, \\ \|v\|_{1,\infty} &= \sup_n k_n |v_n|. \end{aligned} \quad (4)$$

Regular solutions of (3) are such that:

$$\|v\|_1 + \|b\|_1 < \infty. \quad (5)$$

Local existence of solutions satisfying the above condition can be proved using the Picard theorem in the same way as done in [11] for the inviscid Sabra shell model (a complex model for 3D MHD turbulence, considering nearest and next-nearest neighbours and imposing all three ideal invariants [8]), making the natural modifications due to the difference in the nonlinear terms.

Formation of blowup at $t = t_c$ implies that

$$\sup_{0 \leq t < t_c} (\|v\|_1 + \|b\|_1) = \infty. \quad (6)$$

The following theorem serves as a blowup criterion for model (3).

Theorem 1 *Let $v_n(t)$ and $b_n(t)$ be a smooth solution of (3) satisfying the condition (5) for $0 \leq t < t_c$, where t_c is the maximal time of existence for such solution.*

Then, either $t_c = \infty$ or

$$\int_0^{t_c} \|v\|_{1,\infty} dt = \infty. \quad (7)$$

Proof: If (7) is satisfied, it follows that $\|v\|_{1,\infty}$ is unbounded for $0 \leq t < t_c$ and (6) is satisfied, making (7) a sufficient condition for blowup. Let us show that it is also a necessary condition. Using the definitions (4) and equations (3) we find the relation:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\|v\|_1^2 + \|b\|_1^2) &= \sum k_n^2 u_n \frac{du_n}{dt} + \sum k_n^2 b_n \frac{db_n}{dt} \\ &= \sum k_n^3 v_n [\epsilon (v_{n+1}^2 - b_{n+1}^2 - (v_nv_{n-1} - b_nb_{n-1})) \\ &\quad + v_nv_{n+1} - b_nb_{n+1} - h (v_{n-1}^2 - b_{n-1}^2)] \\ &\quad + \sum k_n^3 b_n [h\epsilon (v_{n-1}b_n - v_nb_{n-1}) + v_nb_{n+1} - v_{n+1}b_n]. \end{aligned} \quad (8)$$

Using the triangular and Cauchy-Schwarz inequalities as well as $k_n |v_n| \leq \|v\|_{1,\infty}$ for any shell number n , we can find the following inequality for some constant D :

$$\frac{d}{dt} \left(\|v\|_1^2 + \|b\|_1^2 \right) < D \|v\|_{1,\infty} \left(\|v\|_1^2 + \|b\|_1^2 \right). \quad (9)$$

From the use of the Gronwall inequality [12] we can find an upper bound for the sum of the squared norms:

$$\left(\|v\|_1^2 + \|b\|_1^2 \right)_{t=t_c} < \left(\|v\|_1^2 + \|b\|_1^2 \right)_{t=0} \exp \left(D \int_0^{t_c} \|v\|_{1,\infty} dt \right) \quad (10)$$

Showing that (7) is necessary for (6).

4 Renormalization of the system

We introduce a renormalization scheme, analogous to the one suggested by Dombre and Gilson [13] for the Obukhov-Novikov model [14, 15], with the purpose of moving t_c to infinity in the new system and making standard dynamical system methods available.

Definition Let τ be the renormalized time defined implicitly by

$$t = \int_0^\tau \exp \left(- \int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau'' \right) d\tau' \quad (11)$$

We thus define the renormalized shell speed u_n and renormalized induced shell magnetic field β_n as

$$\begin{aligned} u_n &= \exp \left(- \int_0^\tau R(\tau') d\tau' \right) k_n v_n, \\ \beta_n &= \exp \left(- \int_0^\tau R(\tau') d\tau' \right) k_n b_n. \end{aligned} \quad (12)$$

The system of equations that describe the temporal evolution of the renormalized model can be easily obtained by differentiating (12) with respect to τ , using the definition of $t(\tau)$ given by (11) and the original system (3). Our renormalized model is thus given by:

$$\frac{du_n}{d\tau} = -R(\tau)u_n + P_n, \quad \frac{d\beta_n}{d\tau} = -R(\tau)\beta_n + Q_n \quad (13)$$

where

$$\begin{aligned} P_n &= \epsilon(h^2(u_{n-1}^2 - \beta_{n-1}^2) - u_n u_{n+1} + \beta_n \beta_{n+1}) \\ &\quad + h(u_{n-1}u_n - \beta_{n-1}\beta_n) - h^{-1}(u_{n+1}^2 - \beta_{n+1}^2), \\ Q_n &= \epsilon(u_{n+1}\beta_n - u_n\beta_{n+1}) + h(u_n\beta_{n-1} - u_{n-1}\beta_n). \end{aligned} \quad (14)$$

We can determine the function $R(\tau)$ by imposing conservation of "energy" in the renormalized system (13),

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \sum u_n^2 + \beta_n^2 = \sum [u_n P_n + \beta_n Q_n] - R \sum [u_n^2 + \beta_n^2] = 0.$$

Which can be satisfied choosing

$$R(\tau) = \frac{\sum u_n P_n + \beta_n Q_n}{\sum u_n^2 + \beta_n^2} \quad (15)$$

so that $\sum (u_n^2 + \beta_n^2) = C$ is conserved.

From (12) at $\tau = 0$ and (4) for initial condition of finite norm, we have

$$\sum u_n^2 = \sum k_n^2 v_n^2 = \|v\|_1^2 < \infty.$$

From the same arguments for β_n it follows that $C < \infty$.

We now verify that the function (15) is well defined for any nontrivial solution, concerning ourselves only with such solutions in what follows.

Lemma 2 *Nontrivial solution u_n and β_n of the renormalized system (13) exists globally for $0 \leq \tau < \infty$ and is related by (11) and (12) to the solution v_n and b_n of the original system (3) for $t < t_c$, where t_c is the blowup time from Theorem 1.*

Proof: Since we have constructed the renormalized system (13) from system (3) by defining (12), it suffices only to show that (15) is well defined and that any $\tau \geq 0$ corresponds to $t < t_c$.

From the definition of the constant C above, it follows that $|u_n| < C^{1/2}$ and $|\beta_n| < C^{1/2}$. Since $C < \infty$, we need only consider the numerator in the definition of $R(\tau)$. Substitution of P_n and Q_n given by (13) leads to

$$\begin{aligned} \sum (u_n P_n + \beta_n Q_n) &= \sum u_n [\epsilon(h^2(u_{n-1}^2 - \beta_{n-1}^2) - u_n u_{n+1} + \beta_n \beta_{n+1}) \\ &\quad + h(u_{n-1} u_n - \beta_{n-1} \beta_n) - h^{-1}(u_{n+1}^2 - \beta_{n+1}^2)] \\ &\quad + \sum \beta_n [\epsilon(u_{n+1} \beta_n - u_n \beta_{n+1}) + h(u_n \beta_{n-1} - u_{n-1} \beta_n)] \end{aligned}$$

all the twelve terms above can be bounded in a similar way, as done below for the first term: $|\epsilon h^2 u_{n-1}^2| \leq |\epsilon| h^2 C$.

As such, $|R(\tau)| < \infty$ for all $\tau \geq 0$.

From the definitions (12) and that $|u_n| < C^{1/2}$ we have $|k_n v_n(t)| < \infty$, i.e. $\|v\|_{1,\infty} < \infty$, for any t corresponding to $0 \leq \tau < \infty$. By Theorem 1 we have that $t < t_c$.

Next, we shall study the symmetries of the renormalized system (13) and how they are related to the symmetries of the original system (3).

It follows from the usual analysis that the renormalized system has the following symmetries:

(S.R.1) $\tau \rightarrow \tau/a$, $u_n \rightarrow a u_n$, $\beta_n \rightarrow a \beta_n$ for arbitrary real constant a ;

(S.R.2) $\tau \rightarrow \tau - \tau_0$ for arbitrary real constant τ_0 ;

(S.R.3) $u_n \rightarrow u_{n+1}$, $\beta_n \rightarrow \beta_{n+1}$

Lemma 3 *The symmetries (S.R.1)-(S.R.3) of the renormalized system (13) are equivalent to the following symmetries of the original system (3):*

(S.N.1) $t \rightarrow t/a$, $v_n \rightarrow a v_n$, $b_n \rightarrow a b_n$

for arbitrary real constant a ;

(S.N.2) $t \rightarrow t/a - t_0$, $v_n \rightarrow a v_n$, $b_n \rightarrow a b_n$, where both a and t_0 are constants uniquely determined by τ_0 in (S.R.2);

(S.N.3) $v_n \rightarrow h v_{n+1}$, $b_n \rightarrow h b_{n+1}$

Solutions of the renormalized system (13) correspond to solution of the original system (3) by definitions (11) and (12).

Here we prove only symmetry (S.N.2), which is the most complicated. The other symmetries are proven with similar arguments.

Proof of (S.N.2):

Let $\hat{\tau} = \tau - \tau_0$, $\hat{u}_n(\hat{\tau}) = u_n(\tau)$, $\hat{\beta}_n(\hat{\tau}) = \beta_n(\tau)$. It follows that $\hat{R}(\hat{\tau}) = R(\tau) = R(\hat{\tau} + \tau_0)$.

From definition (11):

$$\begin{aligned} \hat{t} &= \int_0^{\hat{\tau}} \exp\left(-\int_0^{\tau'} \hat{R}(\tau'') d\tau''\right) d\tau' = \int_0^{\tau-\tau_0} \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'' + \tau_0) d\tau''\right) d\tau' \\ &= \int_{\tau_0}^{\tau} \exp\left(-\int_{\tau_0}^{\xi'} R(\xi'') d\xi''\right) d\xi' \\ &= \frac{\int_0^{\tau} \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau''\right) d\tau'}{\exp\left(-\int_0^{\tau_0} R(\tau') d\tau'\right)} - \int_0^{\tau_0} \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau''\right) d\tau' \\ &= \frac{t}{a} - t_0 \end{aligned}$$

where the substitution $\xi = \tau - \tau_0$ has been briefly used and

$$a = \exp\left(-\int_0^{\tau_0} R(\tau'') d\tau''\right), \quad t_0 = \int_0^{\tau_0} \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau''\right) d\tau'$$

In a similar manner:

$$\begin{aligned} \hat{v}_n(\hat{\tau}) &= \exp\left(\int_0^{\hat{\tau}} \hat{R}(\tau') d\tau'\right) k_n^{-1} \hat{u}_n(\hat{\tau}) = \exp\left(\int_0^{\tau-\tau_0} R(\tau' + \tau_0) d\tau'\right) k_n^{-1} u_n(\tau) \\ &= \exp\left(\int_{\tau_0}^{\tau} R(\xi') d\xi'\right) k_n^{-1} u_n(\tau) = av_n(t) \end{aligned}$$

Simmety for $b_n(t)$ follows in exactly the same manner.

Blowup in the original system can be understood from analysis of limiting solutions of the renormalized system. In this work we are concerned with the study of self-similar and periodic solutions of system (13).

5 Pure hydrodynamic model

For $b_n \equiv 0$ our system reduces to:

$$\frac{dv_n}{dt} = k_n[\epsilon(v_{n-1}^2 - hv_n v_{n+1}) + v_{n-1}v_n - hv_{n+1}^2] \quad (16)$$

which is associated by definitions (11) and (12) to the system:

$$\begin{aligned} \frac{du_n}{d\tau} &= -R(\tau)u_n + P_n \\ P_n &= \epsilon(h^2u_{n-1}^2 - u_n u_{n+1}) + hu_{n-1}u_n - h^{-1}u_{n+1}^2 \end{aligned} \quad (17)$$

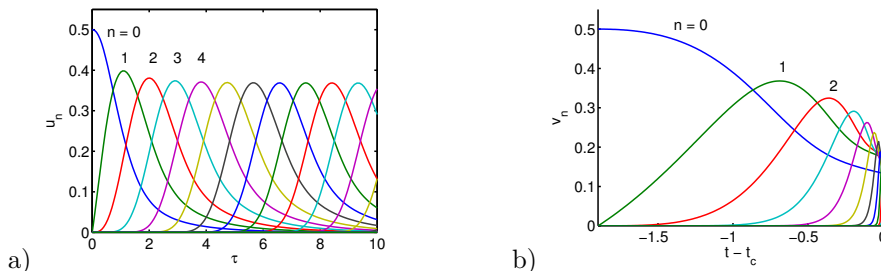


Figure 1: Blowup for the inviscid O.N. hydrodynamic shell model for $\epsilon = 0.5$: a) soliton for renormalized variable $u_n(\tau)$; b) numerical solution for variable $v_n(t)$. $t_c = 1.89$ is equilant to $\tau \rightarrow \infty$.

For ϵ between $[-10, -1]$ and $[0.5, 10]$ we have numerically found only traveling wave asymptotic solutions for (17), which were first observed in [13]. In the following numerical solutions presented we have made the choices $k_0 = 1$, $h = 2$. Figure 1 shows solution for $\epsilon = 0.5$.

For large τ , asymptotic solutions are solitary travelling waves:

$$u_n(\tau) = aU(n - a\tau) \quad (18)$$

which travels between shells towards large n with constant positive speed a . Note that a in (18) is related to symmetry (S.R.1). Function $U(\xi) \rightarrow 0$ as $\xi \rightarrow \pm\infty$.

The following theorem, modified from the similar result in [13], gives self-similar solutions for the original variables $v_n(t)$ based on the solutions found for the renormalized variables $u_n(\tau)$. Note that similar solutions for shell velocities have been found by [16, 17, 18, 19].

Theorem 4 Taking $a = 1$ in (18), let us define the scaling exponent

$$y = \frac{1}{\log h} \int_0^{1/a} R(\tau) d\tau \quad (19)$$

and the function

$$V(t - t_c) = \exp\left(\int_0^\tau R(\tau) d\tau\right) U(-\tau) \quad (20)$$

where τ is related to t by (11) and $R(\tau)$ is given by (15).

If $y > 0$, then solution $v_n(t)$ related to (18), for arbitrary positive constant a , is given by

$$v_n(t) = ak_n^{y-1} V(ak_n^y(t - t_c)) \quad (21)$$

where the blowup time $t_c < \infty$ is given by

$$t_c = \int_0^\infty \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau''\right) d\tau' \quad (22)$$

Proof: From (3) we have that:

$$t - t_c \mapsto \frac{t - t_c}{a}, \quad \text{then} \quad v_n \mapsto av_n$$

showing that the dependence of a in both (18) and (21) is due to the same symmetry. As such, we can make the choice $a = 1$ in the rest of the proof without loss of generality.

First, let us show that integral (22) converges. From (18) and (15), we conclude that $R(\tau)$ must be periodic with period $1/a = 1$. As such, from definition (19), a constant D can be found satisfying the inequality

$$\int_0^\tau R(\tau') d\tau' > D + \tau y \log h > 0$$

which, from definition of t_c gives the desired result for every positive y

$$t_c < \int_0^\infty \exp(-D - \tau y \log h) < \infty$$

From (19), definition of k_n for $k_0 = 1$ and periodicity of $R(\tau)$, for any τ we arrive at:

$$k_n^y = \exp\left(\int_\tau^{\tau+n} R(\tau') d\tau'\right) \quad (23)$$

Let us study time t' correspondent to $\tau + n$. Using definitions (11) and (22)

$$\begin{aligned} t_c - t' &= \int_{\tau+n}^\infty \exp\left(-\int_0^{\tau'} R(\tau'') d\tau''\right) d\tau' = \int_\tau^\infty \exp\left(-\int_0^{\hat{\tau}+n} R(\tau'') d\tau''\right) d\hat{\tau} \\ &= \int_\tau^\infty \exp\left(-\int_0^{\hat{\tau}} R(\tau'') d\tau'' - \int_{\hat{\tau}}^{\hat{\tau}+n} R(\tau'') d\tau''\right) d\hat{\tau} \end{aligned}$$

where change of variables $\tau' = \hat{\tau} + n$ was made. Using (23) we arrive at

$$t_c - t' = k_n^{-y}(t_c - t) \quad (24)$$

Similarly, using (12), (23), (18) and definition (20)

$$\begin{aligned} v_n(t') &= k_n^{-1} \exp\left(\int_0^{\tau+n} R(\tau') d\tau'\right) u_n(\tau + n) \\ &= k_n^{y-1} \exp\left(\int_0^\tau R(\tau') d\tau'\right) U(-\tau) = k_n^{y-1} V(t - t_c) \end{aligned}$$

Using (24) we arrive at the intended equation for $a = 1$

$$v_n(t) = k_n^{y-1} V(k_n^y(t - t_c))$$

Note that the function $V(\xi)$ and the scaling exponent y do not depend on initial conditions. As a result, asymptotic solutions of the form (21) are universal.

6 MHD model

Let us return to the MHD models (3) and (13) with nonzero shell magnetic fields.

We present numerical solutions for the initial shell model (3) showing blowup as well as numerical solutions to the renormalized system (13). All simulations are carried out under the same values for the initial conditions, which are determined for the renormalized system from initial conditions for the shell model and renormalization scheme presented in (11) and (12); the initial conditions used are: $v_0(0) = 0.5$, $v_1(0) = 0.15$, $b_0(0) = 0.3$ and $b_1(0) = 0.01$. Only the parameter ϵ is varied.

6.1 Self-similar solution

For $\epsilon = 0.5$ we have found self-similar solution for the renormalized shell speed, shown in Fig.2; blowup happens at $t_c = 1.7482$.

We observe a traveling wave solution for renormalized shell velocities, simi-

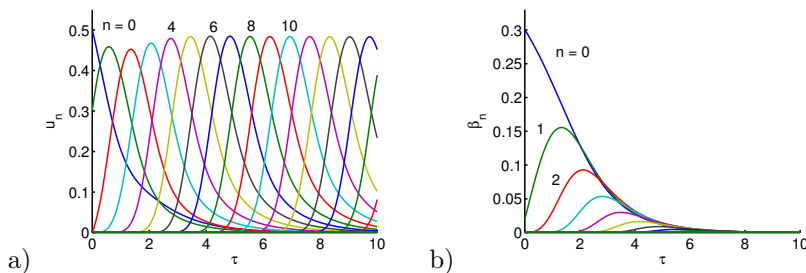


Figure 2: Numerical solutions for (13) for (a) renormalized shell speed $u_n(\tau)$ and (b) renormalized induced shell magnetic field $\beta_n(\tau)$ for $\epsilon = 0.5$.

ilar to the ones shown in Fig. 1a, while the renormalized induced magnetic field vanishes rapidly, indicating transformation of "magnetic energy" to "kinetic energy".

The corresponding numeric solutions to the original shell model (3) are shown in Fig.3. Note that the general behaviour of the shell speed is very similar to the one presented for the hydrodynamic shell model in Section 5, and that blowup does not seem to happen for the induced magnetic field. Observe that, as system approaches blowup, magnetic energy increases monotonically.

6.2 Periodic solution

We have numerically found periodic solutions for the induced magnetic field for $\epsilon = -1.45$, shown in Fig.4b. For this value of ϵ we have calculated $t_c = 2.4761$.

We observe that the solution for the renormalized shell velocity is a traveling wave while the solution for the renormalized induced magnetic field is given by a slowly decaying pulsating wave. The considerably small decaying rate of the induced shell magnetic field amplitudes suggests the possibility of renormalized solutions analogous to the dynamo effect.

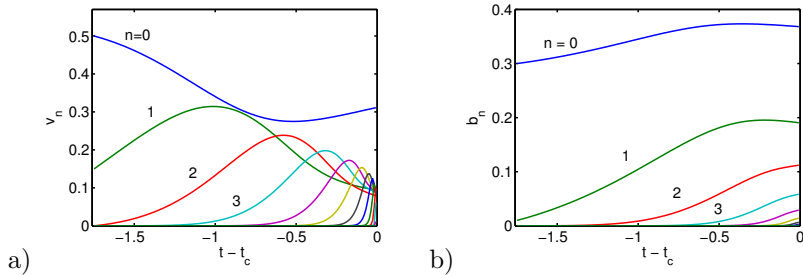


Figure 3: Numerical solutions for (3) for (a) shell speed $v_n(t)$ and (b) induced shell magnetic field $b_n(t)$ for $\epsilon = 0.5$. Blowup happens at $t_c = 1.7482$.

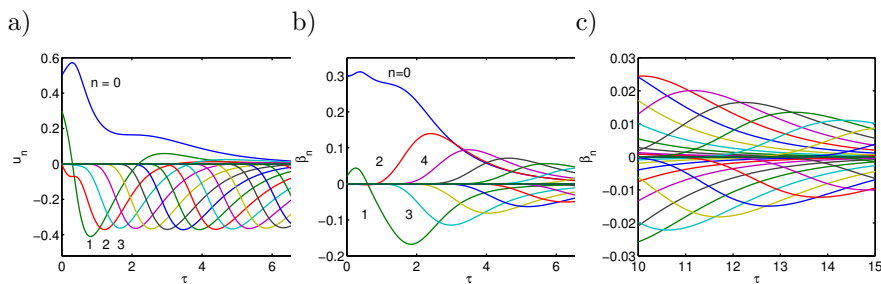


Figure 4: Numerical solutions of system (13) for (a) renormalized shell speed $u_n(\tau)$ and (b, c) renormalized induced shell magnetic field $\beta_n(\tau)$ for $\epsilon = -1.45$ at different intervals of τ .

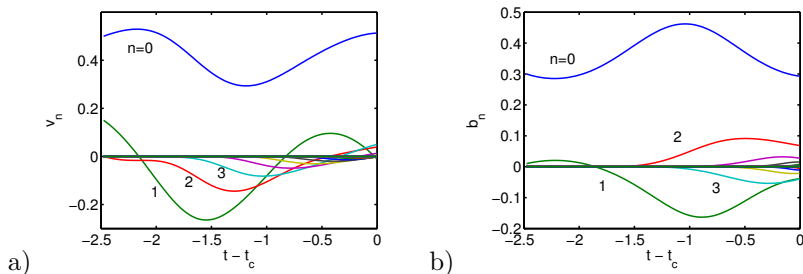


Figure 5: Numerical solutions for (3) for (a) shell speed $v_n(t)$ and (b) induced shell magnetic field $b_n(t)$ for $\epsilon = -1.45$. Blowup happens at $t_c = 2.4761$.

Fig. 5 shows numeric solution to the original shell model. We observe the same general behaviour shown in Fig. 4, suggesting the possibility of finding asymptotic solutions to the initial system (3) from analysis of solutions for the renormalized system (13), as done in Section 5 and [20].

7 Conclusion

Starting from the unforced inviscid case of the shell model of magnetic turbulence proposed in [10, 6], we numerically studied its blowup and followed the

path proposed in [20], proving a new analytic criterion for blow-up in this system. We proposed a renormalization scheme in the spirit of [13, 20] and carried out the study of the relations between the renormalized and original systems. Based on this study, a method for obtaining asymptotic solutions for the pure hydrodynamic model (16) is proposed as done by [20] and we present some numeric solutions supporting the possibility of finding a similar result for our studied model.

As a future work we expect to prove a method similar to Theorem 4 for the analysis of systems (3) and (13), as well as carry on this analysis numerically.

8 Acknowledgements

This work was supported by project 137907/2012-5 (UnB/CNPq) and PRH-32 ANP/MCTI.

References

- [1] Eyink, G.L., Sreenivasan, K.R., *Rev. Mod. Phys.* 78, 87 (2006).
- [2] Mailybaev, A., *Phys. Rev. E* 58, 1811 (2012).
- [3] Frisch, U. *Turbulence: the legacy of A.N. Kolmogorov*. Cambridge: Cambridge University Press (1995).
- [4] Biskamp, D., *Magnetohydrodynamic turbulence*. Cambridge: Cambridge University Press (2003).
- [5] Biferale, L., *Annu. Rev. Fluid Mech.* 35, 441 (2003)
- [6] Giuliani, P., Shell models for MHD turbulence; Passot, T., Sulem, P.L., *Nonlinear MHD waves and turbulence (Lecture notes in Physics)*, Vol. 536: 331-345, Berlin: Springer Berlin Heidelberg (1999).
- [7] Brandenburg, A., Enqvist, K., Olesen, P., *Phys. Lett. B* 392, 395 (1997).
- [8] Plunian, F., Stepanov, R., Frick, P., *Physics Reports* 523, 1 (2013).
- [9] Biskamp, D., *Nonlinear magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press (1993).
- [10] Gloaguen, C., Léorat, J., Pouquet, A., Grappin, R., *Physica D* 17, 154 (1985).
- [11] Constantin, P., Levant, B., Titi, E.S., *Phys. Rev. E* 75(1), 016304 (2007).
- [12] Hirsch, M., Smale, S., Devaney, R., *Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos*, 3rd. edition. Waltham: Academy Press (2013).
- [13] Dombre, T. and Gilson, J.L., *Physica D* 111(1-4), 265 (1998).
- [14] Obukhov, A.M., *Azv. A.N. SSSR Fiz. Atmos. Okeana* 7, 471 (1971).

- [15] Desnyansky, V.N., Novikov, E.A., *Izv. A.N. SSSR Fiz. Atmos. Okeana* 10(2), 127 (1974).
- [16] Nakano, T., *Prog.Theor.Phys.* 79, 569 (1988)
- [17] Uhlig, C., Eggers, J., *Z.Phys.B* 103, 69 (1997).
- [18] L'vov, V.S., Pomyalov, A., Procaccia, I., *Phys.Rev.E*, 63, 056118 (2001).
- [19] Siggia, E.D., *Phys.Rev.A* 17, 1166 (1978).
- [20] Mailybaev, A., *Nonlinearity* 26, 1105 (2013).
- [21] Landau, L.D., Lifshitz, E.M. *Fluid Mechanics: A Course in Theoretical Physics, vol. 6.* Oxford: Pergamon (1987).

Múltiplas representações para o ensino de vetores: perspectivas proporcionadas por um tratamento da soma vetorial utilizando o compasso Euclidiano

(Multiple representations for teach vectors: prospects offered by a treatment of the
vector sum using the Euclidean compasses)

THIAGO MACHADO DA COSTA*

Instituto Federal de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

Resumo

A partir da constatação acerca da dificuldade encontrada por alunos brasileiros em relação à soma vetorial, este trabalho visa analisar os tipos de representações utilizadas por estudantes na resolução de problemas sobre esse tópico. Foram analisados testes antes e depois da execução de uma sequência didática que utilizou o compasso Euclidiano como ferramenta para aplicar a regra do paralelogramo a fim de verificar se esse tipo de tratamento favoreceria a compreensão sobre módulo dos vetores resultantes. O primeiro teste revelou a visão não intuitiva dos alunos em relação à soma de vetores em diferentes direções e falhas de conversão entre os registros algébrico e geométrico, enquanto o segundo mostrou que a utilização do registro geométrico facilitou o cálculo da intensidade do vetor resultante.

Palavras-chave: desenho geométrico, ensino de física, registros de representação semiótica, soma vetorial.

Based on the observation about the difficulty of Brazilian students in relation to the vector sum, this paper aims analyze the types of representations used by students in solving problems on this topic. Tests were analyzed before and after the implementation of an instructional sequence that used the Euclidean compasses as a tool to apply the rule of the parallelogram in order to verify that such treatment would favor the understanding about module of the resulting vectors. The first test revealed a no intuitive vision of the students to the sum of vectors in different directions and conversion gaps between algebraic and geometric records, while the second shows that the use of the geometric register facilitated the calculation of the intensity of the resultant vector.

Keywords: geometric draw, physics education, semiotic registers of representation, vector sum.

*E-mail: thiago.costa@ifb.edu.br

1 Introdução

O contato inicial dos estudantes de Ensino Médio com a representação vetorial ocorre por meio da abordagem geométrica, que associa a ideia de vetor a grandezas as quais não são totalmente caracterizadas apenas pela sua intensidade. Assim, o deslocamento de uma partícula ou sua velocidade aparecem como exemplos clássicos utilizados pelos professores de física. Entretanto, apesar de ser tratado somente no contexto dessa disciplina, os conceitos geométricos mobilizados para trabalhar com vetores são caracterizados por uma estrutura bastante particular, haja vista que uma grandeza física vetorial empresta da matemática uma linguagem com regras a qual devem se submeter [1]. Apesar disso, as duas disciplinas têm abordagens bastante distintas para o assunto.

De acordo com Poynter e Tall [2], a abordagem do conceito de vetor na física foca principalmente a representação gráfica de grandezas mecânicas, enquanto que, na matemática, essa ideia permanece apenas enquanto se trata da translação de um ponto no espaço, ideia que tende a se aproximar posteriormente da álgebra linear, em detrimento da representação geométrica. Nesse sentido, partindo do consenso de que a matemática está alojada no corpus das ciências, e na física em particular, não só como ferramenta, mas como estruturante do pensamento físico, e também considerando as diferenças epistemológicas existentes entre as duas áreas, é imperativa a necessidade de se observar cautelosamente a maneira como o conceito de vetor deve ser ensinado e aprendido quando dentro dos domínios da física.

O cuidado relatado é necessário principalmente quando se fala em operações com vetores, visto que a fragilidade no entendimento da representação vetorial para esses tratamentos é uma defasagem em um conceito matemático que implica na falta de compreensão de conceitos físicos. Talvez seja esse o mais relevante e complexo problema enfrentado pelos professores de física, pois, de acordo com alguns autores [3][4], mesmo depois de apresentados à regra do paralelogramo, por exemplo, os alunos ignoram o fato geométrico de existir um ângulo entre dois segmentos orientados na hora de calcular a intensidade do vetor resultante, apesar de conseguirem representar sua direção de forma correta em alguns casos.

Segundo Menon [3], a soma geométrica de vetores é geralmente bem compreendida pelos alunos depois que a regra do polígono é apresentada. Além disso, é intuitivo que o tamanho dos segmentos representados é proporcional à intensidade do vetor. É justamente nessa conjectura que reside o problema: como a maioria das representações é feita sem rigor de tamanho, os alunos acabam operando com vetores como fazem com escalares sem se darem conta de que suas respostas, na maioria dos casos, não correspondem aos desenhos feitos [4]. Em outras palavras, existe uma dificuldade tácita na compreensão de que operações vetoriais não representam simples manipulações algébricas dos módulos dos vetores envolvidos. Isso demonstra que a relação entre a álgebra e geometria não é explícita: o ente matemático representado por meio da seta carrega significados não perceptíveis instantaneamente e suas operações são muitas vezes não intuitivas. A soma entre dois vetores evidencia bastante essa ideia. Ao observarmos os trabalhos de Carvalho e Villani [3], Bittar [5] e Carneiro [6], os quais descrevem sequências didáticas com diferentes enfoques no que diz respeito à adição de vetores, é possível enumerar e exemplificar algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes:

1. Falta de habilidade para operar com setas análogas, o que inclui a incompreensão sobre o vetor manter suas propriedades quando transladado no plano.

2. Não entendimento acerca do significado da operação da soma geométrica como a representação por meio de uma seta única do efeito gerado por todas as setas a serem somadas.
3. Confusão entre a soma dos vetores e de seus módulos. Há incompreensão, por exemplo, sobre o módulo do vetor resultante da soma de dois vetores antiparalelos ser uma subtração de seus módulos.
4. Não mobilização do efeito físico para encontrar o vetor resultante, o que implica na incompreensão da soma de vetores em direções diferentes e, portanto, da regra do paralelogramo.
5. Indistinação entre o vetor e sua representação.

Como os estudos foram feitos em diversos níveis de escolarização, essas constatações revelam que os estudantes vêm utilizando em larga escala suas concepções prévias para tratar os problemas envolvendo vetores ou, ainda, vêm fazendo-a de forma mecânica, ausente de significado. Essa é uma preocupação discutida por Andrade e Bario [7], os quais defendem que deve haver a preocupação de se ensinar as operações com vetores com a preocupação em dar-lhes o significado matemático por elas carregado. Dessa maneira, não é benéfico lançar mão de algoritmos prontos, que são relativamente mais simples de serem memorizados e utilizados. Pensando dessa maneira, é necessário, então, estabelecer uma conceituação da soma vetorial de forma que a mesma seja compreendida de forma significativa pelos estudantes.

Carneiro [6] defende que a ausência de significado para a operação de soma pode ser revertida a partir da atribuição de um efeito físico que vai além da translação matemática. De acordo com essa proposta, alguns empecilhos enumerados anteriormente poderiam ser superados, visto que o ente matemático aqui discutido fica dotado de significação: um vetor é equivalente a outro, se os dois representam o mesmo efeito físico. A soma de vetores passa a ser representada como outro vetor que tem o mesmo efeito físico da combinação dos que foram somados. Assim, entender porque o tamanho do vetor resultante nem sempre é a soma dos módulos dos vetores que o originaram ou que a representação geométrica de vetores em direções diferentes pode ser a diagonal de um paralelogramo torna-se mais natural.

Essa ideia é favorecida pela representação dos vetores na forma gráfica. Isso porque, de acordo com trabalhos publicados na área de matemática [8] [9], a utilização do desenho geométrico permite concretizar conhecimentos geométricos teóricos, facilitando a definição de conceitos e a demonstração de propriedades, e mobilizar as capacidades de planejamento e organização, a partir da conexão entre o raciocínio espacial e a percepção visual, de modo a facilitar o pensamento lógico-dedutivo. Tais vantagens oferecidas pelo desenho corroboram, inclusive, o papel das construções geométricas relatadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) [10], ou seja, permitir a visualização a fim de provar propriedades e fazer conjecturas por meio do uso de régua e compasso.

Esse rigor proporcionado pelos instrumentos não seria necessário caso o objetivo fosse entender a direção de um vetor resultante de uma soma, entretanto quando se fala em vetores inclinados em diferentes direções, é complicado desprezar o rigor instrumental a partir do momento em se procura a intensidade do ente geométrico, e fazer isso é deixar de oportunizar a criação de conjecturas pelo aluno, que, como foi argumentado anteriormente, não tem como intuitivos os valores para esses resultantes. Por esse motivo, lançar mão das construções geométricas parece ser uma estratégia bastante pertinente para o estudo da geometria e, portanto, dos vetores.

Entretanto, por conta do conteúdo de vetores não ser contemplado pelo currículo de matemática do ensino brasileiro, menos ainda quando se fala em construções geométricas com régua e compasso, não há estudos que o abordam nesse contexto.

Dessa forma, propõe-se analisar aqui se a abordagem da soma vetorial utilizando também as construções com régua e compasso pode apresentar-se como uma nova maneira não só de visualizar o problema, mas de tratá-lo, pois, dessa forma, pode fornecer uma alternativa para amenizar a dificuldade encontrada pelos estudantes no que se refere às operações com vetores. A análise pode ser melhor guiada pela teoria das representações semióticas de Raymond Duval, visto que seus pressupostos tratam das diversas forma de representar um objeto matemático e como podem ser manipuladas na resolução de problemas.

2 Referencial Teórico

Raymond Duval é o precursor da teoria a qual defende que a aprendizagem em matemática é possível somente quando o sujeito é capaz de empregar diferentes representações de conceito advindas de registros diversos. Com o objetivo de tentar explicar de que maneira as representações de objetos utilizados na matemática influenciam no processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina, a denominada teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) foi desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês, cuja máxima é de que “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas” [11], p.15.

Para entender de que ponto de vista o autor conceitua a expressão representações semióticas, bem como a forma como as ideias geradas a partir desse conceito podem ser aproveitadas para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem dos vetores, é necessária uma definição mais precisa de alguns termos referentes à teoria.

2.1 Registro de Representações Semióticas

A partir do que chama de paradoxo cognitivo do acesso aos objetos de conhecimento, Duval [12] descreve os dois requisitos necessários para que estudantes consigam acessar o pensamento matemático: a escolha obrigatória de uma representação semiótica e a distinção entre essas e o objeto que representam. O aparente contrassenso se dá porque, para o autor, o único acesso aos objetos matemáticos se dá por meio de sua representação, que “se refere a uma grande variedade de atividades de significação: crenças firmes e abrangentes sobre algo, várias formas para evocar e denotar objetos” [13], p.3. De forma mais simples, a representação seria uma maneira de retratar o objeto que possui caráter abstrato para que se possa agir cognitivamente sobre ele.

As representações descritas pela RRS são denominadas semióticas porque, além de serem conscientes, necessitam de um signo, notação ou conjunto de símbolos para corresponderem a um objeto. Quando em conjunto, as representações vão formar os sistemas semióticos de representação, que reúnem os códigos utilizados para retratar conceitos. Justamente pela característica peculiar de promover a articulação entre as atividades cognitivas básicas, esse sistema semiótico é denominado registro.

A partir do que foi dito anteriormente, há de se destacar que os símbolos não são utilizados apenas para representar os conceitos, mas são promotores da ligação consciente entre as atividades cognitivas como o raciocínio, a conceitualização e a resolução de problemas. A mobilização desses processos é imprescindível para que haja progressão na aprendizagem, pois eles permitirão que o estudante seja capaz

de perpassar um objeto de estudo por diversos sistemas de representação semiótica, ocasião a qual Duval [12] acredita ser a primeira indicação de progresso no aprendizado.

A partir do momento em que há progresso na aprendizagem, sua real efetivação se dá a partir da resolução do conflito cognitivo comentado anteriormente, ou seja, a partir do momento em que o aluno é capaz de diferenciar o objeto de suas representações. Quando há a compreensão de que essas são apenas o meio para acesso àquele, provavelmente houve a compreensão do conceito. Castro [14], especificamente para o conceito de vetor, relata que a não resolução do paradoxo cognitivo faz com que a incompreensão de um conceito se propague e prejudique a aquisição de outros, pois os alunos tendem a conceituar vetor como uma flecha desenhada no espaço, identificando uma das representações do objeto, mas não o objeto em si. Isso se dá possivelmente por conta do uso de pouca variedade de sistemas de representação semióticas.

Dessa maneira, é necessário verificar quais são os possíveis sistemas a serem e mais frequentemente usados e de que forma podem ser trabalhados para favorecer a compreensão dos alunos em relação ao objeto matemático aqui discutido. A diferenciação entre tipos de representação semiótica é de suma importância para a análise da atividade matemática sob o ponto de vista do processo de ensino-aprendizagem, principalmente quando se fala de resolução de problemas e da produção dos estudantes nessa área de conhecimento. Os tipos de registros, bem como as variadas representações que abarcam, estão representados de forma esquemática na Figura 1.

	REPRESENTAÇÕES DISCURSIVAS <i>Denotação de objetos (nome, sinais...) / Demonstração de relações ou propriedades/ Inferência (dedução, cálculo...)</i>	REPRESENTAÇÕES NÃO DISCURSIVAS <i>(perspectiva em 0, 1, 2 e 3 dimensões)</i>
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS não podem ser sistematizados na forma de algoritmo	EM LINGUAGEM NATURAL Oral: <i>Explicações, argumentações, deduções</i> Escrita (visual): <i>teoremas, provas e demonstrações</i>	Icônica: <i>esboço, desenho, protótipo</i> Não icônica: <i>figuras geométricas, que também podem ser obtidas a partir de construções geométricas</i>
REGISTROS MONOFUNCIONAIS a maioria dos processos são algoritmizáveis	EM SISTEMAS SIMBÓLICOS Somente escrito (impossível de ser dito oralmente): <i>Cálculo, sistemas de escrita (numérica, algébrica, simbólica), demonstrações</i>	Representações em eixos orientados (cartesianos) ou não: <i>Gráficos, diagramas, sistemas de coordenada, interpolação e extrapolação</i>

Figura 1: Os diversos registros utilizados na atividade matemática e suas classificações - Adaptado de Duval [13]

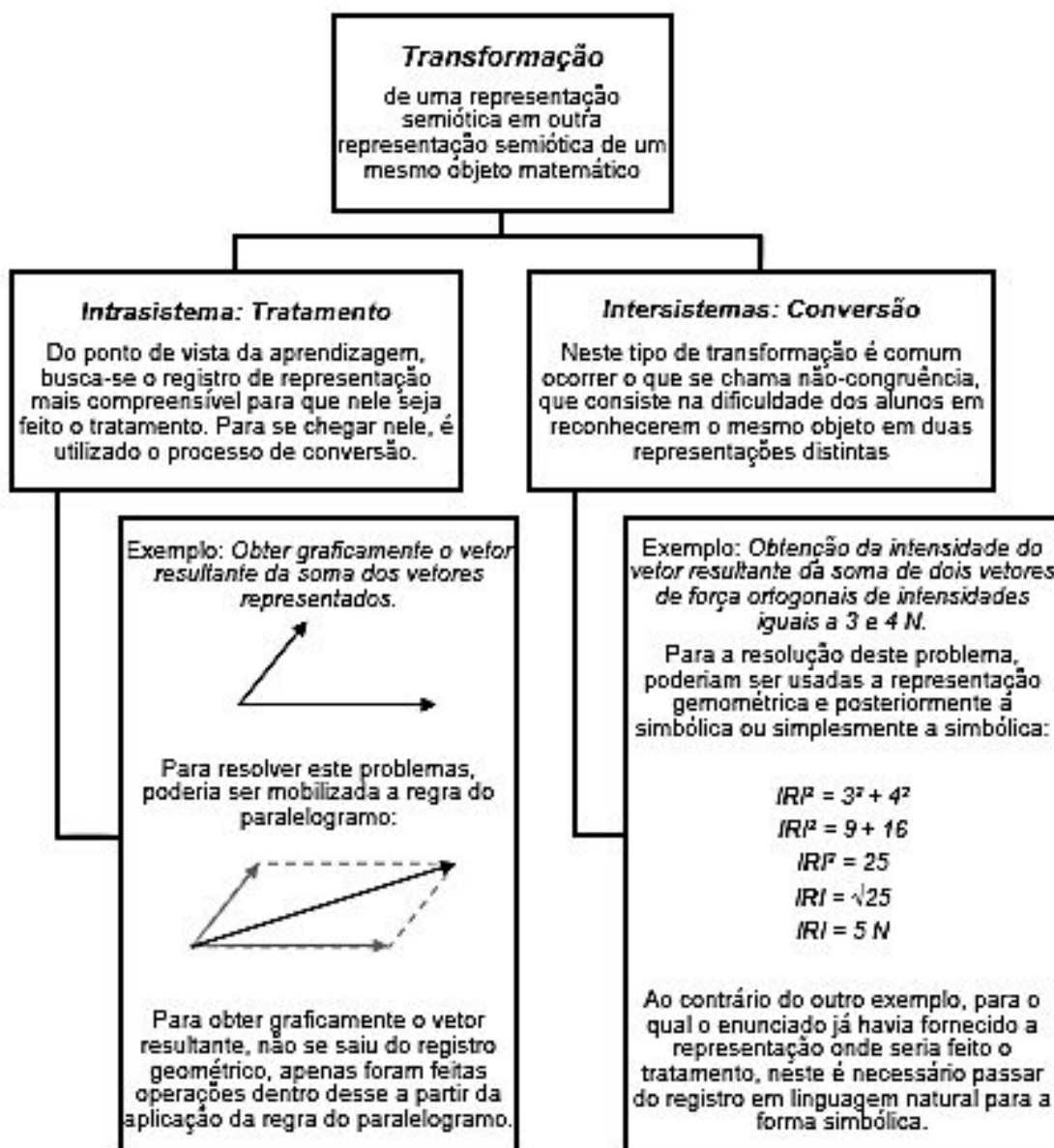


Figura 2: Transformações de representações semióticas

Para que haja a permutação entre os vários tipos de representação semióticas mostrados na Figura 1, requisito indispensável para a aprendizagem em matemática, a teoria RRS sugere que dois tipos de procedimentos podem ser mobilizados: a conversão e o tratamento. Este último é caracterizado por transformações das representações sem que seja mudado o registro, enquanto que aquela primeira representa exatamente a mudança de um registro para outro sem que o objeto de estudo seja modificado. A Figura 2 mostra, de forma esquemática e comparativa, um diagrama que exemplifica as transformações intra e intersistemas de representação para o conceito de vetor. Apesar de o diagrama fornecer uma ideia de como a RRS pode ser aplicada na manipulação do ente geométrico, é necessário também lembrar algumas peculiaridades da linguagem vetorial de modo a verificar possíveis tratamentos e conversões a serem realizados com auxílio de régua e compasso.

2.2 Linguagem vetorial e RRS

Um vetor é uma classe de segmentos geométricos orientados que possuem a mesma direção, tamanho e sentido, cuja notação adotada para identificá-lo é composta geralmente por uma letra (ou letras identificadoras dos pontos inicial e final) com seta sobreposta. Essa é uma maneira de definir o conceito na forma de linguagem natural entretanto, uma conversão para a representação gráfica seria o desenho de uma flecha caracterizado por comprimento, direção e sentido. Dentro desse tipo de registro, é possível enumerar e exemplificar propriedades que um vetor pode assumir em relação a outros e que são importantes quando se deseja tratar geometricamente a soma vetorial. A Figura 3 mostra algumas das comparações possíveis entre dois vetores segundo suas características gráficas.

Como já foi discutido anteriormente, é de difícil compreensão por parte dos alunos a soma de dois vetores que estão em direções diferentes. Na maioria dos materiais que abordam esse conteúdo, essa operação é motivada por um fato concreto, geralmente por meio da ideia física de deslocamento. Entretanto, o deslocamento representa uma situação particular na qual os vetores já estão unidos em sequência. Para a situação geral, é necessário lançar mão da relação de equipolência¹ para justificar o translado de um vetor no espaço sem que ele perca as suas informações originais.

É interessante a maneira como Leithold [16] trata a interpretação geométrica da soma de dois vetores: um vetor \vec{U} translada um ponto A, que determina sua origem, para um ponto B em seu final (1), ponto o qual é transladado para um ponto C no final do segundo vetor \vec{V} que está sendo somado (2). O vetor resultante seria o vetor equivalente ao deslocamento de A para C, pois representa outra maneira de escrever o mesmo translado. As representações dos vetores \vec{U} e \vec{V} são, dessa forma, lados adjacentes de um paralelogramo cuja diagonal é a resultante $\vec{U} + \vec{V}$ (Figura 3).

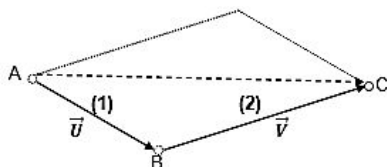


Figura 3: Representação geométrica da regra do paralelogramo.

¹Existe uma relação de equipolência entre dois vetores quando são equivalentes, ou seja, quando podem ser representados por segmentos de reta com mesmo módulo, direção e sentido. Essa relação é mantida independentemente de qualquer translação no espaço a qual pode ser submetido qualquer segmento orientado.

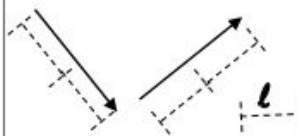
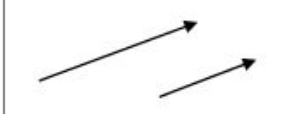
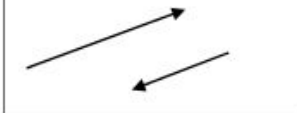


Vetor nulo	$\cdot A$
Mesmo comprimento	
Mesma direção e sentido	
Mesma direção e sentido contrários	
Diferentes comprimento e direções (sentidos não comparáveis)	
Mesmo comprimento, direção e sentido (mesmo vetor)	

Figura 4: Comparação entre vetores segundo suas características gráficas.

Da maneira como é tratada, a forma anteriormente retira a ideia de juntar vetores para a de representar de forma equivalente. Se entendida pelos alunos de acordo com aquela primeira concepção, o entendimento sobre a soma de vetores acontece a duras penas, enquanto que utilizando a segunda, é possível fazer uma analogia com os escalares, para os quais a soma possui a mesma interpretação, já conhecida pelos estudantes. Entretanto, caso seja feita a associação, deverá ser de modo cauteloso, de modo a explicitar de forma clara com que sentido a palavra soma está sendo utilizada.

A partir dessas ideias expostas, se o registro geométrico for eleito para resolver problemas por parte dos alunos, é necessário estabelecer tratamentos dentro desse sistema, visto que somente a partir da manipulação do objeto de estudo se chega à resposta requerida por um exercício, por exemplo. Dessa forma, visando propor técnicas pertencentes ao domínio das representações não-discursivas dos registros multifuncionais, será apresentado o problema da soma de vetores sob um tratamento baseado nas construções geométricas fundamentais com régua e compasso. Acredita-se que essa maneira alternativa de tratar aquele problema possa tornar sua resolução mais intuitiva, além de permitir demonstrações e criação de conjecturas.

3 Metodologia

Foi empregada uma metodologia de cunho qualitativa-interpretativa com 93 alunos de quatro turmas de 8º ano do Ensino Fundamental, durante o horário normal de

aula destinado à disciplina de Desenho Geométrico. Esses estudantes já haviam estudado noções acerca do conceito de força como uma grandeza vetorial na disciplina de física. De acordo com o conteúdo programático dessa disciplina, até o momento de início da pesquisa os estudantes deveriam ser capazes de resolver problemas em que duas forças encontram-se na mesma direção. Entretanto, o material utilizado nas aulas de física não abrangia o conteúdo de vetores, atendo-se apenas à distinção entre grandezas escalares e vetoriais.

Em relação aos conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico (DG), todas as turmas participantes já haviam visto as construções fundamentais com régua e compasso necessárias para desenvolver a atividade proposta, i.e., construção de paralelas, perpendiculares, bissetrizes, ângulos, polígonos e transporte de ângulos, assim como a parte introdutória sobre vetores, ou seja, definição, notação, uso, características e a propriedade de equipolência. Acredita-se, assim, que os estudantes já tivessem desenvolvido raciocínio geométrico-espacial básico, manuseio correto dos instrumentos de desenho e nível de abstração para o desenvolvimento da proposta. Em matemática, e também em DG, foram trabalhados os teoremas de Tales e Pitágoras.

Para a aplicação da proposta, as turmas não sofreram nenhum tipo de separação, visto que o objetivo não era de verificar a soberania de uma metodologia de ensino em relação a outras. Não foram feitas alterações na rotina de trabalho, de modo a deixar o ambiente de forma mais natural possível, evitando o aparecimento de novas variáveis que viessem a influenciar nos resultados. A pesquisa dentro da escola foi dividida em três partes: aplicação do pré-teste, aplicação da proposta de ensino referente à soma de vetores a partir de construções geométricas e aplicação do pós-teste.

Na primeira etapa foi apresentada uma questão simples de mecânica que mostrava três bloquinhos submetidos a duas forças cada, representadas por vetores acompanhados de suas intensidades. O primeiro caso apresentava vetores paralelos, o segundo, antiparalelos, e o terceiro, perpendiculares (Anexo 1). Para cada caso, foi pedido que o valor da força resultante, bem como sua direção e sentido fossem indicadas. Os alunos foram instruídos a resolver a questão de acordo com os conhecimentos que já possuíam, visto que o objetivo era identificar conhecimentos prévios, adquiridos formalmente, advindos de concepções prévias, de senso comum ou pelo uso da lógica, e, principalmente, mapear as representações semióticas mobilizadas na resolução do problema.

Já se sabia que os alunos não haviam se deparado ainda com a soma de vetores dispostos ortogonalmente. O item referente a essa situação foi colocado com a intenção de saber se eles eram capazes de utilizar conhecimentos já adquiridos para, possivelmente, chegar ao teorema de Pitágoras, e para verificar se as características do vetor resultante da soma de vetores em direções diferentes seriam intuitivas para eles antes de virem tal conteúdo formalmente. As aulas relativas à soma de vetores sucederam-se logo após o pré-teste.

O desenvolvimento do conteúdo se deu em três aulas, com um tempo total de 2 horas e 30 minutos. O objetivo a ser alcançado era o de mostrar o significado e as representações para a soma entre dois vetores para as diversas posições relativas entre eles sem priorizar nenhum tipo de representação. O problema da soma foi representado principalmente dentro dos domínios da linguagem natural, do registro geométrico, a partir do uso do compasso e da régua, e do registro simbólico algébrico para os casos em que os cálculos eram adequados ao nível de conhecimento matemático dos alunos.

A primeira aula iniciou-se com a discussão acerca da soma de vetores em direções

iguais a partir de situações cotidianas modeladas. Pelo fato de já terem visto algo semelhante em física, os alunos não tiveram dificuldade no entendimento desses casos, de modo que a única novidade era o tratamento possibilitado pelos instrumentos de construção geométrica. A propriedade de os vetores poderem ser transladados sem perder suas características foi o argumento utilizado para que o compasso fosse empregado para transportar no plano os segmentos representativos dos vetores e, posteriormente demarcar o tamanho a ser aumentado, quando os vetores estavam dispostos paralelamente, ou diminuído, quando antiparalelos.

O professor, utilizando régua e compasso para lousa, mostrou como o módulo de um vetor poderia ser medido e posteriormente transportado para realizar geometricamente a operação de soma para cada posição relativa entre vetores. Os alunos acompanharam com os próprios instrumentos e puderam medir os tamanhos dos vetores resultantes. As conclusões provenientes da análise geométrica foram registradas na lousa por meio da linguagem natural, assim como as operações aritméticas na forma simbólica.

Ao final da primeira aula, foi apresentada uma situação em que os vetores foram dispostos de modo a formar um ângulo reto entre si. A partir dessa suposição, os alunos deveriam pensar em casa nas características do vetor resultante. Foi sugerido que pensassem em alguma grandeza que pudesse ser representada por um vetor e levassem em consideração o significado da operação de soma, a qual resulta em um vetor equivalente aos dois que estão sendo somados e não simplesmente a aproximação geométrica de dois segmentos ou da soma direta de suas intensidades. Essa sugestão visava motivar o assunto da aula seguinte.

No início da segunda aula, pediu-se aos estudantes que afastassem suas mesas para a parte anterior da sala, de modo a deixar o fundo vazio. Foi solicitado que um aluno se voluntariasse para participar da atividade, a qual consistia em fazer alguns deslocamentos em linha reta para demonstrar de que maneira era possível representar, com apenas um vetor, o efeito físico de um deslocamento indicado por dois outros vetores em separado. Para isso, foi solicitado que o estudante andasse paralelamente a uma das paredes da sala e, após percorrer alguns metros, virasse em um ângulo reto, continuando o movimento em linha reta por todo o comprimento da parede consecutiva.

Após o término do movimento descrito anteriormente, cada turma foi arguida com a seguinte questão: “existe outro caminho, um caminho mais curto, que leve o colega do ponto de início ao ponto final?”. Como esperado, em todas as turmas houve a indicação de que a linha reta entre os pontos de início e final seria o caminho pedido, de modo que o participante fez o deslocamento sugerido pela turma. Após essa pequena interação, os alunos voltaram ao lugar e os deslocamentos feitos pelo colega foram representados no quadro por meio de vetores. Novamente foram questionados: “de acordo com as representações feitas, é possível dizer que o tamanho do vetor que representa o menor caminho pode ser a soma dos tamanhos dos outros dois?”. Alguns alunos preferiam não opinar, porém, em todas as turmas, foi possível ouvir comentários que expressavam a ideia de que isso seria impossível, já que o vetor diagonal representava o menor caminho. Essas ideias foram destacadas oralmente pelo professor e posteriormente registradas na lousa.

Dessa forma, a partir da constatação de que a intensidade do vetor resultante não poderia ser dada apenas pela soma aritmética das intensidades de seus geradores, os alunos foram interrogados se haveria, então, uma maneira de saber esse tamanho. Alguns sugeriram o uso da régua e proporção, entretanto, em nenhuma das turmas, foi sugerido o uso do Teorema de Pitágoras antes que fosse apontado que os vetores

formavam um triângulo retângulo. Essa possibilidade foi, então, apresentada aos alunos acompanhando a representação geométrica feita anteriormente. A expressão algébrica do Teorema de Pitágoras foi registrada na lousa, com a preocupação de utilizar a representação simbólica indicativa do módulo de vetores ($|\vec{R}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2$). A partir disso, a intensidade vetor resultante para a situação proposta no início da aula foi algebricamente calculada.

A sugestão de usar a régua para medir o vetor resultante foi utilizada para o caso de vetores com um ângulo qualquer entre si. Para esse caso, a relação de equipolência foi utilizada para justificar o translado de um dos vetores de modo que sua origem coincidisse com a do outro vetor ao qual estava sendo somado. O professor mostrou na lousa que a construção de um paralelogramo por meio do uso de compasso e régua, a partir da operação geométrica de transporte de ângulos, permitia fazer a movimentação do vetor e encontrar o resultante a partir da sua diagonal. Para esse caso específico, foi feito somente o tratamento geométrico devido à falta de pré-requisito dos alunos para tratar o problema algebricamente.

A intervenção terminou na terceira aula, na qual foi discutida a impossibilidade, para aquela série, de calcular algebricamente o módulo do vetor resultante da soma entre vetores que não estão dispostos de forma paralela ou ortogonal entre si. Essa última aula também foi destinada para a resolução de alguns exercícios envolvendo os vários casos mostrados e para a constatação da validade do Teorema de Pitágoras a partir de medidas feitas com a régua. Os alunos não foram avisados de que fariam o pós-teste na aula seguinte.

O pós-teste foi constituído de uma situação contextualizada acerca do conteúdo trabalhado. Pedia-se simplesmente as características do resultante gerado pela soma de forças ortogonais sendo aplicadas por um atleta em um halter (Anexo 2). A questão, após ser interpretada corretamente, sugeria o uso regra do paralelogramo e, posteriormente, do Teorema de Pitágoras, ou diretamente desse último, caso o aluno conseguisse fazer a representação geométrica mentalmente. O problema proposto foi diferente dos itens do pré-teste, pois as questões que compunham esse foram discutidas em sala e usa-las de novo poderia favorecer a reprodução de uma solução fornecida previamente. Para esse segundo teste, almejava-se verificar se, após a execução da proposta didática, os alunos adquiriram mais uma forma de representação semiótica e de um tratamento para ajudá-los com os problemas que envolvem soma de vetores e, ainda se o número de acertos em relação ao cálculo do módulo da resultante teria alguma correlação com o uso de registros geométricos.

4 Resultados e discussões

4.1 Pré-teste

Primeiramente, todas as anotações feitas pelos alunos nas duas primeiras questões do teste foram analisadas com o propósito de se eliminar aqueles nos quais não era possível identificar compreensão do problema a partir da utilização do conceito de força ou divergiam totalmente do que foi pedido. Isso foi feito para que a análise do terceiro item, que envolvia soma de vetores ortogonais entre si, fosse feita apenas para as produções dos alunos que demonstraram compreensão plausível do problema em relação ao nível de conteúdo já adquirido na disciplina de física. Dessa maneira, é possível citar alguns dos motivos que descartaram alguns testes: uso de operações inadequadas entre as intensidades dos vetores, i.e., soma das intensidades de vetores

dispostos de forma antiparalela ou ortogonal, multiplicação e divisão entre as intensidades; desenhos dos vetores resultantes com direções e/ou sentidos incorretos; não realização da tarefa, falta de dados pedidos ou apresentação de respostas em desacordo com o que era pedido no enunciado. Por esses motivos foram rejeitados 14 dos 93 testes, o que representa aproximadamente 15% da amostra.

Após essa primeira separação, as respostas para a terceira questão do teste foram analisadas para verificar o nível de aproximação que tinham com a resposta considerada correta. Dentre os 79 testes restantes, nenhum apresentou o valor esperado para a intensidade do vetor resultante, o que não foi algo imprevisto, já que a situação apresentada não era familiar aos estudantes, apesar de haver a possibilidade real de algum deles mobilizar o Teorema de Pitágoras.

Mesmo sem adotar os passos necessários para a resolução completa do problema, foram observados dois procedimentos usados com frequência para encontrar o valor da intensidade: soma das intensidades e subtração das mesmas. Algumas anotações deixadas pelos estudantes apresentavam justificativas para a adoção dessas formas de resolução, de modo que a primeira era motivada pela intenção de juntar as forças na composição de uma maior, enquanto que a segunda era explicada pelo fato de os vetores estarem dispostos em diferentes direções. Em todo caso, a maioria dos estudantes ignorou a importância do ângulo formado pelos segmentos orientados, assim como já previra as conclusões do trabalho de Carvalho e Villani [3].

Apesar de não terem sido encontradas respostas corretas para a magnitude da força resultante pedida no terceiro item do teste, 26 estudantes apresentaram respostas coerentes para a direção e sentido da mesma. Esse fato sugere que a operação geométrica de soma pode ser mesmo intuitiva para alguns, assim como defende Menon [4]. A partir dessa constatação, dividiu-se novamente a amostra, separando as anotações do grupo que indicou corretamente a direção e o sentido do vetor resultante (Grupo B) a fim de mapear e comparar para os registros de representação semiótica utilizados na resolução do problema apresentado utilizados por aqueles que indicaram de forma equivocada as características geométricas pedidas (Grupo A). O quadro logístico para o tratamento dos dados referentes ao primeiro teste pode ser resumido pelo diagrama mostrado na Figura 5.

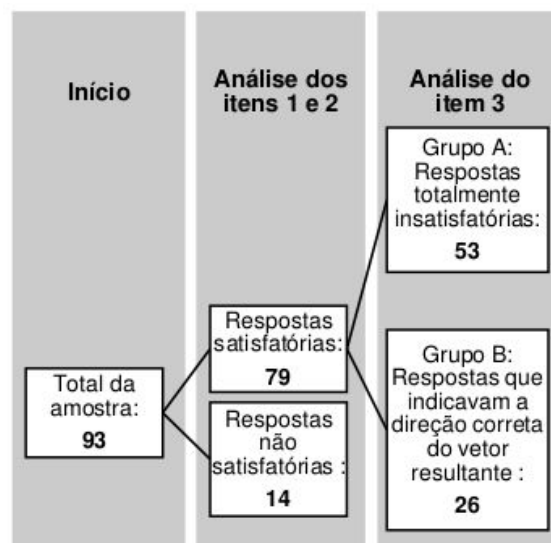


Figura 5: Andamento logístico realizado para análise de dados do pré-teste.

Para o Grupo A, foi possível perceber três atitudes frequentes nas resoluções: questões sem resposta, alunos que somente descreveram as características dos vetores dados, ou seja, continuaram a utilizar os dois vetores sem considerar a possibilidade de combiná-los em um equivalente, e, por último, alguns deixaram expressões de dúvida ou não entendimento sobre a questão com frases como “isso não faz sentido” ou “não tem como subtrair a horizontal pela vertical”.

Seguindo a análise, foram mapeados, então, os tipos de representação semiótica mobilizados para resolução dos problemas pelos dois grupos em separado. Puderam ser identificadas três tipos de representação semiótica que efetivamente demonstraram influência na resolução do problema, a saber, registros em linguagem natural na forma de argumentação, uso de sistemas simbólicos na execução de cálculos e representações geométricas, nem todas com a preocupação com o rigor do uso de instrumentos de desenho (Figura 6). Alguns alunos já utilizaram a notação utilizando a seta sobreposta e as barras indicativas de módulo. Os registros identificados na resolução dos estudantes reunidos em cada grupo podem ser esquematizados pelos diagramas mostrados nas Figuras 7 e 8.

Em ambos os grupos foi frequente a conversão do registro geométrico, o qual já era apresentado na questão, em outro tipo (linguagem natural ou algébrica). Entretanto, é possível notar que, no Grupo A, os alunos tenderam realizar os tratamentos necessários ao problema utilizando a linguagem natural e a aritmética, sem a preocupação de retornar ao registro geométrico após a resolução. Ao contrário desse primeiro grupo, em que foram encontrados 22,6% de testes com representações geométricas, foi maior a frequência do uso desse tipo de registro nos testes dos alunos que acertaram a direção do vetor resultante, nos quais foram encontrados registros não discursivos em 65,4% das resoluções. Esse número parece sugerir que a utilização do registro geométrico exerce alguma influência na obtenção das respostas, o que pode se relacionar ao argumento de que a visualização dos objetos geométricos permite um maior controle sobre os processos mentais essenciais para a resolução de problemas de origem geométrica [8][9].

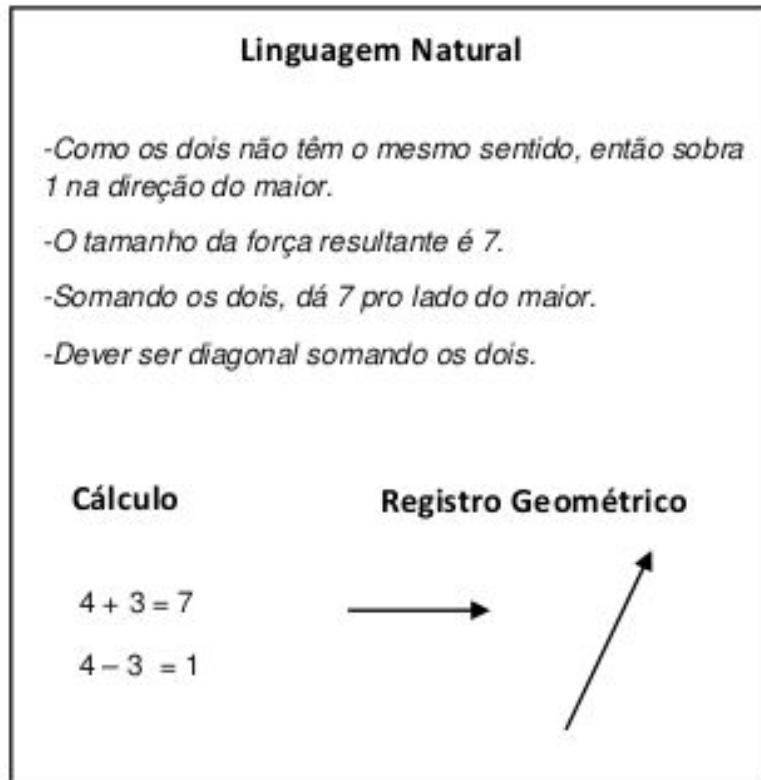


Figura 6: Modelos de respostas frequentemente encontradas no pré-teste, conforme representação semiótica utilizada.

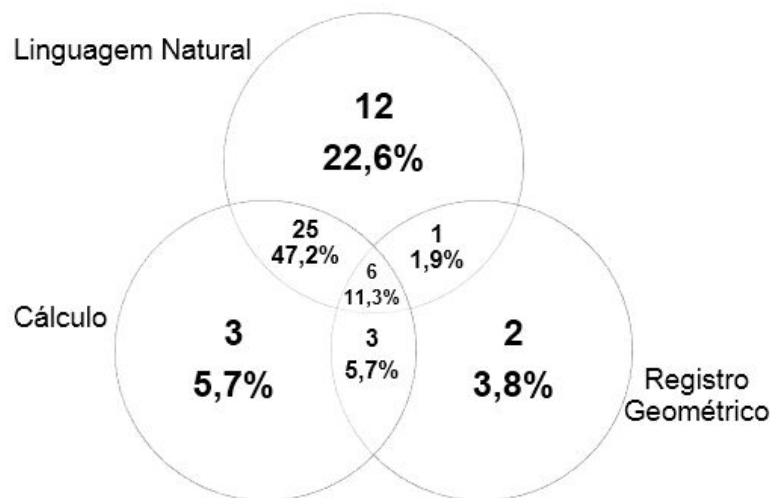


Figura 7: Diagrama dos tipos de registros de representação semiótica utilizados pelo grupo que não apresentou solução satisfatória para a terceira questão do pré-teste (Grupo A).

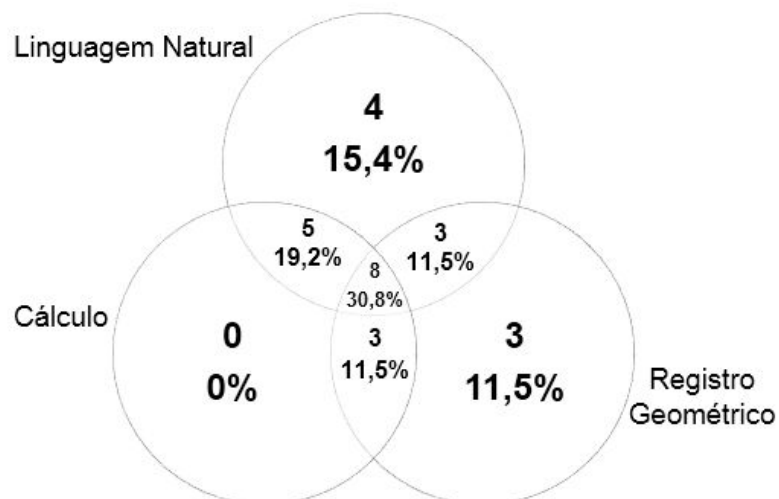


Figura 8: Diagrama dos tipos de registros de representação semiótica utilizados pelo grupo que apresentou solução parcialmente satisfatória para a terceira questão do pré-teste.

Analisando ainda o número de representações utilizadas para resolver os itens

propostos, é possível inferir que ambos os grupos utilizaram, em sua maioria, dois tipos de registro. Entretanto, é perceptível uma acentuada diferença quando se compara os grupos A e B em relação ao uso de três representações, já que o segundo grupo teve uma frequência quase triplicada em relação ao primeiro (Figura 9). Levando em consideração que a combinação entre as representações na forma de linguagem natural e cálculo foi a maneira com que a maioria absoluta do Grupo A justificou a resolução do problema, e também considerando a grande porcentagem de registros geométricos no grupo B, pode-se supor uma associação entre o número de registros mobilizados e a tendência em se conduzir à resposta correta. Ademais, pode-se supor que a representação geométrica foi um fator pontual de diferença entre os dois grupos quando se considera a resolução esperada para os itens do teste aplicado.

Ao se comparar os resultados obtidos em relação ao número de representações utilizadas por cada grupo, percebe-se que os dados compactuam com as ideias de Duval [12], pois o mesmo defende que a compreensão de um processo matemático se mostra mais evidente quando se coordena, no mínimo, dois registros de representações semióticas. Além disso, os resultados sugerem a importância do uso da geometria como ferramenta de registro nos problemas que utilizam vetores na forma gráfica, como foi apresentado no teste. Por conta disso, parece ter sido um registro de representação que colaborou para uma maior compreensão dos itens e, portanto, foi escolhido pela maioria do Grupo B para que nele fossem executados os tratamentos.

Enfim, foi possível perceber ainda que a soma de vetores em direção ortogonal, e conseqüentemente em outras direções aleatórias, não é intuitiva para todos os alunos, mesmo que haja exemplos concretos possivelmente mobilizáveis no cotidiano deles os quais poderiam ter sido usados como conhecimentos prévios. Isso pode ser inferido porque o número de respostas parcialmente corretas representou a minoria de 33,3% de acertos. Dessa maneira, reforça-se a hipótese do uso das construções geométricas para instigar as conjecturas pelos alunos em relação à soma de vetores.

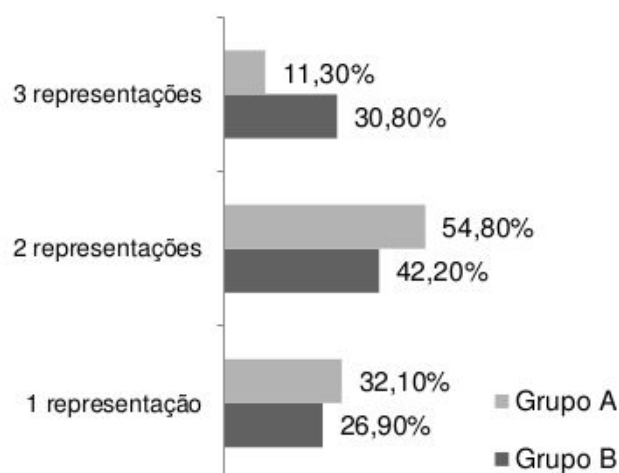


Figura 9: Número de representações utilizadas na resolução da terceira questão do teste separado por grupo.

4.2 Pós-teste

Inicialmente, verificaram-se a coerência das resoluções dos testes em relação às respostas esperadas. Puderam-se perceber quatro tipos distintos de respostas: totalmente incoerentes, parcialmente coerentes, ou pelo acerto da direção da força resultante ou pelo acerto da intensidade, e totalmente coerentes. Esses dados estão podem ser visualizados na Figura 10.

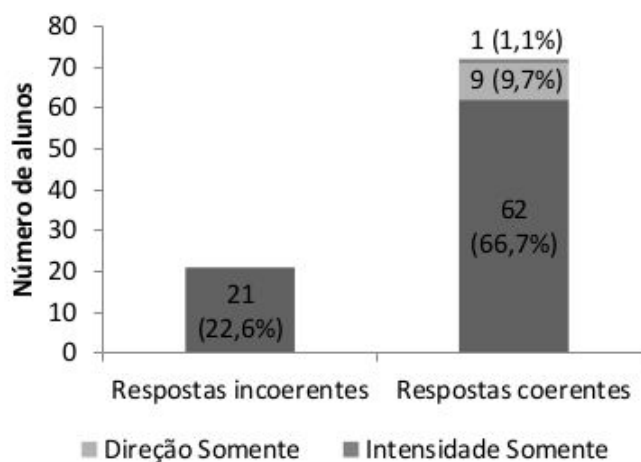


Figura 10: Relação de respostas coerentes e incoerentes em relação à prova-espelho.

Apesar de o pré-teste e o pós-teste não corresponderem às mesmas questões, portanto não apresentam exatamente os mesmos parâmetros de comparação para inferir com um pouco mais de segurança em relação à aprendizagem significativa e à evolução dos alunos em relação ao raciocínio requerido, no último teste o número de acertos (totais ou parciais) foi superior em relação ao primeiro em quase 50%. Na primeira avaliação, foram 26 os alunos que acertaram a direção do vetor resultante no item que apresentava um raciocínio análogo ao da segunda avaliação, no qual o número de acertos subiu para 72, sendo que, desses, 62 acertaram também o cálculo para a intensidade, fato que não aconteceu no pré-teste.

O fato de ter ocorrido um aumento no número de acertos pode evidenciar uma efetividade da sequência aplicada a partir da utilização das construções geométricas e da metodologia de trabalho desenvolvida. Todavia, ainda foi possível identificar outro fator que colabora para fortalecer tal argumento: o largo uso do registro geométrico na prova aplicada após a exploração do conteúdo. É evidente que esse resultado é tendencioso, haja vista a maneira como a proposta foi desenvolvida, contudo não deixa de ratificar o argumento de que as representações inerentes à geometria apresentam subsídios satisfatórios para que os tratamentos relativos à soma vetorial sejam realizados.

Mais do que corroborar o uso do registro geométrico como bom espaço para os tratamentos, uma nova análise das provas que apresentaram respostas condizentes com as desejadas permitiu identificar um vasto uso das operações geométricas feitas sobre os vetores fornecidos na própria questão, o que permite inferir que a utilização da régua em compasso também se caracterizou como um tratamento na resolução

do teste e não só como uma forma de representar o ente matemático referido. A Figura 11 mostra que, nos testes com respostas favoráveis a utilização da geometria aparece na maioria absoluta das resoluções.



Figura 11: Uso do registro geométrico pelos alunos que acertaram total ou parcialmente a questão proposta.

De acordo com os dados mostrados na Figura 11, dos 63 testes cujos cálculos para a intensidade do vetor resultante estavam corretos, somente um não apresentava o registro geométrico, possivelmente porque o aluno conseguiu passar mentalmente do registro geométrico para o simbólico sem fazer os tratamentos naquele primeiro campo. Essa evidência, permite desconfiar que o tratamento feito no registro geométrico pode facilitar a criação de conjecturas pelos alunos, visto que exibe com mais clareza o triângulo retângulo que direciona ao Teorema de Pitágoras, assim como defende o texto dos PCNs [8].

Por último, outro fator interessante a ser considerado são os registros de representação semiótica utilizados pelos alunos que apresentaram respostas divergentes das esperadas. Mesmo não apresentando a resolução correta, 14 desses 21 alunos mobilizaram representações geométricas. Somando todos os testes que apresentaram a geometria como um dos campos de resolução da questão no pós-teste, foram obtidos 83,9% do total de avaliações, enquanto que, no pré-teste, essa frequência foi de 32,2%. Esses valores mostram um aumento significativo da mobilização desse registro após o conhecimento desse pelos alunos, o que sugere uma boa aceitação dos alunos, o que fica como uma informação interessante para os professores.

5 Considerações finais

Como proposta inicial de trabalho, tinha-se o objetivo de se analisar os tipos de representações semióticas mobilizadas pelos alunos a partir somente de seus conhecimentos prévios na resolução de problemas envolvendo a operação de soma vetorial e realizar uma sequência didática utilizando tratamentos proporcionados pelas ferramentas do Desenho Geométrico.

Após a análise dos dados obtidos por meio dos instrumentos utilizados para exprimir as representações semióticas mobilizadas pelos alunos ao resolverem problemas de soma vetorial, pôde-se perceber algum tipo de correlação entre o uso de variados registros, em que um deles era a geometria, com o número de acertos às questões, principalmente quando analisados os aspectos que se relacionam à direção e intensidade dos entes matemáticos resultantes de uma soma. O registro geométrico, possivelmente por conta do caráter da sequência didática utilizada, passou a ser mais utilizado pelos alunos, que também utilizaram régua e compasso para fazer tratamentos.

Tais dados, como explicitados acima, revelam não uma melhor técnica de uso ou um método que promova uma melhor aprendizagem significativa, mas uma alternativa possível para se trabalhar a soma vetorial a partir do Desenho Geométrico. Isso se mostra importante para aqueles que se inquietam em relação às questões do ensino de vetores, visto que já é consenso na literatura de que a probabilidade de aprendizagem pelos alunos é aumentada de forma significativa quando experiências diversas de ensino e aprendizagem são fornecidas aos estudantes.

De acordo com o exposto, acredita-se, então, que o trabalho com vetores utilizando régua e compasso, seja nas aulas de física, matemática ou desenho geométrico, possa caracterizar-se como atividade diversificada capaz de motivar os estudantes a compreenderem um assunto que, segundo a revisão bibliográfica aqui apresentada, abarca um raciocínio elaborado e abstrato, o qual oferece um nível de dificuldade considerável por não ter um caráter intuitivo. Dessa forma, essa metodologia de trabalho fica, também, como uma sugestão para a prática docente de professores que se encontrem inseridos em uma problemática similar à apresentada, de modo que podem vislumbrar mais uma alternativa para o trabalho com geometria vetorial.

Referências

- [1] PIETROCOLA, M. *A Matemática como estruturante do conhecimento físico*. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v.19, n.1, 2002.
- [2] POYNTER, A. e TALL, D. *What do mathematics and physics teachers think that students will find difficult? A challenge to accepted practices of teaching, in D. Hewitt e Noyes A. (Eds) Anais da sexta britânico Congresso de Educação Matemática realizada na Universidade de Warwick, 2005.*
- [3] CARVALHO, L. O. e VILLANI, A. *Aprendizagem dos princípios de conservação em entrevistas. Investigações em Ensino de Ciências v.1, n.1, 1996.*
- [4] MENON. M. J. *Sobre as origens das definições dos produtos escalar e vetorial*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 31, n. 2, 2305, 2009.
- [5] BITTAR, M. *A teoria dos campos conceituais e o ensino de vetores no ensino secundário francês*. In: Anais da 25 Reunião Anual da Anped. Caxambú: Anped, 2002.

- [6] CARNEIRO, P. S. *Geometria vetorial na escola: uma leitura geométrica para sistemas de equações*. Porto Alegre, 213 p., 2007. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [7] ANDRADE, E.V. *Representação vetorial e Grandezas físicas nos livros de Física adotados pelo PNL D para 2012: a necessária convergência para além da Matemática*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia.
- [8] ZUIN, Elenice de Souza Lodron. *Da régua do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- [9] OLIVEIRA, Clézio Lemes de. *Importância do desenho geométrico*. 2005. 8 f., 2005. Dissertação (Licenciatura) – Universidade Católica de Brasília, Brasília.
- [10] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental)*. v. 3. Brasília: MEC, 1998.
- [11] DUVAL, Raymond. *Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008. Cap. 1, p. 11-34.
- [12] DUVAL, Raymond. *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*. *Education Studies In Mathematics*, [s. l.], p.103-131, 2006.
- [13] DUVAL, Raymond. *Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking*. *Proceedings Of The Annual Meeting Of The North American Chapter Of Mathematics Education*, Cuernavaca, n. , p.2-27, 1999.
- [14] CASTRO, Samira Choukri de. *Os vetores do plano e do espaço e os registros de representação*. 2001. 111 f. Dissertação (Mestrado) - PUC-SP, São Paulo, 2001.
- [15] BARREIRO, Simone Navas; KARRER, Mônica. *Estudo de vetores no R3: Uma abordagem envolvendo conversões de registros semióticos, com auxílio do software Cabri-Géomètre 3D*. In: *I Jornada de iniciação científica e tecnológica*. São Paulo, 2008: UNIBAN, 2008. p. 1 - 3.
- [16] LEITHOLD, Louis. *O cálculo com geometria analítica*. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994. 2 v.

ANEXO 1: Pré-teste

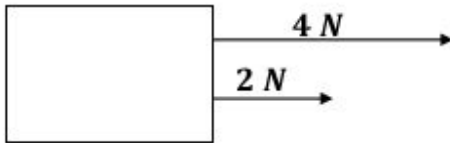
VETORES

Nome: _____ Turma: 8º _____

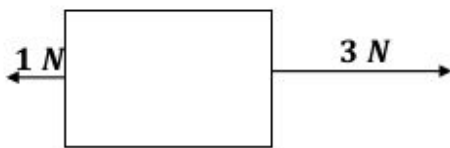
A partir de seus conhecimentos, analise a situação abaixo.

Nos itens a seguir, estão representadas algumas caixas as quais foram submetidas a forças como as representadas pelos vetores indicados nas imagens. Em cada caso, indique o valor da força resultante, bem como sua direção e sentido.

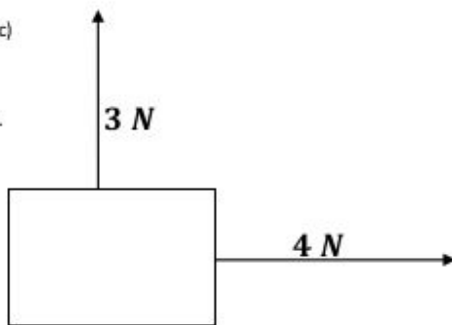
a)



b)



c)

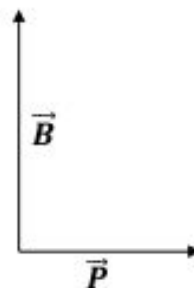
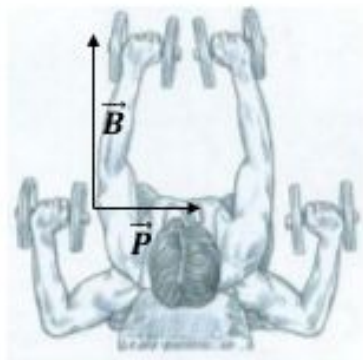


VETORES

Nome: _____ Turma: 8ª _____

Responda à questão abaixo.

Um bom exercício para desenvolvimento do tórax é o crucifixo, esquematizado abaixo. Nele, o pesinho faz uma trajetória resultante da ação de uma força para cima exercida pelos músculos do braço (B) e outra direcionada para dentro, exercida pelos músculos do peito (P). Os vetores apresentados na ampliação à direita possuem o tamanho proporcional às forças as quais representam: $|\vec{P}| = 400 \text{ N}$ e $|\vec{B}| = 300 \text{ N}$.



Sabendo que a junção das duas forças faz com que o pesinho se erga à frente do tronco, indique a direção da força resultante da soma entre \vec{P} e \vec{B} e sua intensidade.

“Invisibilidade da garrafa” revisitada – proposta de reconceitualização de uma atividade experimental por meio da documentação fotográfica

(“Invisibility of a bottle” revisited – a reconceptualization proposal of an experimental activity through photographic documentation)

JAIR LÚCIO PRADOS RIBEIRO

Universidade de Brasília.

Resumo

Um artigo publicado há mais de uma década demonstrou que a razão da invisibilidade de uma garrafa de vidro quando mergulhada em glicerina é incorretamente descrita. Ainda hoje, entretanto, professores de física e estudantes desconhecem a explicação correta, e quando expostos ao artigo, podem desmerecê-lo pela ausência de fotografias, pois os autores usaram diagramas esquemáticos no trabalho original. É discutido o papel que as imagens possuem no aprendizado de ciências e a relevância didática que pode ser atribuída à documentação fotográfica de experimentos pelos próprios estudantes. O viés filosófico desta proposta é a reconceitualização do trabalho experimental, conforme descrita por Hodson. A atividade experimental foi proposta a estudantes de ensino médio, sendo fotografada para fins de contraste com os diagramas constantes no artigo revisitado.

Palavras-chave: refração, óptica, ensino, experimento.

More than a decade ago, it was published an article which shown that the reason for the invisibility of a glass bottle when immersed in glycerin is incorrectly described. Although, physics teachers and students are still unaware of the correct explanation, and when exposed to the article, they can debunk it because of the absence of photographs of it, since the authors only used schematics in the original work. It is discussed the role that images have in science learning and the didactic relevance that can be attributed to photographic documentation of experiments by the students themselves. The philosophical belief of this proposal is the reconceptualization of the experimental work, as described by Hodson. The experimental activity was proposed to high school students, and was photographed for purposes of contrast with the diagrams contained in the revisited article.

Keywords: refraction, optics, education, experiment.

1 Introdução

Há cerca de uma década, foi publicado no Caderno Brasileiro de Ensino de Física (CBEF) o artigo “Invisibilidade da garrafa – a explicação correta” [1]. Ao longo de poucas páginas, os autores descreviam um experimento comum de desaparecimento de uma garrafa de vidro de pequenas dimensões, cheia de glicerina, quando imersa em um copo cilíndrico contendo o mesmo líquido. A costumeira explicação para esse fato é a potencial igualdade entre os índices de refração do vidro e da glicerina. Entretanto, tal explicação é mostrada como errônea pelos autores, os quais constroem sua argumentação a partir de sugestões de alteração do experimento (inclinação da garrafa, frascos maiores, entre outros). Os autores demonstram, a partir da análise da atividade experimental, que a real causa do desaparecimento é a refração nas paredes do copo cilíndrico, o qual funciona como uma lente convergente, conjugando uma imagem ampliada da garrafa maior que as bordas do frasco, sendo invisível para um observador externo.

Apesar da correta explicação sobre o fenômeno estar disponível na literatura acadêmica desde 2004, ainda hoje é possível verificar que a explicação errônea continua presente no cotidiano escolar. Citamos uma situação ocorrida na nossa prática pedagógica: um colega decidiu realizar esse mesmo experimento nas salas de aula do 2o ano do ensino médio, em uma escola particular de Brasília, na aula inicial sobre o tema da refração. O objetivo da atividade experimental seria discutir o conceito de índice de refração. Resolvemos então alertá-lo sobre a explicação correta constante no artigo supracitado, e fomos recebidos com descrença, não apenas por parte do colega citado, mas também por outros professores da disciplina.

Apresentamos então o artigo constante na versão digital do CBEF, e fomos confrontados com a seguinte resposta por parte de alguns colegas: apesar da explicação parecer correta, a ausência de fotos das variações propostas do experimento punha o mesmo em xeque, assim como o seu esclarecimento. Preocupação semelhante foi exposta por alguns de nossos estudantes, acostumados com a onipresença da representação fotográfica em redes sociais.

A explicação errônea para esse experimento não é apenas apresentada em salas de aula ou em diversos vídeos disponíveis na internet. Uma obra didática de física para o ensino médio traz a atividade experimental descrita como sugestão no estudo da refração [2], e a tradicional explicação desse fenômeno, em que se considera a igualdade entre os índices de refração como sua causa, pode ser deduzida a partir da leitura do texto [2]. É importante frisar que tal igualdade pode realmente produzir a invisibilidade, como representado na fig.1, que mostra o “desaparecimento” de esferas de hidrogel quando mergulhadas em água, fato que pode ter colaborado para sua citação nas obras mencionadas. Bastões de acrílico ou vidro também se tornam invisíveis quando mergulhados em tetracloretileno, e compõem o exemplo mais tradicional dessa igualdade, sendo citados em diversos livros-texto de ensino médio [3] [4] [5]. Nenhum dos livros didáticos revisados, entretanto, traz uma citação à possibilidade da invisibilidade ocorrer mesmo que a coincidência de índices refrativos não se verifique.

Pelo exposto, nos sentimos instigados a documentar em fotografias as variações de atividades propostas pelos autores do artigo, a fim de revisitarmos um trabalho

que continua relevante para o ensino de física, por apresentar para um experimento tão corriqueiro em sala de aula uma explicação com acurácia, em nível adequado ao ensino médio e, principalmente, conflitante com a explicação tradicional, permitindo uma discussão sobre os limites das obras didáticas e do saber professoral.



Figura 1: Esferas de hidrogel (à esquerda) desaparecem quando mergulhadas em água (à direita), devido à igualdade de índices de refração das esferas e do líquido.

2 Imagens no aprendizado de ciências

A representação por imagem é uma das diversas técnicas utilizadas em textos de ciência com vistas ao aprendizado do aluno [6], e sua integração com textos tem aumentado nas obras didáticas recentes [7] [8]. É possível observar que essa representação se altera com a tecnologia disponível: esquemas feitos à mão são encontrados até mesmo em manuscritos atribuídos a Euclides (fig.2). O livro “Opticks” [9], clássica obra de Isaac Newton do século XVIII, já representava a luz por diagramas e esquemas geométricos semelhantes aos usados ainda hoje em livros didáticos (fig.3).

O surgimento da fotografia no século XIX e sua evolução posterior permitiu a complementação dos esquemas ou diagramas tradicionais por uma representação mais “realista” do experimento. O avanço tecnológico permitiu uma dramática evolução na possibilidade de documentação de um resultado, mesmo advinda de um experimento simples. Assim, fotos em preto e branco de experimentos ou fenômenos naturais já permeavam os livros-texto e artigos de meados do século XX, e nas décadas recentes, a diversidade e qualidade das imagens fotográficas se ampliou ainda mais, especialmente após a popularização das máquinas digitais e da divulgação de fotos de alta resolução de forma digital. Obras de divulgação científica e periódicos acadêmicos passaram a contar com ilustrações de grande qualidade, contribuindo para a melhor compreensão do tema apresentado.



Figura 2: Fragmento de papiro mostrando um diagrama geométrico.

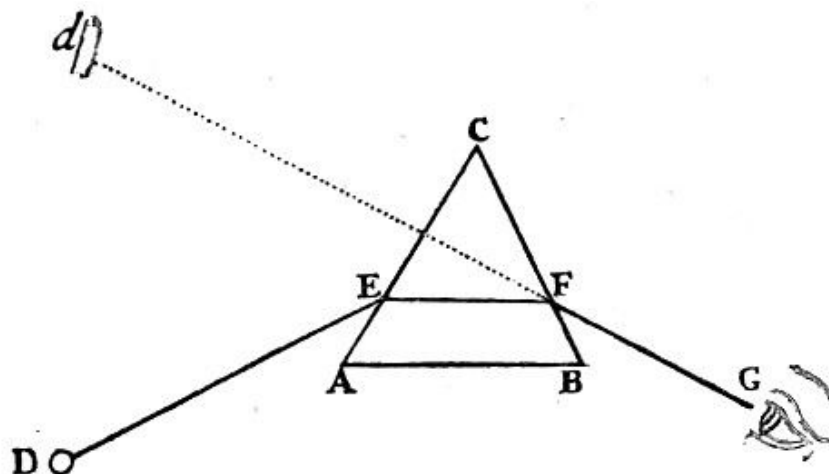


Figura 3: Representação da trajetória da luz em um prisma na obra “Opticks” [9].

Os estudantes tendem a compreender melhor diagramas com altos níveis de organização e quantidades significativas de informações [6], mesmo nas fases iniciais do ensino de ciências. É percebido, entretanto, que os estudantes não possuem total compreensão sobre a função de diagramas em textos científicos [6]. Nesse ponto, conjecturamos que a documentação fotográfica apresente uma vantagem, pois uma fotografia permite uma observação mais direta e realista do fenômeno, podendo a mesma ser transformada ainda em um infográfico, mantendo assim os padrões de organização e quantidade de informação valorizadas pelos estudantes nos diagramas pictóricos.

Um segundo autor [7] corrobora a afirmação do parágrafo anterior: apesar das

representações visuais serem essenciais na comunicação de ideias em aulas de ciência, nem sempre a elaboração de tais representações traz benefícios ao aprendizado, dependendo da habilidade individual e no conhecimento prévio do estudante. Daí a busca por ilustrações que tenham o objetivo reduzir o esforço cognitivo por parte dos aprendizes e possam maximizar o potencial das representações visuais [7]. O conteúdo a ser discutido, as características dos estudantes e a disponibilidade de recursos também devem ser levados em conta na escolha dos recursos de imagem utilizados na aprendizagem [8]. Pelo exposto, no ensino médio e fundamental, acreditamos que uma fotografia de um fenômeno possua maior potencial didático que um diagrama esquemático.

Embora o uso de imagens de melhor qualidade em aulas de ciência seja um avanço, é necessário que o professor seja capaz de reconhecer a função dos diferentes tipos de ilustração [10]. Assim, a opção por diagramas simples ou fotografias do próprio fenômeno traz benefícios e limitações. O artigo [11] descreve tais características, revelando que, em geral, a interpretação dos elementos representados em imagens (reais, esquemáticos ou simbólicos) não é simples para os alunos, sendo maior a necessidade de interferência do professor nesse esforço de interpretação em situações onde o fenômeno está representado por diagramas ou esquemas. Assim, a opção pela documentação fotográfica se fortalece, de preferência realizada pelos próprios aprendizes.

3 Reconceitualização da atividade experimental

Um trabalho de pesquisa em ensino de ciências não deve se furtar a apresentar o referencial pedagógico ou filosófico que norteou a pesquisa. Afinal, pode-se questionar sobre a finalidade didática advinda do ato de fotografar um experimento descrito em um trabalho anterior. Nesse aspecto, tomou-se como marco referencial o trabalho de Hodson [12] o qual apresenta razões significativas para o desenvolvimento de práticas experimentais com os alunos.

O autor propõe que as vantagens intuitivas, tais como a motivação dos estudantes e a melhoria da aprendizagem dos conhecimentos científicos, sempre creditadas pelos professores ao trabalho experimental, não são vistas da mesma forma pelos estudantes. Ao relativizar esse pressuposto, Hodson apresenta outras vantagens do trabalho experimental, a partir da reconceitualização das atividades experimentais.

O processo de reconceitualização do trabalho experimental consiste em incluí-lo em um projeto de ensino de ciências, priorizando a aprendizagem da ciência (o trabalho experimental colabora para as modificações do pensamento nos estudantes), a aprendizagem sobre a natureza da ciência (levar os alunos a perceber as fases principais da atividade científica) e a aprendizagem da prática da ciência (compreender como a ciência dá valor a uma investigação científica) [12].

O registro fotográfico de uma atividade experimental proposta ou descrita anteriormente por uma outra fonte se encaixa no processo de reconceitualização, por permitir aos estudantes comparar um esquema ou modelo pictórico com a situação real e levá-los a questionar o resultado, o qual nem sempre condizente com a situação descrita no experimento original. Tal atitude é típica da atividade científica: a capacidade de confirmação, crítica ou discordância de um trabalho anterior, e deve ser estimulada em sala de aula pelo docente.

4 A documentação fotográfica no CBEF

Não é admissível que a ausência de registro fotográfico *per se* contribua para uma menor relevância de um artigo. Entretanto, ao checarmos aleatoriamente as edições do CBEF entre os anos de 2000 a 2004, percebemos que a exibição de fotografias dos experimentos didáticos propostos nos artigos não era uma constante, provavelmente devido às limitações da documentação fotográfica (nesse período, a popularização das câmeras digitais e a diminuição de seus preços ainda estava no início) e impressão (fotos coloridas nem sempre fornecem bons resultados quando impressas em preto e branco).

Em novembro de 2004, mesmo ano de publicação do artigo que aqui revisitamos, houve uma edição especial do periódico, dedicada apenas à área da experimentação, com republicações de mais de quarenta trabalhos presentes em edições anteriores, utilizada como fonte primária para a revisão conduzida nesse trabalho, por considerar que o volume de artigos e a sua abrangência temporal qualificam tal amostra como representativa. Os textos constantes nessa coletânea foram publicados originalmente no CBEF entre 1984 e 2004.

Nessa edição especial do CBEF foram republicados quarenta e quatro artigos presentes, mas três deles lidavam com aspectos mais formais ou acadêmicos do trabalho experimental [13] [14] [15] e não foram incluídos. O esforço de revisão dos artigos restantes nos permitiu verificar se a presença de fotografias nos trabalhos publicados no periódico era tecnicamente inviável ou uma opção por parte dos autores.

Para facilitar a organização dos artigos revisados, resumimos os principais dados na tabela 1, a qual apresenta a inclusão de fotos em preto e branco (PB) ou coloridas (COL) no trabalho. Os textos foram organizados pelo ano de publicação original.¹

Pelos dados da tabela, percebe-se que mais da metade dos artigos (56,1%) não contém registros fotográficos da aparelhagem ou dos resultados do experimento. Uma outra parcela (36,5%) dos artigos exibe fotografias em preto e branco, enquanto apenas 7,4% dos trabalhos apresenta fotos coloridas, com destaque para o artigo [44], o qual traz um amplo registro visual dos experimentos propostos.

Convém registrar também que até os primeiros anos da década de 1990, as fotos constantes no CBEF possuíam baixa resolução, provavelmente pelos limitados e caros métodos de impressão então disponíveis (a versão digital do periódico não estava ainda disponível). Pode ser argumentado que esse fato levasse a um desestímulo por parte dos autores em considerarem a inserção de fotografias em seus trabalhos, preferindo esquemas pictóricos descritivos, de melhor visualização e maior qualidade de impressão.

¹Ao relacionarmos os trabalhos nas referências desse artigo (item 7), todos os artigos constantes na tabela foram referenciados apenas pela sua presença na edição especial revisada (2004).

Artigo	Presença de fotografias	Ano
[16]	Não	1984
[17]	Sim (PB)	1985
[18]	Não	1986
[19]	Sim (PB)	1987
[20]	Não	1988
[21]	Não	1990
[22]	Não	1990
[23]	Sim (PB)	1991
[24]	Não	1991
[25]	Não	1991
[26]	Sim (PB)	1991
[27]	Não	1991
[28]	Não	1992
[29]	Sim (PB)	1993
[30]	Não	1993
[31]	Não	1993
[32]	Não	1993
[33]	Não	1994
[34]	Não	1995
[35]	Não	1995
[36]	Não	1998
[37]	Não	1998
[38]	Sim (PB)	2000
[39]	Sim (PB)	2001
[40]	Sim (PB)	2001
[41]	Não	2001
[42]	Sim (COL)	2001
[43]	Sim (PB)	2001
[44]	Sim (COL)	2001
[45]	Sim (PB)	2002
[46]	Não	2002
[47]	Não	2002
[48]	Sim (PB)	2002
[49]	Não	2002
[50]	Não	2003
[51]	Não	2003
[52]	Não	2004
[53]	Sim (PB)	2004
[54]	Sim (PB)	2004
[55]	Sim (COL)	2004
[56]	Sim (PB)	2004

Figura 4: Presença de fotografias nos artigos, ordenados pelo ano de publicação.

5 Registro fotográfico do experimento revisitado

A partir da revisão conduzida, foi possível perceber que ainda antes do ano de publicação do artigo sobre a invisibilidade [1], já havia trabalhos com documentação por meio de fotografias, até mesmo coloridas. Assim, acreditamos que foi apenas uma opção dos autores em não registrar imagens dos experimentos, preferindo esquemas ilustrativos, ao invés de uma impossibilidade técnica. Daí a nossa preocupação em aprimorar tais esquemas a partir de fotos dos mesmos, visando à reconceitualização da atividade experimental.

Para os fins da pesquisa aqui descrita, escolhemos transformar a documentação fotográfica do fenômeno em uma atividade experimental para alunos de ensino médio: após uma apresentação prévia do artigo aos estudantes, ministrada pelo professor, foi proposto que os alunos buscassem reproduzir o experimento em uma aula posterior, no laboratório de física, em grupos de quatro ou cinco integrantes. As soluções apresentadas pelos grupos na aula experimental se diversificaram principalmente no tipo de frasco utilizado (garrafas, copos, cubas e prismas). Nas fotografias apresentadas (fig.4 a 7), é usada uma garrafa de molho de pimenta, dois copos de vidro comum e um pote de manteiga de vidro (análogo à cuba, fig.5). Nas figuras a seguir, estão mostradas as ilustrações esquemáticas originais, retiradas do trabalho revisitado [1]. Cada uma dessas imagens está acompanhada por fotografias do experimento recriado para esse trabalho², conforme parágrafo anterior.



Figura 5: A garrafa de vidro desaparece quando é imersa em um copo cilíndrico de menor diâmetro (centro), mas seu contorno se torna em copo de maior diâmetro (direita).



Figura 6: A inclinação da garrafa no interior dos dois copos de diferentes diâmetros torna o seu contorno visível.

²Todas as fotos dos experimentos montados pelos estudantes foram obtidas pelos autores do artigo, usando uma câmera digital Sony, modelo DSC-W690.



Figura 7: Vista lateral do experimento com a cuba, mostrando o contorno aparente da garrafa.

A imersão da garrafa no copo de maior diâmetro já permitiu confirmar (fig.4) que a explicação da igualdade entre os índices de refração não é correta, dispensando o experimento com a cuba. Esse fato foi descoberto acidentalmente pelos próprios estudantes ao realizarem o experimento com os diferentes copos trazidos de suas residências.

6 Conclusões e perspectivas

Longe de representar uma falha metodológica, acreditamos que a ausência de fotografias em artigos publicados no passado abre possibilidades de pesquisas futuras. Revisitar tais experimentos pode se revelar uma atividade bastante frutífera, por permitir variações didáticas e metodológicas dos mesmos, por vezes com a simplificação dos materiais utilizados ou mesmo sua sofisticação.

Acreditamos, em particular, que os próprios estudantes poderiam ser instigados a construir e documentar algumas dessas atividades experimentais, com vistas ao questionamento dos resultados obtidos e à sua eventual reconceitualização. A título de exemplo, apresentamos um relato de uma situação didática diversa da investigada nesse artigo: ao propormos aos estudantes a construção de um gramofone didático [55], fomos surpreendidos com projetos muito mais elaborados que o original (incorporando motores elétricos, rolamentos improvisados, bases mais estáveis ou com maior inércia de rotação, manivelas, diferenciação de tamanho e material do cone, entre outros), permitindo muitas vezes uma discussão mais completa sobre o funcionamento do dispositivo ou obtenção de melhores resultados acústicos.

A simplicidade do experimento revisitado nesse artigo permite que o professor requeira dos próprios estudantes a construção do aparato experimental e a documentação dos resultados. Na pesquisa relatada nesse artigo, foi feita uma explanação prévia pelo professor sobre o conceito de índice de refração e as causas alegadas e reais da invisibilidade no experimento descrito. Entretanto, pode-se optar por uma abordagem reversa, apresentando-se o fenômeno e construindo-se a explicação correta a partir do diálogo com os estudantes.

A documentação fotográfica dos experimentos propostos no artigo [1], a nosso ver, se relaciona com o tripé conceitual da reconceitualização [12], viés filosófico do presente trabalho. A nosso ver, o ato de fotografar um experimento colabora

para a aprendizagem da ciência, pois a realização de experiências, mesmo que para confirmar um resultado prévio, colabora para o reforço do aparato cognitivo dos estudantes. A aprendizagem sobre a natureza da ciência também é contemplada, pois permite aos estudantes acompanhar as fases de planejamento (idealização do experimento), realização (experimento em si), reflexão (confronto dos dados com o artigo original) e registro (no caso, as fotografias obtidas). Finalmente, a aprendizagem da prática da ciência também pode ser estimulada, pois ao documentarem em fotos um resultado descrito de forma prévia, é possível que os alunos exercitem a crítica dos resultados descritos no trabalho original e as próprias limitações dos diagramas representativos.

No caso específico da edição especial do CBEF revisada para esse artigo, acreditamos que os trabalhos [33], [34], [38] e [41] são aqueles que mais se adequariam à reconstrução e posterior reconceitualização por estudantes de ensino médio, devido ao baixo grau de complexidade das atividades experimentais propostas. Dessas fontes, apenas o texto [38] apresenta registro fotográfico em seu corpo.

Referências

- [1] O. Silva e C. Laburú. Caderno Brasileiro de Ensino de Física 21, 94 (2004).
- [2] M. Pietrocola, A. Pogibin, R. Oliveira e T. Romero. Física em contextos: pessoal, social e histórico: energia, calor, imagem e som: volume 2 (FTD, São Paulo, 2011), 1a ed, p.354.
- [3] F. Ramalho, N. Ferraro e P. Toledo, Os Fundamentos da Física 2 – Termologia, óptica e ondas (Moderna, São Paulo, 2009), 10 a ed., p. 286.
- [4] O. Guimarães, J. Piqueira e W. Carron, Física: volume 2 (Ática, São Paulo, 2013) , 1a ed., p.246.
- [5] N. Villas-Boas, R. Doca e G. Biscuola, Conecte Física 2 (Saraiva, São Paulo, 2011), 1a ed., p.343.
- [6] E. McTigue e A. Flowers, The Reading Teacher 64, 578 (2011).
- [7] M. Cook, Science Education 90, 1073 (2006).
- [8] E. Zimmermann e P. Evangelista, Encontro Nacional de Pesquisa em Ensino de <http://www.cienciamao.usp.br/dados/ard/leitura> Física 9 (2004). Disponível em einterpretacaodeimagensdefisicanoensinofun.arquivo.pdf. Acesso: 06/11/2014.
- [9] I. Newton, Opticks: or, a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light, (William Innys, Londres, 1730), 4 a ed.
- [10] A. Bernuy, C. Freitas e I. Martins, Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências 2 (1999). Disponível em <http://fep.if.usp.br/~profis/arquivos/iienpec/Dados/trabalhos/P02.pdf> . Acesso: 06/11/2014.
- [11] M. Cook, Science Education International 22, 175 (2011).

- [12] D. Hodson, *Enseñanza de las Ciencias* 12, 299 (1994).
- [13] A. Borges, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 9 (2004).
- [14] J. Alves Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 44 (2004).
- [15] M. Sére, S. Coelho e A. Nunes, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 31(2004).
- [16] J. Walendowski e J. Alves Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 308(2004).
- [17] I. Bianchi e J. Alves Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 82 (2004).
- [18] R. Arribas, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 303 (2004).
- [19] J. Pimentel, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 114 (2004).
- [20] R. Axt, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 59 (2004).
- [21] R. Axt, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 160 (2004).
- [22] M. Montanheiro, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 120 (2004).
- [23] C. Laburú e S. Arruda, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 217 (2004).
- [24] N. Garcia e H. Kalinowski, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 332 (2004).
- [25] A. Gaspar, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 188 (2004).
- [26] E. Colombo e M. Jaén, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 280 (2004).
- [27] S. Arruda e D. Toginho Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 390 (2004).
- [28] A. Taveira, A. Barreiro e V. Bagnato, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 76 (2004).
- [29] P. Dias, A. Morégula, C. Thompson, L. Tavares e L. Gabcan, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 88 (2004).
- [30] C. Perottoni e J. Zorzi, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 154 (2004).
- [31] S. Arribas, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 239 (2004).
- [32] C. Galli, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 315 (2004).
- [33] J. Canalle, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 272 (2004).
- [34] F. Silveira, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 64 (2004).[35] U. Piubéli e S. Piubéli, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 97 (2004).
- [35] A. Dornelles Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 297 (2004).
- [36] E. Valadares e A. Moreira, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 359 (2004).

- [37] C. Laburú, M. Ota, R. Basso e C. Almeida, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 171 (2004).
- [38] D. Basso e J. Rocha Filho, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 179 (2004).
- [39] F. Silveira e R. Axt, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 246 (2004).
- [40] C. Laburú e E. Lopes, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 258 (2004).
- [41] H. Kalinowski, O. Dümmer e E. Giffhorn, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 265 (2004).
- [42] F. Catelli e F. Vicenzi, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 350 (2004).
- [43] M. Cavalcante e C. Tavoraro, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 372 (2004).
- [44] H. Pupo e E. Ziemath, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 69 (2004).
- [45] R. Silva, M. Coppete, A. Silva, R. Lima, J. Silva e S. Machado, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 103 (2004).
- [46] K. Weltner e P. Miranda, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 124 (2004).
- [47] F. Catelli e S. Vicenzi, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 319 (2004).
- [48] F. Catelli e S. Pezzini, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 339 (2004).
- [49] J. Xavier, E. Haugonté e A. Santana, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 212 (2004).
- [50] J. Rocha Filho, S. Coelho, M. Salami, M. Maciel e P. Schrage, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 203 (2004).
- [51] C. Laburú e O. Silva, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 134 (2004).
- [52] F. Silveira e Y. Levin, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 143 (2004).
- [53] J. Pimentel, F. Saad, P. Yamamura e C. Furukawa, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 194 (2004).
- [54] K. Weltner, A. Espiridião, P. Miranda e J. Rocha, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 227 (2004).
- [55] F. Catelli e C. Reis, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 21, 345 (2004).
- [56] L. Moreno, D. Lopes e A. Stein-Barana, *Física na Escola* 8, 43 (2007).

Galileu, Descartes e uma Breve História do Princípio de Inércia

Antony Marco Mota Polito
Instituto de Física - IFD, Universidade de Brasília, UnB,
Campus Universitário Darcy Ribeiro - Asa Norte
70919-970 Brasília / DF

Submetido em 28/11/2014, Aceito em 12/01/2015

Abstract

A descoberta do princípio de inércia é parte de uma história longa e tortuosa, que se apresentou profundamente entrelaçada com as dificuldades envolvidas na compreensão da natureza da gravidade. Neste trabalho, apresenta-se um breve relato dessa história, concentrando-se nos caminhos seguidos por dois de seus principais personagens, Galileu e Descartes, e que levaram-nos a alcançar, respectivamente, os conceitos de inércia curvilíneo e retilíneo, pelos quais ficaram conhecidos. Procura-se mostrar de que modo seus compromissos ontológicos e suas posturas metodológicas contribuíram para que tivessem visões distintas do princípio de inércia, embora suficientemente assemelhadas para que ambos tenham conseguido superar as deficiências da física medieval, inapelavelmente atrelada a concepções aristotélicas, e mesmo que suas compreensões da natureza da gravidade tenham também sido, na sequência, superadas por Newton.

1 Introdução

Este trabalho apresenta um breve relato da história que conduziu ao advento do princípio de inércia, essencialmente associada com a contribuição de dois dos principais personagens da Revolução Científica do século XVII: Galileu Galilei e René Descartes. O princípio de inércia está na base de nosso entendimento sobre a natureza do movimento. Esse problema foi enfrentado, pela primeira vez, na Antiguidade, quando Aristóteles, com o objetivo explícito de procurar explicar a relação entre as *causas* potencialmente subjacentes e os *efeitos* manifestos do fenômeno do movimento na superfície terrestre, criou uma teoria que vigoraria por, aproximadamente, dois milênios. Nessa teoria, uma profunda divisão do movimento em dois tipos completamente diversos – naturais e violentos – evidencia o papel preponderante que o desconhecimento da natureza da gravidade exerceu sobre as mentes que buscavam compreendê-lo.

A teoria aristotélica apresentava, contudo, uma série de fragilidades. Boa parte da história da física na Idade Média foi uma tentativa de resolver esses problemas, e um importante passo foi dado com o advento das teorias do *impetus*. As teorias do *impetus*, entretanto, não conseguiram alterar radicalmente

a estrutura da relação de causalidade assumida pela teoria do movimento aristotélica. Um novo e importante ingrediente surgiu durante a Revolução Astronômica, com a reapresentação de uma cosmologia heliocêntrica, por Nicolau Copérnico. O heliocentrismo aprofundou as tensões no seio da visão de mundo aristotélica. A hipótese do movimento da Terra implicava uma fratura nas hipóteses metafísicas e cosmológicas que até então vinham sustentando a classificação do movimento em dois tipos distintos. Mais ainda, ela solapava as concepções originais sobre a natureza do movimento e sobre a estrutura de causalidade que subjaziam à física aristotélica. Coube, principalmente, a Galileu e a Descartes a descoberta de uma nova concepção de movimento que, além de resolver os problemas colocados pela nova cosmologia, permitia abrir o caminho para eliminar a divisão imposta por Aristóteles. Nenhum dos dois, entretanto, esteve imune às dificuldades que a compreensão da natureza da gravidade havia imposto aos seus antecessores. Essas dificuldades estão na base da concepção de inércia circular, criada por Galileu. A postura metodológica "positivista" de Galileu implicou um princípio de inércia que assumia um compromisso com os efeitos da gravidade, cuja natureza, entretanto, ele jamais soube explicar. Coube a Descartes – e, de fato, um pouco antes, a Pierre Gassendi – alcançar, pela primeira vez, uma correta concepção de inércia retilínea. E esse fato está intimamente relacionado com as novas concepções metafísicas que ele criou, em substituição àquelas de Aristóteles, o que lhe permitiu desvencilhar-se das dificuldades impostas pelos efeitos da gravidade à análise do problema do movimento. Descartes, entretanto, teve que pagar um preço relativamente alto por esse sucesso, pois a sua metafísica o impediu de conceber a gravidade como um verdadeiro agente causal. Ao contrário, a gravidade não era, na física cartesiana, nada mais que um efeito. Portanto, nem para Galileu, nem para Descartes, a gravidade foi concebida como um agente causal. Nesse sentido, seus respectivos princípios de inércia apresentam ainda deficiências que só seriam plenamente superadas pela criação da mecânica newtoniana. Newton – seguindo, inicialmente, os passos de Pierre Gassendi, tanto no atomismo quanto na sua confusa filosofia mecânica – criou o moderno conceito de força e, com ele, a teoria da gravitação universal que, finalmente, concebia a gravidade como um verdadeiro agente causal. Isso permitiu que ele, finalmente, superasse a dicotomia imposta pela teoria aristotélica e, ao mesmo tempo, colocasse o princípio de inércia em bases solidamente articuladas com a nova concepção da natureza do movimento, descoberta por Galileu e Descartes, e com a nova teoria da gravidade, descoberta pelo próprio Newton.

O plano de apresentação desse trabalho é o seguinte. Na seção 2, apresenta-se, de forma extremamente resumida, mas suficiente para os nossos propósitos, a estrutura do princípio de inércia na teoria newtoniana, em seus aspectos físico e ontológico. Na seção 3, apresenta-se, também resumida e suficientemente, a teoria de movimento de Aristóteles, nos seus aspectos físico e ontológico, o que permitirá uma clara comparação entre as teorias antiga e moderna. A história do princípio de inércia pode ser vista, essencialmente, como sendo o relato do modo como Newton chegou à superação definitiva de Aristóteles. Na seção 4, apresenta-se o modo como Galileu alcançou, pela primeira vez, a moderna compreensão da natureza do movimento. Na seção 5, relata-se, em retrospecto, o longo e tortuoso caminho seguido por aqueles que antecederam Galileu e apresenta-se a curiosa e interessante contribuição de Pierre Gassendi, com sua eclética (e confusa) consideração do princípio de inércia. Na seção 6, apresenta-

se o modo como Descartes alcançou o princípio de inércia retilíneo com base em sua metafísica. Na seção 7, retorna-se à discussão do problema da gravidade em relação à teoria dos vórtices cartesiana. Na seção 8, apresentam-se algumas considerações finais.

2 O Princípio de Inércia em Isaac Newton

Isaac Newton (1642 – 1727) foi responsável por, pela primeira vez, enunciar o princípio de inércia na forma como o conhecemos hoje, ou seja, de um modo completamente articulado com uma teoria geral e consistente do movimento, conforme apresentada nos *Principia Mathematica* [1]. Essa teoria, que passou a ser conhecida por *mecânica newtoniana*, lançou as bases para todas as demais teorias da física. A forma como o princípio de inércia nela comparece está articulada com uma profunda concepção sobre a natureza do movimento. Seu enunciado original é o seguinte:

- "*Lei I*: Todo corpo continua em seu **estado de repouso**, ou de **movimento uniforme em linha reta**, a menos que ele seja compelido a **mudar este estado** em razão de uma **força** impressa sobre ele”.

Uma análise conceitual mostra que, em última instância, a Lei I estabelece, explícita ou implicitamente, os seguintes pontos:

1. *Natureza do movimento*: o movimento é concebido como um *estado* e, portanto, é uma propriedade *relativa* dos corpos e não uma propriedade que lhes seja *absoluta*, ou *intrínseca*¹.

¹O conceito de *estado* é bastante complexo e não é meu objetivo, neste trabalho, empreender uma discussão exaustiva a esse respeito. Ele passou por um longo processo de construção, até resultar no moderno conceito de *estado físico*. Ocorre que o que se designa por *estado*, na física, depende fundamentalmente de qual é a teoria que se está considerando. E isso tem implicações no modo como o conceito é articulado matematicamente. Na formulação hamiltoniana da mecânica clássica, o estado é representado por um ponto no espaço de fases de $2N$ dimensões, onde N é o número de graus de liberdade do sistema físico. Na formulação usual da mecânica quântica, ele é representado por uma *direção* (a classe de equivalência de vetores proporcionais entre si) em um *espaço de Hilbert*. Na termodinâmica, é representado por um ponto em um espaço de configurações abstrato rotulado pelas variáveis extensivas de um sistema macroscópico em equilíbrio. Em quaisquer dos casos, entretanto, o que se deseja é que o estado possua um *descritor matemático* que *represente* um sistema físico de maneira suficientemente *completa*, ou seja, de tal forma que ele permita que, dadas as *leis físicas* que regem o sistema, seja possível prever, *deterministicamente*, sua evolução temporal, em pelo menos algum sentido a ser especificado. (Isso significa que as leis devem ser suficientes para, dado o estado anterior, prever o estado posterior do sistema físico.) Assim, o que eu designo, no presente contexto, por *estado* corresponde justamente ao descritor matemático que melhor se adequa à formulação *vetorial* da mecânica newtoniana de pontos materiais. Isso significa que o estado é especificado por dois *vetores*: o vetor *posição* e o vetor *velocidade*. O mais relevante, entretanto, é observar que, qualquer que seja a teoria a ser considerada, o estado, por ser um descritor matemático, é *relativo*. Isso significa que ele depende, crucialmente, da noção de observador que, fisicamente, corresponde essencialmente a um *sistema de referência*. E, ainda, é apenas com *relação* a um sistema de referência que se pode descrever, sem ambiguidades, não apenas o próprio estado, mas, principalmente, o processo de *mudança de estado*. Dessa forma, qualquer outra propriedade que se queira imputar a sistemas físicos que seja *invariante* por mudanças de sistemas de referência é denominada de *intrínseca ou absoluta*. Pelo que ficou exposto, é evidente que nem toda mudança envolvendo o estado de um sistema físico é absoluta. Ainda no contexto da mecânica newtoniana, mudanças de posição (que envolvem, portanto, a velocidade), não podem ser absolutas, mas mudanças de velocidade (aceleração),

2. *Agente causal*: em termos ontológicos, a Lei I afirma um compromisso implícito com um *princípio de causalidade*. Toda relação de causalidade – assumida como primitiva – estabelece uma *conexão necessária* entre certos tipos de *causas* e certos tipos de *efeitos*. A Lei I afirma, a esse respeito, a existência de certas entidades na natureza que, sendo *categoricamente* diferentes dos corpos materiais – cujo atributo intrínseco é a *massa inercial* –, respondem pelas *causas* de certos tipos de efeitos. Essas entidades são as *forças impressas*.
3. *Efeitos do agente causal*: assumido um princípio de causalidade, a toda causa deve ser prescrito um efeito *real*. A Lei I afirma, explicitamente, que o efeito da ação de uma força impressa sobre um corpo material é a *mudança de seu estado de movimento*. A forma específica dessa mudança, que deve ter uma expressão espaço-temporal, ou seja, cinemática, é afirmada somente na Lei II, onde se verifica que ela corresponde à *aceleração*. (A rigor, na forma como Newton, de fato, a escreveu, ao impulso.)
4. *Simetria*: embora o faça implicitamente, a Lei I estabelece uma *equivalência entre repouso e movimento uniforme*. Ainda em termos do princípio de causalidade assumido, na ausência de um agente causal, não pode haver efeitos reais. Portanto, é forçoso, em vista da afirmação explícita da Lei I, que repouso e movimento retilíneo uniforme devam ser considerados meras *aparências*, e não efeitos reais. Nesse sentido, são *equivalentes* e a aparência é devida, exclusivamente, ao estado de movimentos dos *observadores*².

Pelo que foi exposto, fica evidente que, muito embora pareça extremamente simples, a Lei I carrega em si enorme quantidade de suposições de natureza física e ontológica, o que já aponta para uma história complexa e tortuosa. Seu estabelecimento, por Newton, foi o termo final de uma trajetória que se iniciou mais de dois milênios antes, com Aristóteles, o primeiro filósofo a debruçar-se especificamente sobre o problema da natureza do movimento.

3 A Natureza do Movimento em Aristóteles

Não é o objetivo desse trabalho descrever, de forma detalhada, a teoria do movimento de Aristóteles (384 – 322 a.C.) [3, 4]. Ela é bastante complexa e profunda-

sim. O fato é que, para corresponder a uma mudança absoluta, uma mudança precisa ter um *agente causal* associado. À mudança de velocidade está associada uma *força impressa*. Em princípio, poder-se-ia argumentar que também a mudança de posição tem um "agente causal" associado, a saber, o *momento mecânico* (a rigor, o momento mecânico dividido pela massa inercial da partícula). Porém, é precisamente isso que diferencia a concepção de movimento newtoniana da aristotélica. Como veremos nas seções seguintes, negar a existência de um agente causal para a mudança de posição está no cerne da concepção de inércia de Galileu, Descartes e Newton. Por fim, vale salientar que, nesse mesmo contexto, a propriedade intrínseca relevante é a *massa inercial*. Isso não quer dizer, obviamente, que propriedades invariantes sejam, necessariamente, *imutáveis*. Apenas quer dizer que, no contexto dinâmico de aplicação da teoria, requer-se que tais propriedades sejam *contingencialmente* imutáveis, quando elas forem *dinamicamente relevantes*, como é o caso da massa inercial.

²É importante salientar que, por *aparências*, não se está querendo afirmar que mudanças de posição sejam *ilusórias*. Aparências são modos particulares de existência intrinsecamente dependentes da existência de observadores e, portanto, também apresentam um caráter de realidade. Com o fim de simplificar a discussão, entretanto, reservamos o adjetivo *real* para aquelas propriedades que são independentes da existência de observadores [2].

mente entrelaçada com a sua metafísica, ou seja, mais particularmente, com sua (i) *teoria das causas* (material, formal, eficiente e final), com sua (ii) *teoria de categorias ontológicas* (substância e atributos) e com sua (iii) *teoria de ato e potência*. É necessário, e suficiente, entretanto, estabelecer, em contraposição à teoria de movimento newtoniana, que, para Aristóteles, os movimentos eram classificados, *grosso modo*, em dois tipos:

1. *Movimentos Naturais*: definidos como sendo as *atualizações* das *potencialidades* dos corpos de ocuparem seus *lugares naturais no universo*. Tradicionalmente, esses movimentos ganharam uma expressão (semi-) quantitativa do seguinte tipo:

$$W = R.v,$$

onde W corresponderia a uma determinada *propriedade intrínseca* dos corpos, a saber, seu "*peso*" ou "*leveza*", R corresponderia à resistência do meio material – sempre presente – no qual os corpos se movem e v corresponderia à *velocidade* com que os corpos se movem (sem especificação sobre ser uma grandeza média ou instantânea).

2. *Movimentos Violentos*: definidos como sendo o resultado da *ação de contato* de um corpo sobre outro, ou, dito de modo tipicamente aristotélico, resultado da *atualização* de uma *forma*, impressa pelo *corpo movente*, sobre o *corpo movido*, obedecendo a uma expressão (semi-) quantitativa, também tradicionalmente assumida como:

$$F = M.v,$$

onde F corresponderia à "*força impressa*" (intensidade da ação do corpo movente), M corresponderia a uma *propriedade intrínseca* aos corpos movidos (não especificada, mas comumente associada ao seu *peso*) e v corresponderia à *velocidade* com que os corpos movidos se movem (novamente, sem especificação sobre ser uma grandeza média ou instantânea).

É crucial salientar que, durante toda a história da física, até Newton, não houve nenhuma definição precisa ou mesmo um consenso a respeito dos conceitos dinâmicos de *peso*, *massa* ou *força*, e as definições articuladas por Aristóteles padecem, obviamente, dessas ausências e/ou imprecisões. Entretanto, isso é assim apenas quando queremos considerar a teoria do movimento de Aristóteles *em termos modernos*, porque é evidente que, *nos seus próprios termos*, essas ausências e deficiências ou não aparecem ou, quando aparecem, dizem respeito apenas à sua inadequação enquanto *teoria empírica*.

Da teoria do movimento esboçada, podemos depreender que ela se compromete, essencialmente, com os seguintes pontos:

1. *Natureza do movimento*: o movimento é concebido não como um estado, no sentido anteriormente especificado, mas como um *processo* que ocorre com o corpo que se move. Nesse sentido, o movimento, embora não corresponda, a rigor, a uma *propriedade intrínseca* é, por outro lado, uma sucessiva ocupação de *lugares* no universo em um esquema cosmológico *geocêntrico* que confere a cada um deles uma distinção *absoluta*. O *lugar natural* é tão somente aquela posição no esquema cosmológico que representa o termo final do processo de movimentação natural. Nesse sentido,

pode-se entender todo movimento, seja natural, seja violento, como um *processo absoluto*. Isso significa que ele não depende de observadores ou sistemas de referência³.

2. *Agentes causais*: Aristóteles também tem compromissos estritos com um *princípio de causalidade*. A relação de causalidade, também assumida como primitiva, estabelece conexões necessárias entre tipos de *causas* e tipos de *efeitos*. Essas causas são, entretanto, distintas, pois, no caso dos movimentos naturais, elas são identificadas com as *potências* que os corpos possuem para ocuparem seus lugares naturais (potências relacionadas com o seu "peso" ou "leveza") e são, portanto, *causas finais*. Já no caso dos movimentos violentos, elas correspondem ao *contato* (relacionado com a "força", compreendida como ação de um corpo sobre outro) e são, portanto, *causas eficientes*⁴.
3. *Efeito dos agentes causais*: da mesma forma, a toda causa deve ser prescrito um efeito *real*. A teoria aristotélica afirmava, explicitamente, que, em ambos os casos – movimentos naturais ou violentos –, o efeito correspondente à causa final, no primeiro caso, ou correspondente à causa eficiente, no segundo, é a *mudança de lugar* (em função do tempo), ou seja, o próprio *movimento*. A forma específica dessa mudança também deve ter uma expressão espaço-temporal, ou seja, cinemática, e ela corresponde à *velocidade*.
4. *Ausência de Simetria*: é fácil perceber que a consequência do último ponto é uma explícita *inequivalência entre repouso e movimento*. Ainda em termos do princípio de causalidade assumido, na ausência de um agente causal, não pode haver efeitos *reais*, o que significa que não há movimento. Portanto, é forçoso que repouso e movimento não sejam meras *aparências*. Nesse sentido, como já foi exposto, o movimento não é um *estado* (relativo), mas um *processo absoluto* que ocorre com os corpos⁵.

Do que foi exposto, ficam evidentes as profundas diferenças entre as teorias aristotélica e newtoniana. Diversos autores já apontaram que, dentre as sínteses promovidas por Newton, está aquela que corresponde à eliminação definitiva da distinção entre movimentos naturais e violentos [5, 6, 7, 8]. A história do

³É interessante observar que, se analisada em termos modernos, essa afirmação pode não ser, de fato, inteiramente correta. Se insistirmos em conceber o universo aristotélico como *esfericamente simétrico* – e, portanto, *isotrópico* – há uma ambiguidade na definição de lugar natural que o torna dependente da *orientação* do sistema de referência (centrado no centro da Terra). Essa sutileza é, contudo, irrelevante para o que se segue, pois, além do universo aristotélico não ser homogêneo, ele também não comporta uma simetria entre observadores em movimento relativo, o que é um ingrediente essencial para a concepção newtoniana de movimento.

⁴Curiosamente, na formulação variacional ou *energeticista* da mecânica (não adotada por Newton, mas por outros físicos, sobretudo a partir do século XVIII) uma certa ideia de causalidade final parece ter sido preservada. Contudo, pode-se dizer que, *grosso modo*, a passagem da física aristotélica para a física newtoniana apenas preservou a causalidade do tipo eficiente. (Agradecemos ao árbitro por chamar a atenção sobre esse ponto.)

⁵Embora o movimento não possa ser considerado uma *propriedade* intrínseca de um corpo, já que se define em *ato*, por outro lado, uma *propensão* ao movimento pode ser tratada como uma propriedade intrínseca. Essa *propensão* ao movimento (dado o lugar inicial do corpo) é, de fato, *absoluta*. Neste caso, entretanto, em potência, não em ato. (Agradecemos ao árbitro por chamar a atenção sobre esse ponto.)

princípio de inércia está intimamente relacionada com essa superação. Menos pontuado, entretanto, é o fato de que um dos motivos fundamentais para que Aristóteles tenha concebido esses dois tipos de movimento foi o fato de ter tratado os efeitos da *gravidade terrestre* de uma maneira completamente diferente daquela que seria realizada por Newton. Para ele e para todos os físicos antigos e medievais, a gravidade era um fato básico, associado exclusivamente com o fenômeno da queda dos corpos na superfície da Terra, e a teoria dos movimentos naturais foi, em última instância, uma tentativa de dar conta desse fato. Uma das grandes conquistas da teoria newtoniana foi ter, finalmente, concebido a gravidade como uma *força*. Contudo, como já foi alertado, o caminho para aí chegar foi extremamente difícil.

4 Galileu Galilei: a Batalha pelo Sistema Heliocêntrico

Embora o sistema heliocêntrico tivesse sido reproposto por Nicolau Copérnico (1473 – 1543), em 1543, com a publicação do seu *Sobre a Revolução das Esferas Celestes*, há certo consenso entre os historiadores da ciência de que ele não teria provavelmente prosperado não fosse pela atuação de dois personagens considerados centrais para a Revolução Científica do século XVII: Johannes Kepler (1571 – 1630) e Galileu Galilei (1564 – 1642) [6, 7, 8]. Cada um deles foi ardoroso defensor do sistema copernicano, embora tenham trilhado caminhos científicos muitíssimo distintos, a começar pelo modo como consideravam o problema relacionado à demonstração da verdade desse sistema. Para Galileu – que unia em si os atributos de um matemático e de um profundo filósofo da natureza com o gênio de um homem prático, disposto a, literalmente, “ver as coisas funcionando” – o problema sempre fora, essencialmente, como compatibilizar o fato de que a Terra se movia nos céus com o modo como os corpos terrestres se movimentavam sobre sua superfície. Já para Kepler – um homem profundamente místico –, o problema era mostrar que a harmonia e a simplicidade matemática do mundo só se revelariam pela concepção de que o Sol era o centro do universo – sua fonte de poder e vida [5, 6, 7, 8].

Eles foram contemporâneos, mas, ironicamente – e apesar de terem, inclusive, chegado a trocar correspondências amigáveis –, ignoraram-se mutuamente durante a maior parte do tempo. Kepler, que indagou, pela primeira vez, por uma causa física que permitisse explicar como o Sol movia os planetas, passou amplamente ao largo das descobertas que Galileu faria na mecânica. Já Galileu continuou sustentando as órbitas circulares copernicanas, sem reconhecer a grande revolução que Kepler estava operando na astronomia, com o abandono da obsessão pelo movimento circular uniforme. Num certo sentido, é possível ver aí um reflexo direto da cisão entre mecânica e astronomia, herdada de seus antecessores medievais. Galileu e Kepler não podiam saber que iniciavam o processo de desvendamento de (parte) do mistério da gravidade, cada um a seu modo, partindo de lados opostos do problema, cuja solução, por fim, caberia a Newton encontrar⁶.

⁶Os mistérios envolvendo a força gravitacional, entretanto, não foram devidamente desvendados até hoje. Einstein foi criador da revolucionária teoria sobre a gravidade que superou a teoria da gravitação universal de Newton, concebendo a gravidade como um certo tipo de *campo*. Ainda assim, até hoje não foi possível unificar a força da gravidade com as demais

Esse afastamento entre os dois grandes homens, contudo, não chegou a ser completo. Foi Galileu quem primeiro utilizou o telescópio – de fato, uma simples luneta – para investigar os céus, e assim contestar o dogma aristotélico da perfeição e imutabilidade do mundo supralunar e a divisão do universo em duas partes completamente distintas. Preparava, com isso, o caminho para a grande unificação que seria realizada, cerca de quarenta anos depois de sua morte, por Newton. Kepler, por sua vez, iria estudar com grande profundidade as propriedades do novo instrumento de observação, em tão alto grau que ele viria a passar para a história como o pai da ótica geométrica no ocidente.

Em 1610, Galileu publicou o seu *O Mensageiro Sideral*, resultado de suas espetaculares descobertas feitas com o emprego da luneta. Essa obra representou o primeiro ataque frontal contra a cosmologia aristotélica. Dentre as observações e descobertas realizadas, destacaram-se: (i) as crateras na superfície da Lua; (ii) as manchas solares (ambos fenômenos que contradiziam a imutabilidade e a perfeição da esfera supralunar aristotélica); (iii) uma vasta quantidade de novas estrelas não visíveis a olho nu; (iv) os satélites de Júpiter (os quais revelaram um “sistema solar” em miniatura, de tal modo que a Lua, antes um objeto anômalo no sistema solar, passou a ser um mero exemplo, entre outros) e, finalmente, (v) as fases do planeta Vênus.

O problema fundamental, entretanto, consistia muito mais na adesão completa de Galileu à leitura *realista* da obra de Copérnico, assim como havia sido o caso para Giordano Bruno (1548 – 1600) e Kepler [7]. Embora Galileu tenha iniciado sua carreira como um aristotélico, o acúmulo de complicações associadas ao sistema ptolemaico e a incapacidade da física aristotélica de resolvê-los adequadamente levaram-no a dar um passo que nenhum grande pensador até então havia ousado tentar: rejeitá-la ampla e integralmente.

Em uma de suas primeiras obras científicas, intitulada *Sobre o Movimento* (c. 1590), Galileu ainda apresentou-se como um partidário da teoria medieval do *impetus* [9]. Nessa obra, contudo, ele já demonstrava qual de fato seria seu grande objetivo: construir uma *dinâmica* matematicamente exata que permitisse complementar, nos mesmos moldes axiomáticos, a *estática* de Arquimedes, empregando, para isso, métodos geométricos. Galileu abandonou a *dinâmica* desenvolvida em *Sobre o Movimento* quando percebeu que a teoria do *impetus* não seria capaz de remover as principais objeções à aceitação do sistema heliocêntrico [6]. Essas sérias objeções resumiam-se todas a, essencialmente, um único problema: como seria possível que a *dinâmica* dos objetos na superfície terrestre não fosse drasticamente afetada pelo movimento da Terra? Nas palavras de Simplicio⁷: “*O problema crucial é ser capaz de mover a Terra sem causar milhares de inconveniências*”.

Esse problema podia ser vivamente ilustrado pela experiência de “queda de um objeto do topo de uma torre”. Essa experiência é, essencialmente, o relato de uma possível observação e a constatação de um aparente paradoxo. Supondo-se que a Terra se mova (em torno do Sol, ou mesmo em torno de si mesma), um

interações da natureza, em grande parte devido a características que lhe são intrínsecas e que a fazem bastante diversa das demais teorias de campo.

⁷Simplicio era (dos três personagens) o representante do aristotelismo nas grandes obras galileanas *Diálogo Sobre os Dois Principais Sistemas do Mundo* (1632) e *Discursos e Demonstrações Matemáticas sobre Duas Novas Ciências* (1638). Os outros dois eram Salviati, portavoz de Galileu e do copernicanismo, e Sagredo, um personagem neutro e cientificamente leigo, mas inteligente, que acabava tomando sempre o partido de Salviati, em razão das evidências apresentadas e de sua argumentação superior.

objeto que fosse liberado do alto de uma torre, sem velocidade horizontal, em “queda livre”, não poderia cair exatamente junto à base da torre. O problema era que, de acordo com o princípio básico da física aristotélica, sem força não podia haver movimento violento. Enquanto o objeto estivesse caindo livremente, ou seja, por movimento natural, ele não se encontraria submetido a nenhuma força e, portanto, não deveria apresentar nenhum movimento horizontal. A Terra, entretanto, nesse meio tempo, ter-se-ia movido horizontalmente (e, com ela, a torre), de modo que o objeto, ao chegar ao solo, deveria cair sempre em um ponto, na superfície, afastado da base da torre. E esse efeito, obviamente, nunca era observado. Alegadamente, a teoria do *impetus* não seria capaz de resolver esse problema porque, ao se abandonar o objeto do alto da torre, nenhum *impetus* teria sido efetivamente comunicado ao objeto que inicia a queda. Como veremos na seção seguinte, o conceito de *impetus* permanecia vinculado à física aristotélica. Seu significado era o de *força impressa* (imaterial), e era exatamente uma força impressa nos corpos arremessados que causava seu movimento, segundo a compreensão da física medieval, e que estaria presumivelmente ausente, no exemplo da torre.

O que faltava, evidentemente, à física medieval, era uma concepção de movimento que levasse em conta os conceitos de *inércia e movimento relativo*. É impossível acomodar tais conceitos dentro da física aristotélica. Foi isso que Galileu percebeu e que todos os cientistas e filósofos antigos e medievais ou não conseguiram perceber, ou não tiveram ânimo suficiente para fazer o que era necessário: destruir por completo o antigo sistema e edificar um novo.

Em 1632, Galileu publicou o seu *Diálogo Sobre os Dois Principais Sistemas de Mundo*, onde ele, finalmente, removeu a objeção aristotélica e lançou as bases para a construção da nova física ao introduzir a *ideia* fundamental do que seria elaborado como o *Princípio de Inércia*. Veremos que, a rigor, as primeiras proposições corretas do princípio de inércia foram devidas não a Galileu, mas a Pierre Gassendi (1592 – 1655) e a René Descartes (1596 – 1650). Contudo, a ideia mais importante associada ao conceito já havia sido plenamente entendida por Galileu. O modo como Galileu introduziu essa ideia acabou por implicar uma forma do princípio condicionada a uma situação experimental específica, o que o levou a enunciar um *princípio de inércia circular*, ao invés de retilíneo. Para Galileu, *um corpo, em movimento num plano horizontal ideal, ou seja, sem atrito, continuaria a mover-se com velocidade uniforme até que alguma influência externa operasse no sentido de mudá-la* [5, 6, 9]. Em resumo, não seria necessária qualquer força para manter um corpo em movimento, nesse plano⁸.

A fim de avaliarmos a contribuição de Galileu dentro de uma perspectiva panorâmica, vamos esboçar, em seus elementos principais, a história que acabou conduzindo à elaboração definitiva do princípio de inércia.

⁸Essa forma explícita do princípio de inércia apareceu não no *Diálogo*, mas na outra grande obra de Galileu, os *Discursos*. Além disso, é interessante observar que Galileu jamais usou o termo *inércia*. Foi Kepler quem o introduziu, porém, para Kepler, inércia significava tão somente *resistência a entrar em movimento*, ainda dentro do sentido aristotélico de que o repouso era uma propriedade intrínseca aos corpos.

5 Uma Breve História do Princípio de Inércia

5.1 O esforço medieval: as teorias do *impetus*

No início da Idade Média, o neoplatônico João Philoponus (490 – 570 d.C.) elaborou um conceito de *força impressa* que acabou por antecipar o conceito de *impetus* dos filósofos medievais [8, 10]. O mérito de Philoponus não foi pequeno. Ao analisar criticamente a obra de Aristóteles, ele encontrou vários pontos frágeis, dentre os quais o mais sensível deles tinha a ver com o problema do *lançamento sob ação da gravidade*. Esse movimento não podia ser natural, mas sim violento. O problema estava em que um objeto, uma vez lançado, perdia contato com o agente motor e, portanto, não tinha mais uma causa eficiente para seu movimento. Embora o próprio Aristóteles tivesse tentado, esse problema nunca pôde ser solucionado satisfatoriamente, até o advento das teorias de *impetus*. Para Philoponus, uma "*energeia*" (ato) motora *incorpórea* seria impressa no projétil por quem o havia lançado, passando a ser essa força impressa imaterial a verdadeira causa eficiente responsável pela manutenção do movimento. O *impetus* de Philoponus apresentava, contudo, uma característica indesejada: ele se exauria, durante o movimento, por uma dupla razão: a resistência do meio e uma dissipação gradativa, que existiria mesmo que o lançamento fosse realizado no vazio.

O primeiro filósofo a formular um princípio realmente semelhante ao princípio de inércia foi o árabe neoplatônico Ibn Sina (Avicena) (980 – 1037 d.C.) [8, 10]. Ele também concebeu uma forma do princípio do "*impetus*" – que ele chamou de "*mail*", ou seja, *inclinação* – muito semelhante àquela formulada por Philoponus. Porém, Avicena afirmava, explicitamente, que, na ausência de um meio resistente, um corpo, *uma vez colocado em movimento*, permaneceria em movimento *retilíneo e uniforme*, sem nenhum decréscimo de seu *impetus (mail)*.

De volta ao Ocidente, o filósofo medieval Jean Buridan (c. 1292 – 1363), assim como Avicena, também considerou uma força impressa, ou *impetus*, que não se dissipava, a não ser por resistência externa [8, 10]. Porém, para Buridan, a própria ideia de um movimento retilíneo perpétuo era impossível, ligado que estava à noção de universo finito da cosmologia aristotélica. Contudo, em suas investigações, Buridan deu um passo além ao antecipar o conceito de *quantidade de movimento*. Para Buridan, o *impetus* podia ser quantificado e era, basicamente, o produto da massa pela velocidade. Contudo, para Buridan, *massa* era uma medida da *quantidade de matéria*, não de inércia. De acordo com Buridan [11]:

“Após deixar o braço do atirador, o projétil seria movido por um *impetus* dado a ele pelo atirador e continuaria a ser movido enquanto o *impetus* permanecesse mais forte que a resistência, e o movimento seria de duração infinita não fosse ele diminuído e destruído por uma força contrária que lhe resistisse ou por algo inclinándolo em movimento contrário.”

No final do século XVI, durante o período correspondente ao final do Renascimento e ao início da Revolução Científica, Giovanni Battista Benedetti (1530 – 1590) retomou o conceito de Avicena (movimento retilíneo e uniforme) e reafirmou a conservação do movimento também em termos de uma teoria do *impetus* [5].

Do ponto de vista do moderno princípio de inércia, todas essas abordagens compartilham das mesmas dificuldades. Nelas, repouso e movimento continuavam sendo considerados condições absolutas, intrínsecas aos corpos, e, a despeito de estabelecerem o mesmo *efeito* – a saber, o movimento retilíneo e uniforme – este não se dava na *ausência* de causas e sim na sua *presença*. Assim, era exatamente por existir um agente causal – a força impressa – que o movimento retilíneo e uniforme podia acontecer. Por ser um conceito ligado à física aristotélica, nenhuma teoria de *impetus* poderia representar um verdadeiro princípio de inércia. O conceito de *impetus*, entretanto, representou um importante passo, na medida em que estabeleceu, do ponto de vista da concepção dos agentes causais, a existência de uma entidade imaterial que, por um lado, não existia na física aristotélica e, por outro, apontava para a moderna concepção newtoniana de força.

Com isso, podemos observar em Philoponus, Avicena, Buridan e Benedetto filósofos naturais que, a despeito das aparências, apenas “tangenciaram” o princípio de inércia. Talvez seja mais apropriado identificar, nas suas elaborações, precursores dos conceitos de *energia (cinética)* ou de *quantidade de movimento*, muito embora, do ponto de vista moderno, seja importantíssimo observar que esses conceitos estão completamente atrelados à noção mais fundamental de movimento inercial.

5.2 Os precursores imediatos

Sabe-se que tanto Nicolau Copérnico quanto o filósofo italiano Giordano Bruno – um visionário defensor do sistema heliocêntrico, mas que acreditava em um universo infinito, com infinitos mundos, e que, em razão dessas crenças, foi queimado pela Inquisição – já haviam considerado o “problema da queda de um objeto da torre” e formulado linhas de argumentação em favor de uma solução do paradoxo que anteciparam os esforços do próprio Galileu [12]. Ambos atribuíram os resultados negativos da experiência à noção de que o objeto liberado “participava” do movimento global do sistema torre-Terra. Enquanto Copérnico o sustentava em bases metafísicas, alegando que o objeto acompanhava o movimento da Terra em razão de uma *afinidade de essências*, Bruno o fez em *bases físicas*, porém, utilizando a teoria do *impetus*. Para Bruno, o sistema torre-Terra e o objeto liberado eram parte do mesmo sistema mecânico. O sistema torre-Terra de fato imprimiria *impetus* ao objeto liberado, de modo que era em função dessa força impressa que ele se movia em conjunto com o restante do sistema [12]. A existência de uma possível explicação para o efeito, em termos que os filósofos medievais ainda poderiam aceitar, parece ser uma evidência de que Galileu não estava disposto a compromissos que implicassem a manutenção do sistema aristotélico.

Embora as preocupações de Copérnico e Bruno estivessem condicionadas pelo problema do heliocentrismo e suas explicações estivessem totalmente dentro do contexto da física e da metafísica aristotélicas – não sendo, nesse sentido, diferentes das tentativas dos filósofos medievais –, há um ingrediente novo nas suas discussões e que os aproxima muito mais do pensamento de Galileu, de Descartes e de Gassendi: a ideia de *relatividade dos movimentos*. Para Copérnico, isso significava que nenhum efeito físico era sentido dentro do sistema composto por uma Terra em movimento. Para Bruno, que um corpo podia participar de múltiplos movimentos, sem que isso implicasse qualquer contradição,

já que movimento, *agora claramente concebido como um estado*, não era uma propriedade intrínseca aos corpos. Bruno, em particular, chegou até mesmo a antecipar a noção de *composição* de movimentos [12].

Por fim, talvez o precursor mais imediato de Galileu, Gassendi e Descartes tenha sido o cientista e filósofo holandês Isaac Beeckman (1588 - 1637), de quem Descartes veio, inclusive, a ser discípulo, e que é também considerado um dos principais responsáveis pela reintrodução do atomismo na Idade Moderna, tendo inspirado o atomismo de Gassendi. Beeckman parece ter defendido um princípio de inércia muito semelhante ao de Galileu, ou seja, circular, porém, não chegou a publicar seus resultados [5].

5.3 O Ecletismo de Pierre Gassendi

Foram Galileu, Gassendi e Descartes, nessa ordem, os que primeiro abandonaram a teoria do *impetus* e conseguiram chegar a verdadeiras formulações de um princípio de inércia. Tanto Gassendi quanto Descartes, entretanto, construíram sobre os alicerces fundados por Galileu. O filósofo francês Pierre Gassendi (1592-1655) enunciou, de fato, um pouco antes de Descartes, o princípio de inércia na sua forma completa [13]. Na sua obra *Sobre o Movimento* (1642, ano da morte de Galileu), ele descreveu a realização do experimento que Galileu apenas imaginara – a queda de uma pedra do topo do mastro de um navio – e discutiu a composição de movimentos que conduzia à famosa trajetória parabólica, deduzida matematicamente por Galileu. Nessa discussão, ele foi capaz de ir além das conclusões de Galileu ao concentrar-se no fato de que o movimento de queda representava, em sua componente *horizontal*, uma *instância de movimento inercial*. Dado que a *composicionalidade* não tinha qualquer influência no movimento inercial, *ele concluiu que qualquer corpo, livre de influências, deveria seguir um caminho retilíneo, em velocidade uniforme*.

Diferentemente de Descartes, a *filosofia mecânica* de Gassendi era construída sobre um *atomismo de moldes epicuristas*. Ele, portanto, defendia firmemente a existência do espaço vazio. Seu princípio de inércia aparece, assim, de modo consistente com uma metafísica que assumia um espaço que possui *simetrias* (homogeneidade e isotropia) como arena para o movimento dos átomos. Gassendi sustentou exatamente essas simetrias como fundamento para o seu princípio. É curioso, entretanto, observar que Gassendi incorreu em muitas inconsistências com relação não apenas ao seu princípio de inércia, mas também com relação à própria filosofia mecânica, da qual ele foi um dos destacados proponentes. Em escalas astronômicas, ele admitia que o movimento inercial pudesse ser circular e, em escalas microscópicas, que os átomos tivessem características *antímicas* – como, aliás, havia sugerido Epicuro – de modo que seu movimento poderia ser errático e aleatório. Essas inconsistências parecem ter sido relevantes para que Descartes tenha adquirido a maior parte do crédito pelo enunciado do princípio correto. Ainda assim, Gassendi conseguiu ir além de Galileu e de Descartes em um aspecto muito importante, pois ele foi, possivelmente, o primeiro, antes de Newton, a conceber a *gravidade* como uma *força externa*, e o movimento sob ação da gravidade como um movimento violento, ao invés de natural.

Logo em seguida, René Descartes também chegou ao enunciado correto do princípio de inércia [14, 15]. Assim como Gassendi, ele o estabeleceu em termos de uma *relação entre a manutenção do estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme e a ausência de causas externas atuantes*. Basicamente,

Gassendi e Descartes estabeleceram o princípio cujo enunciado foi integralmente adotado por Newton, na sua primeira lei. A formulação de Descartes para o princípio de inércia foi, em certo aspecto, mais profunda do que a de Gassendi, pois Descartes estabeleceu o seu princípio de maneira completamente consistente com sua metafísica mecanicista. Como veremos, ele a sustentou no contexto de *leis de movimento* que introduziam um princípio fundamental: o da *conservação da quantidade de movimento*.

5.4 De volta a Galileu

Embora tenha sido corrigido, no que se refere ao movimento retilíneo, pelos enunciados de Gassendi e Descartes, o princípio de inércia de Galileu teve o insuperável mérito de ter estabelecido – pela primeira vez, com toda clareza – a *relação entre estado de movimento e sistema de referência*. O cerne da revolução conceitual galileana na mecânica estava, desse modo, na mudança radical da própria *natureza* do movimento. Galileu conseguiu conceber o movimento como atributo exclusivamente *relativo*, de tal modo que ele não constituía mais algo similar a uma *propriedade essencial*, ou seja, *intrínseca*, dos corpos. Para articular essa nova concepção, ele introduziu a importantíssima noção de *sistema de referência* (não com esse nome, obviamente). Movimento e repouso passaram a ser concebidos como sendo apenas *estados* diferentes associados a um mesmo corpo, o que significa que são, intrinsecamente, dependentes da *descrição de um observador*⁹. Ainda que os estados mudem, o corpo em si permanece completamente indiferente ao seu estado de movimento. Essa ideia passou a ser modernamente conhecida como *princípio de relatividade galileano*. Essa indiferença era essencial para a remoção das objeções ao sistema heliocêntrico. Entre outras articulações conceituais que ele viabilizou, no contexto da dinâmica, esse passo foi também fundamental para que, mais tarde, Newton pudesse alcançar uma correta separação dos conceitos de *peso e massa inercial*, na medida em que o peso deixou de ser uma propriedade intrínseca ao corpo, tendo a massa passado a desempenhar esse papel, no contexto da dinâmica¹⁰.

Como já exposto, a falha de Galileu em enunciar corretamente o princípio de inércia estava no fato de que este não expressava exatamente um movimento *retilíneo*, mas circular. Seguindo ainda parte da velha tradição, Galileu sustentou (tal como Buridan) que o movimento circular era o único compatível com um cosmos bem ordenado por uma inteligência divina¹¹. Para compreender

⁹Note-se o modo como o conceito de estado apareceu na física. Não sendo mais um atributo dos corpos (como são o seu tamanho, massa, carga elétrica, etc.), o estado passou a ser uma característica associada a *alguma outra coisa*. Na verdade, o estado é um *aspecto* segundo o qual o corpo se apresenta para um *observador*. Portanto, o estado é *relativo*. Mas a própria noção de observação não pode manter-se subjetiva. Daí a necessidade de atrelar a determinação do estado a um *sistema de referência*, que permite que o estado seja uma caracterização *matemática* e, portanto, objetiva. Embora o sistema de referência seja inicialmente uma construção matemática, ele não só pode como deve ser imaginado como um sistema *físico*, constituído por instrumentos de medida. Mais comumente, tal sistema é imaginado (na física newtoniana) como um conjunto de três eixos ortogonais em que unidades-padrão estendidas ao longo de tais eixos permitem medidas de comprimento. (Cf. também a nota 1.)

¹⁰O conceito de massa inercial também possui antecedentes na física medieval. Preocupados com um sério problema relacionado com a queda livre no espaço vazio – que, pela “fórmula” aristotélica dos movimentos naturais, implicaria velocidade infinita – os filósofos medievais perceberam uma maneira de reinterpretar a grandeza R , no denominador, como *resistência interna* do corpo, e não como resistência do meio [10].

¹¹Esse era um dos traços do platonismo galileano [7], mas também de sua religiosidade

melhor esse aspecto do conceito de inércia de Galileu, é interessante atentar para o estudo exaustivo que ele fez do movimento acelerado (e desacelerado) em planos inclinados (e que o levaram a descobrir a lei de queda dos corpos¹²). A partir desses estudos, Galileu concluiu que, independentemente da inclinação do plano, todos os corpos adquiriam a mesma velocidade final ao serem liberados de uma mesma altura inicial. Isso significou, para ele, que era exclusivamente a *variação de altura com relação à superfície da Terra* que alterava o estado de movimento do corpo. Desse modo, mover-se em um “plano horizontal” significava, literalmente, mover-se em uma superfície cujas partes estivessem igualmente afastadas do centro da Terra. O movimento inercial devia ser, portanto, um *movimento circular uniforme*, concêntrico ao centro da Terra¹³.

Desses fatos, é possível depreender que a razão profunda pela qual Galileu não pôde conceber o princípio de inércia retilíneo estava no fato de que ele não tinha noções completamente bem definidas – nem, evidentemente, definições matemáticas adequadas – dos conceitos de *massa inercial*, *gravidade* e *força*. Em muitas de suas obras, Galileu sempre julgou prematuro responder à questão do *por quê* os corpos sofrem aceleração em seus *movimentos naturais*¹⁴, tendo quase sempre preferido se ocupar do *como* eles ocorrem. Assim, ele se recusou a construir hipóteses sobre a verdadeira natureza da força, em geral, e da gravidade, em particular. É certo, contudo, que Galileu não interpretava a atuação da gravidade como uma “força” no mesmo sentido de, por exemplo, uma força (de contato) operando na impulsão de um corpo, embora soubesse que ambas as instâncias representavam sempre a causa de uma aceleração (escalar). Como ele não tinha um conceito de massa, o conceito de peso permaneceu um mistério para ele, e era sempre referido como sendo uma *inclinação natural* dos corpos para chegar ao centro da Terra. E como ele não conseguiu perceber a natureza *vetorial* da velocidade, ele também não percebeu o efeito da gravidade como atuando na mudança de *direção* do movimento. Daí o movimento circular ser, para ele, o movimento preferencial para corpos pesados que fossem impedidos de realizar sua inclinação natural.

Foi com a obra *Discursos e Demonstrações Matemáticas sobre Duas Novas Ciências* (1638) [16] que Galileu estruturou, de forma definitiva, suas novas ideias a respeito dos movimentos uniforme e acelerado, da composição de movimentos e da cinemática da queda dos corpos. Ao restringir-se ao tratamento da cinemática, Galileu se deparou com o problema de não saber de que forma justificar, fisicamente, a atuação da gravidade no processo de queda livre. Então, para fundamentar a postulação de um movimento *uniformemente* acelerado, ele usou um argumento de simplicidade. Assim como no movimento uniforme ocorrem (por definição) incrementos iguais de posição em tempos iguais, ele supôs que, no movimento sob a ação da gravidade, ocorriam incrementos iguais de *velocidade* em tempos iguais. Havia, entretanto, outro argumento pelo qual ele

cristã.

¹²O relato dessas experiências aparece na terceira jornada dos *Discursos*. Essa obra, também em forma de diálogo, era dividida em quatro jornadas, ou dias de discussão. As duas primeiras tratavam de problemas de coesão e resistência dos corpos, enquanto as duas últimas tratavam da cinemática [16].

¹³É interessante observar que essa forma galileana do princípio de inércia guarda certa semelhança *conceitual* com a da moderna teoria da gravidade, a *teoria da relatividade geral*, conforme voltaremos a frisar, ao final desse trabalho.

¹⁴Galileu sempre se referiu assim aos movimentos sob a ação da gravidade. Isso mostra em que medida ele ainda estava atrelado a certas parcelas da visão de mundo aristotélica [5-7].

pôde concluir que a queda dos corpos deveria ser descrita em termos de um movimento uniformemente acelerado. Lembremos que Galileu havia mudado o princípio basilar da dinâmica aristotélica, segundo o qual o movimento era um *efeito* de um agente causal. Com a transformação do movimento em *estado*, um novo efeito dinâmico deveria ser atribuído ao agente causal (ou seja, à força, em geral, ou à gravidade, nos movimentos naturais). Galileu supôs, acertadamente, que esse efeito devia ser a aceleração.

6 René Descartes e a Filosofia Mecânica

O responsável pela formulação mais sistemática da chamada *filosofia mecânica*¹⁵, bem como seu maior defensor, foi o filósofo, cientista e matemático René Descartes (1596 – 1650) [6]. Descartes compartilha com Galileu o reconhecimento de terem sido os principais motores intelectuais do início da Revolução Científica, embora por motivos bastante diferentes. Tanto Galileu quanto Descartes deram importantes e definitivas contribuições ao processo de construção da física como uma ciência matemática e experimental, em particular na mecânica e na ótica [9, 17]. Contudo, embora tenha sido um pensador profundo, e tenha também contribuído decisivamente no que diz respeito a aspectos metodológicos, Galileu eximiu-se, em boa parte de sua obra, de construir qualquer sistema de pensamento completo, seja do ponto de vista metafísico, seja epistemológico. Descartes, por outro lado, investiu parte substancial de seus esforços no sentido não apenas de resolver problemas específicos de natureza científica, mas de, literalmente, refundar toda a filosofia natural, lançando as bases metafísicas, epistemológicas e metodológicas a partir das quais todo o pensamento moderno seria desenvolvido [7]. Nesse sentido, se é possível considerar Galileu como uma espécie de símbolo máximo da derrocada da cosmologia e da física aristotélicas, Descartes pode ser justamente considerado uma espécie de símbolo máximo da derrocada da metafísica e da visão de mundo aristotélicas, tendo-as substituído pela sua própria *visão de mundo mecanicista*, que dominaria o pensamento científico ocidental por, aproximadamente, dois séculos e meio [6].

6.1 A Metafísica Cartesiana

No que se refere à compreensão da história do princípio de inércia, é estritamente necessário compreender a metafísica cartesiana como tendo sido, em larga medida, construída em franca contraposição às concepções metafísicas medievais e, portanto, não apenas às aristotélicas, mas, também, àquelas articuladas em torno do que se convencionou chamar de *naturalismo renascentista* [6]. Com relação a esse último, inclusive, uma chave interpretativa pode ser encontrada na constatação de que a concepção cartesiana de mundo e, principalmente, a sua epistemologia, eram, essencialmente, tributárias de sua *metodologia filosófica*, francamente contrária ao pensamento naturalista. Em uma de suas primeiras e mais conhecidas obras, *Discurso Sobre o Método* (1637), mas, principalmente, em uma obra mais madura, *Meditações Sobre a Filosofia Primeira*

¹⁵O termo *filosofia mecânica* foi cunhado por Robert Boyle (1627-1691), um destacado cientista da Revolução Científica que trabalhou inteiramente sob o escopo dessa visão de mundo [6].

(1641), Descartes adotou, como estratégia filosófica, um método de dúvida radical e sistemática, baseado em um racionalismo extremo, que começava por negar todo tipo de segurança aos dados provenientes dos sentidos humanos (intuição sensível). Esse processo culminava na dúvida com relação até mesmo às ideias mais puras da razão, como aquelas provenientes da matemática. Tendo, por fim, estabelecido sua única verdade irrefutável – a de que existia como *ser pensante* (*res cogitans*), no famoso *cogito ergo sum* – Descartes pôde restabelecer, gradativamente, a possibilidade do conhecimento verdadeiro. Esse conhecimento verdadeiro não era mais, entretanto, fundado na intuição sensível, mas, tão somente, nas ideias que o intelecto podia perceber como sendo suficientemente *claras e distintas*. Embora clareza e distinção na percepção intelectual fossem consideradas “marcas da verdade”, na medida em que resistiam ao processo de dúvida metódica, Descartes, ainda assim, reconhecia um papel relevante para a evidência dos sentidos na filosofia natural. Nesse sentido, ele distinguiu entre os *princípios gerais* de sua física, que eram derivados exclusivamente a partir de uma investigação das *ideias inatas*, e os *mecanismos particulares*, que era obrigado a postular para explicar os fenômenos observados [18].

Entre as ideias inatas que Descartes julgava serem claras e distintas estava a de que não havia nenhuma outra propriedade, além da *extensão geométrica*, que fosse capaz de caracterizar, na sua *essência*, os corpos materiais (*res extensa*). Juntamente com Galileu, Descartes havia retomado aquela perspectiva epistemológica dos Atomistas antigos (Leucipo, Demócrito, Epicuro), a qual conferia prioridade ontológica às chamadas *qualidades primárias* – tamanho, forma, posição e movimento, as únicas passíveis de matematização –, eliminando as *qualidades secundárias* (cor, brilho, textura, sabor, odor, etc.) do âmbito da física [7]. Porém, há, em Descartes, diferenças essenciais com relação a seus predecessores atomistas e a Galileu. Embora existam indícios de que ele tenha sido, inicialmente, um atomista de moldes democritianos, Descartes abandonou, logo em seguida, completamente a crença na existência do *vazio* no universo. Para ele, todo o universo era constituído por corpos que eram como “recortes” da matéria infinitamente extensa (*plenum*). Isso implicava uma total identificação, no contexto da metafísica cartesiana, entre *espaço e matéria*. Além disso, a matéria era considerada completamente *inerte*. Portanto, as únicas propriedades reais dos corpos materiais eram propriedades primárias.

A nova metafísica cartesiana expurgava, desse modo, o universo de todo resquício de animismo e vitalismo, concebendo o mundo como uma máquina composta por corpos que se moviam por exclusiva necessidade física. Contra o empirismo e as crenças mágicas em simpatias, antipatias e forças ocultas agindo na natureza – tão em voga, no contexto do naturalismo renascentista, o qual havia resgatado concepções pitagóricas e (neo-)platônicas, de cunho um pouco mais místico –, ele propugnou uma abordagem racional, baseada em princípios físicos que admitiam apenas a ação por contato entre os corpos. Da mesma forma, a nova metafísica cartesiana afastava, de maneira praticamente definitiva, a ontologia de moldes aristotélicos, a começar pelas chamadas *causas formais*. Desse modo, parte considerável das categorias aristotélicas foi considerada “irreal” e foi banida da física, em conformidade com o novo entendimento das qualidades secundárias, operando-se um drástico programa de *redução* da maior parte delas exclusivamente a qualidades primárias. Como a única causalidade atuante no universo era a causalidade eficiente das forças de contato entre os corpos, isso implicava, automaticamente, a total eliminação da noção

de *causalidade final* e, por fim, a eliminação das noções de *ato* e *potência* como fundamento de qualquer teoria do movimento [6].

6.2 A Física Cartesiana

A física de Descartes foi apresentada, principalmente, nas obras *O Mundo* (1633) e *Princípios de Filosofia* (1644) [19, 20], e é caracterizada por uma rara sobriedade [14, 15, 17, 18, 19, 20]. Também aqui Descartes buscou eliminar da filosofia natural todo e qualquer resquício de metafísica que não estivesse exclusivamente a serviço da explicação mais simples dos fenômenos. Como na física cartesiana existia uma única matéria, comum a todos os corpos do universo, os antigos limites que haviam sido impostos entre os mundos celeste e terrestre foram completamente dissolvidos, o que preparou o terreno, do ponto de vista cosmológico, para a síntese newtoniana. A matéria universal era infinita em extensão, infinitamente divisível (contínua) e *constituía o próprio espaço*: não havia um espaço vazio, previamente constituído, no qual a matéria estivesse posta, como um conteúdo em um recipiente.

Os *Princípios de Filosofia* de Descartes apresentam, também, sua teoria geral do movimento. Descartes definiu movimento como uma “*transferência de uma porção de matéria, ou de um corpo, das vizinhanças daqueles corpos imediatamente contíguos a ele, e considerados em repouso, para as vizinhanças de outros corpos*”. Essa definição parece sancionar uma interpretação de movimento puramente *relativo*, já que a escolha de que corpos estão em repouso ou em movimento seria, em princípio, *arbitrária*. Esse ponto é, entretanto, passível de questionamento. A dinâmica cartesiana era governada por três *leis de movimento*, que incluem uma das primeiras formulações corretas do princípio de inércia:

- **Primeira Lei do Movimento:** “cada coisa, na medida em que é simples e una, **permanece no mesmo estado**; e, conseqüentemente, uma vez que seja movida, ela sempre continua a mover-se”.
- **Segunda Lei de movimento:** “cada parte da matéria considerada por si mesma não tende a mover-se ao longo de linhas oblíquas, mas somente em linhas retas. [...] A razão para essa regra, como também para a precedente, é a imutabilidade e a simplicidade da operação pela qual Deus conserva o movimento na matéria. Porque Ele o conserva sem referência ao que era poucos instantes antes. Embora nenhum movimento possa ter lugar em apenas um instante, é, por outro lado, evidente que **toda coisa que se move, em cada instante em que o faz, está determinado a continuar a se mover em uma direção definida, seguindo uma linha reta, não uma linha curva.**”

É interessante fazer aqui, duas observações. A primeira é que Descartes procurou sustentar essas conclusões por meio de um argumento *filosófico*, tipicamente medieval. Ele alegou que, sendo repouso e movimento estados de *natureza oposta*, não havia sentido em considerar que um corpo, estando em um desses estados, pudesse, *em virtude exclusiva de sua própria natureza*, ou seja, sem o concurso de uma causa externa, mudar para o estado oposto. Descartes estaria, nesse ponto, sustentando que *movimento* e *repouso* devem ser considerados *essencialmente distintos* – rompendo, assim, com sua equivalência fundamental

– o que é, evidentemente, incompatível com a ideia de movimento puramente relativo¹⁶. Há autores que sustentam que essa distinção absoluta entre repouso e movimento demonstra que Descartes, assim como os teóricos do *impetus*, não teria chegado ao *verdadeiro* princípio de inércia [14].

A segunda observação é que a suposição de Descartes, na Segunda Lei, é deixada sem uma verdadeira justificativa, pois nada impediria que, além de uma tendência de mover-se em uma determinada direção, o corpo tivesse, instantaneamente, uma tendência para *mudar de direção* (e para mudar a mudança de direção, e assim sucessivamente, *ad infinitum*, o que resultaria, em princípio, em qualquer trajetória). Foi apenas com Newton, e sua admissão explícita de que é necessária uma causa *externa* para a tendência de *mudar a direção*, que a segunda lei de Descartes ganhou uma justificativa mais adequada [21].

Para alcançarmos uma compreensão mais profunda do princípio de inércia elaborado por Descartes, é fundamental considerar a sua terceira lei de movimento, que é onde ele articula o seu mais importante princípio físico: o princípio de conservação da quantidade de movimento:

- **Terceira Lei do Movimento:** “um corpo, quando vai ao encontro de um corpo ‘mais forte’, não perde nada de seu movimento; mas, quando vai ao encontro de um corpo ‘mais fraco’, perde tanto de seu movimento quanto transfere para o corpo ‘mais fraco’”.

Notemos que a terceira lei apresenta dois aspectos importantes. Primeiro, ela é uma *lei de interação* entre corpos e, nesse sentido, invoca, implicitamente, uma noção de *agente causal* ou, como afirmado explicitamente, de ‘*força de um corpo*’. Segundo, ela articula uma noção de *quantificação* do movimento que sugere que ele possa ser *medido*. De fato, Descartes esclareceu esses dois pontos, primeiramente, ao definir ‘*força*’ como sendo a *tendência* que um corpo apresenta de permanecer no seu estado original de repouso, ou de movimento, justamente *na situação em que ocorre a ação de um corpo sobre outro*. Em seguida, ao estabelecer que uma medida dessa ‘*força do movimento*’ devia ser provida tanto pela consideração dos *tamanhos* dos corpos envolvidos quanto de suas *velocidades*. Por tamanho, devemos compreender o *volume* (extensão geométrica) e, por velocidade, o que hoje define-se por *velocidade escalar*. Descartes, por fim, estabeleceu que a quantidade conservada nas colisões devia ser igual à soma dos produtos dos volumes pelas velocidades de cada um dos corpos envolvidos. A quantidade de movimento definida por Descartes não era, evidentemente, o *momento linear*, conforme viria a ser definido no âmbito da mecânica newtoniana. Afinal, a dinâmica cartesiana carecia do conceito de *massa* e, de fato, não tinha sequer como acomodá-lo, dados os vínculos metafísicos que identificavam matéria apenas com extensão geométrica [14].

¹⁶É nesse ponto que a forma encontrada por Galileu para o princípio de inércia parece ser superior, ao menos no que se refere aos desenvolvimentos posteriores da mecânica. Galileu tinha plena consciência da natureza *relativa* dos estados de movimento e repouso. Em termos não apenas físicos, mas também metafísicos, a ênfase de Descartes residia em um princípio de conservação, ao passo que Galileu enfatizava o papel dos sistemas de referência, tendo sustentado o seu princípio com base na relatividade do movimento. Contudo, é interessante observar que, do ponto de vista metafísico, *Newton também sustentava essa mesma distinção fundamental entre movimento e repouso*, através de sua teoria do *espaço absoluto* [1]. Newton, entretanto, tinha perfeita consciência de que, do ponto de vista *físico*, era impossível *observar* essa diferença.

Há, aparentemente, uma falha mais grave na formulação do seu conceito de quantidade de movimento que o impediu de formular seu princípio de conservação para além das situações que envolvem colisões unidimensionais. Para Descartes, quantidade de movimento não era uma grandeza *vetorial*. É surpreendente que, tendo assumido explicitamente que o corpo, instantaneamente, seria dotado de uma quantidade de movimento *direcional*, Descartes não tenha sido capaz de formulá-la como quantidade vetorial em sua plenitude, inclusive para poder combinar as quantidades de movimento, através da regra do paralelogramo, para formular, por exemplo, suas regras de colisão. Alguns autores sustentam que isso também se deve a um resquício aristotélico, segundo o qual cada corpo possuiria apenas *um movimento* que lhe era peculiar [21]. Desse modo, um corpo não poderia *participar* de vários movimentos, simultaneamente.

De qualquer modo, a terceira lei de movimento, além de apresentar o primeiro princípio de conservação da história da física, também permite iluminar o que talvez seja a essência do princípio de inércia cartesiano. De fato, quando o comparamos com a forma como Galileu estabeleceu o princípio, vemos que, na formulação de Descartes, o princípio de inércia enfatiza a relação entre *movimento e agente causal*: basicamente, ele estabelece que não é necessária uma ‘força’ – uma causa, ou seja, ação por contato – para produzir o movimento (retilíneo e uniforme). Para Descartes, *as causas são os próprios corpos*, na medida em que são dotados de quantidade de movimento, e o princípio de inércia é tão somente a constatação de que, na ausência de interações, a quantidade de movimento de um corpo se conserva. Por outro lado, em Galileu, a formulação é sutilmente diferente e, em pelo menos um aspecto, vai um pouco adiante, pois, além de estabelecer, na essência, a mesma independência entre movimento e agente causal, ele também enfatiza uma relação entre *movimento e sistema de referência*. Talvez não seja totalmente despropositado dizer que, enquanto Descartes pensava em um “princípio de inércia *dinâmico*” – que não era mais do que uma forma de articular o seu princípio de conservação da quantidade de movimento –, Galileu pensava em um “princípio de inércia *cinemático*”. Novamente, foi apenas no contexto da nova dinâmica, formulada por Newton, que essas duas “interpretações” puderam ser, definitivamente, unificadas¹⁷.

7 A Natureza da Gravidade: a Teoria dos Vórtices

Ainda assim, é possível fornecer melhores justificativas do motivo pelo qual Descartes defendeu um princípio de inércia retilíneo. Novamente, a explicação mais razoável só pode ser encontrada nas exigências de sua metafísica. Quando Galileu estabeleceu o princípio, ele procurou compatibilizá-lo com as evidentes inclinações naturais dos corpos pesados de dirigirem-se ao centro da Terra, de tal modo que o seu princípio de inércia valeria exatamente quando os corpos fossem *impedidos* de realizar sua inclinação natural. Portanto, seu princípio de inércia é profundamente mesclado com os efeitos da gravidade. Nesse sentido, o “verdadeiro movimento inercial” de um corpo, quando ele *de fato* estivesse

¹⁷Porém, Christiaan Huygens (1629 - 1695), outro gigante da Revolução Científica, foi o primeiro a perceber o uso dinâmico do conceito de “inércia cinemático”, ao utilizá-lo para corrigir as regras de colisão de Descartes [21].

completamente livre para seguir suas inclinações naturais, deveria ser uma composição de movimentos circular e radial [9].

Descartes, por sua vez, não podia aceitar nenhum ingrediente oriundo da metafísica aristotélica, principalmente a explicação dos efeitos da gravidade através de obscuras inclinações naturais. No sistema cartesiano, *tudo* tinha que ser explicado *exclusivamente* em termos de extensão e movimento, *inclusive os efeitos da gravidade*. Há, entretanto, como sabemos, *dois* efeitos da gravidade que, até a época de Galileu e Descartes, estavam completamente desconectados: a queda dos corpos em direção ao centro da Terra e a órbita dos planetas. Galileu continuou a conceber esses dois fenômenos como sendo intrinsecamente diferentes. Descartes, porém, os viu como efeitos devidos essencialmente aos mesmos princípios físicos, e isso se deve, voltamos a enfatizar, exclusivamente à sua metafísica.

Com relação ao problema das órbitas, era crucial *explicá-las* e não assumi-las como um dado primário. Nesse sentido, o enunciado do princípio de inércia retilíneo aplicou um segundo golpe na ideia de necessidade metafísica dos movimentos circulares planetários¹⁸. Afinal, no novo contexto dinâmico, movimentos que se desviassem de linhas retas requereriam uma explicação pela presença de um agente mecânico (através de impactos)¹⁹. Por outro lado, como no universo cartesiano não havia lugar para o espaço *vazio*, toda partícula ou corpo que se movesse devia fazê-lo, necessariamente, cedendo lugar, *instantaneamente*, a outra partícula ou corpo, como nos movimentos de um fluido completamente *incompressível e sem atrito*²⁰. Isso implicava uma dinâmica global em que cada elemento de matéria devia mover-se em um *circuito fechado*. É importante parar para refletir sobre esse ponto: por maiores que sejam os circuitos, eles devem ser *fechados*. Essa é uma consequência necessária, dentro de um universo constituído por um *plenum* de matéria, ou seja, um todo *contínuo e compacto*, onde não existem nem fontes nem sorvedouros de matéria. Além disso, todos os circuitos fechados deveriam mover-se como um *bloco único*, dada a incompressibilidade da matéria. Isso quase automaticamente implica que o universo, que é considerado infinito, deva ser constituído por um número ilimitado de *vórtices* adjacentes, mas interligados e estruturados, como em um reticulado. Essa *teoria dos vórtices* cartesiana possibilitava explicar os movimentos circulares dos planetas. Contudo, ela fazia um pouco mais: ela também era capaz de explicar o fenômeno de queda dos corpos pesados, na superfície da Terra [14, 15, 17].

De fato, nos movimentos circulares, os corpos têm uma permanente tendência a afastarem-se do centro em torno do qual se movem: uma tendência *centrífuga* [14, 15, 17]. As variadas tendências centrífugas dos “elementos” constituintes de cada vórtice geram *pressões* nas camadas imediatamente exteriores. Por outro lado, em um circuito fechado, qualquer afastamento que uma partícula realize com relação ao centro do vórtice deve ser instantaneamente compensado pela aproximação de uma outra partícula, pertencente ao mesmo circuito fechado, o que gera uma *contrapressão*, na direção do centro, ainda

¹⁸O primeiro golpe fora dado por Kepler, com a descoberta das trajetórias elípticas.

¹⁹Embora Kepler tenha precedido Descartes na proposição de um *mecanismo* para explicar os movimentos dos corpos celestes, os elementos desse mecanismo eram inaceitáveis para a filosofia mecânica já que, entre outras coisas, invocavam “forças ocultas” (a *anima motrix* de Kepler) [6].

²⁰Essas são consequências necessárias da identificação da matéria com extensão geométrica e da imposição de conservação da quantidade total de movimento do universo.

que efetuada em uma outra parte do sistema. Assim, uma *órbita* é estabelecida pelo balanço dinâmico entre a tendência centrífuga do próprio planeta e a contrapressão, efetuada sobre ele, que surge como consequência da tendência centrífuga de outras partes da matéria que constitui o vórtice. Entretanto, se esse balanço fosse rompido, um corpo poderia ou afastar-se do centro ou aproximar-se. O *peso* dos corpos na superfície terrestre, ou seja, a sua *gravidade*, era, portanto, explicado como uma *deficiência de tendência centrífuga* com relação à matéria circundante, de tal modo que os corpos eram impelidos para o centro de um vórtice, convenientemente imaginado em torno da Terra, com limite superior situado na altura da órbita lunar²¹.

8 Epílogo

O desconhecimento da verdadeira natureza da gravidade estorvou os cientistas por séculos em sua busca por compreender a natureza do movimento, por identificar seus verdadeiros agentes causais e por determinar quais efeitos eram aparentes e quais eram reais. Foram todas essas dificuldades que estiveram envolvidas na descoberta do princípio de inércia. Para Galileu, o princípio de inércia devia estar, necessariamente, compatibilizado com a inclinação natural de queda dos corpos, considerada como dado primário. Para Descartes, o princípio de inércia foi a chave para a sua elucidação da gravidade como um mero efeito: balanço ou deficiência de força centrífuga, conforme o caso. Para ambos, portanto, *a gravidade não era uma força*. Como se sabe, coube a Newton prover uma solução unificada para esses problemas criando, para isso, o moderno conceito de força e articulando-o com sua grande descoberta da “verdadeira” natureza da gravidade, por meio de sua *teoria da gravitação universal*. Essa é, entretanto, uma outra história. A história de uma teoria extremamente bem sucedida. Pelo menos, por “curtos” 230 anos...

A história pode ser cruelmente irônica. Como se sabe, já por volta do final do século XIX, a física newtoniana começou a ser superada em duas frentes. Uma delas consistiu justamente no advento da teoria da relatividade geral, criada por Albert Einstein, que acabou por mostrar que a gravidade não era, no fim das contas, uma força, mas sim algo relacionado com a *geometria* do espaço-tempo. De fato, a gravidade foi identificada com a *curvatura* do espaço-tempo, gerada pela presença de matéria/energia. O princípio de inércia não ficou, como é evidente, incólume. No contexto da relatividade geral, o movimento dos corpos livres da ação de agentes causais não é mais retilíneo, mas *curvo*, ou melhor, *geodésico*.

Embora seja totalmente anacrônico imaginar Galileu pensando nesses termos, vimos que ele sempre fez, implicitamente – assim como fora o caso do próprio Aristóteles – uma diferença entre as *naturezas* da gravidade e das forças em geral. Contudo, ainda que se possa ver, nesse fato, que Galileu continuava atrelado a alguns resquícios de uma visão aristotélica, ao propor um tratamento *matemático*, ele certamente preparou o caminho para a subsunção do conceito

²¹Também Newton procuraria, inicialmente, por um modelo de explicação da gravidade nesses termos, ou seja, através de um modelo “convectivo” [22]. É interessante observar que esse modelo “vortical” deveria implicar uma impulsão cuja direção seria perpendicular ao eixo de rotação da Terra, e não radialmente dirigida para o seu centro, o que exhibe não apenas uma falha grave do modelo, mas, também demonstra que havia uma grande tolerância, por parte de Descartes, com relação a eventuais discrepâncias.

de gravidade pelo conceito de força, efetuado por Newton. Só *matematicamente* esse passo foi possível, pois, passando ao largo de considerações de *natureza*, as relações matemáticas permitiram que fenômenos a princípio qualitativamente diversos pudessem ser concebidos como quantitativamente equivalentes. Porém, a história continuou. E continua...sempre...

References

- [1] Newton, I., Cohen, I. B., Whitman, A. *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Berkeley: University of California Press, 1999.
- [2] Barbosa, P. V., Polito, A. M. M., Olavo, L. S. F. *Espaço, Tempo e Realidade: um Estudo Comparativo entre Três Concepções de Mundo*. Cad. Bras. Ensino de Física, v. 31, no 3 (2014) p. 571-600.
- [3] Aristóteles. *Metaphysics* (traduzido para o inglês por Sachs, J.). Oxford: Oxford University Press, 2008.
- [4] Aristóteles. *Physics* (traduzido para o inglês por Waterfield, R.). Oxford: Oxford University Press, 2008.
- [5] Jammer, M. *Concepts of Force: A Study in the Foundations of Dynamics*. New York: Dover, 1999.
- [6] Westfall, R. S. *The Construction of Modern Science: Mechanisms and Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [7] Burt, E. A. *As Bases Metafísicas da Ciência Moderna*. Brasília: Editora UnB, 1984.
- [8] Cushing, J. T. *Philosophical Concepts in Physics: The Historical Relations Between Philosophy and Scientific Theories*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
- [9] Swerdlow, N. M. *Galileo's Mechanics of Natural Motion and Projectiles*, em *The Oxford Handbook of The History of Physics*, editado por Buchwald, J. Z. e Fox, R. Oxford: Oxford University Press, 2013.
- [10] Grant, E. *Physical Science in the Middle Ages*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [11] Glick, T. F., Livesay, S. J., Wallis, F. *Medieval Science, Technology and Medicine: an Encyclopedia*. UK: Routledge, 2005.
- [12] Dugas, R. *A History of Mechanics*, NY: Dover Publications, 1988.
- [13] Pav, P. A. *Gassendi's Statement of the Principle of Inertia*. Isis, v. 57, no 1 (1966) p. 24-34.
- [14] Slowik, E. *Cartesian Spacetime*. Dordrecht: Kluwer, 2002.
- [15] Gaukroger, S., Schuster, J., Sutton, J. (eds.). *Descartes' Natural Philosophy*. London: Routledge, 2000.

- [16] Galilei, G. *Dialogues Concerning Two New Sciences*. NY: Prometheus Book, 1991.
- [17] Schuster, J. *Cartesian Physics*, em *The Oxford Handbook of The History of Physics*, editado por Buchwald, J. Z. e Fox, R. Oxford: Oxford University Press, 2013.
- [18] Descartes, R. *Oeuvres de Descartes*. Adams, C. e Tannery, P. (eds.). Paris: J. Vrin, 1976.
- [19] Descartes, R. *The World*. Mahoney, M. S. (trad.). New York: Abaris Books, 1979.
- [20] Descartes, R. *Principles of Philosophy*. Miller, V. R. e Miller, R. P. (trad.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1983.
- [21] Torretti, R. *The Philosophy of Physics* (The Evolution of Modern Philosophy). Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [22] Abrantes, P. C. *Imagens de Natureza, Imagens de Ciência*. Campinas: Editora Papirus, 1998.

Sobre os Estados Emaranhados

Eric M. A. Pinto* Sergio S. Floquet^{† ‡}
M. Graças R. Martins[§] J. David M. Vianna[¶]

24 de fevereiro de 2015

Resumo

O emaranhamento quântico está na base de muitos estudos em computação e informação quânticas. Nesta comunicação apresentamos alguns dados e conceitos relativos a este campo de pesquisa. Exemplos de estados emaranhados são apresentados e seu uso em teletransporte quântico discutido.

Palavras-chaves: Emaranhamento Quântico. Computação Quântica. Informação Quântica.

1 Computação Quântica

Ainda na década de 70 do século passado, Gordon Moore [1] publicou um artigo sobre a redução do tamanho dos componentes eletrônicos e sua relação com os computadores. Moore percebeu que o número de transistores dentro dos chips de computadores dobrava a cada ano e meio. Essa descoberta passou a ser conhecida como a Lei de Moore e embora tenha parecido inicialmente uma super-estimativa, continua sendo um ponto de referência. De acordo com essa lei, a previsão é que no ano de 2020 cada bit de informação em um computador seja representado por apenas um átomo. Para comparação, em 1950 o mesmo bit seria representado por 10 mil quadrilhões de átomos e certamente o comportamento dessa quantidade de átomos juntos admite uma descrição pelas leis clássicas, o que não ocorre com um

*Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Campus Ondina, 40210-340, Salvador, Bahia, Brasil.

†Universidade Federal do Vale do São Francisco, 64770-000, São Raimundo Nonato, Piauí, Brasil.

‡Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Campus Ondina, 40210-340, Salvador, Bahia, Brasil.

§Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Campus Ondina, 40210-340, Salvador, Bahia, Brasil.

¶Instituto de Física, Universidade de Brasília, 70910-900, Brasília, DF, Brasil.

único átomo que precisa do uso das leis da mecânica quântica. Em resumo, os bits representados por átomos individuais são bits quânticos, comumente chamados de q-bits, e não bits clássicos. Portanto, a partir de 2020, a Física Clássica não seria mais aplicável aos componentes de computadores que nesse caso deverão ser descritos com a Física Quântica. Com isso, a lei de Moore (vide figura 1¹) termina por estabelecer uma conexão entre duas áreas que inicialmente pareciam bem distintas. A junção da Mecânica Quântica com a Teoria de Computação dá origem a um novo campo de pesquisa que é a Computação Quântica e Informação Quântica.

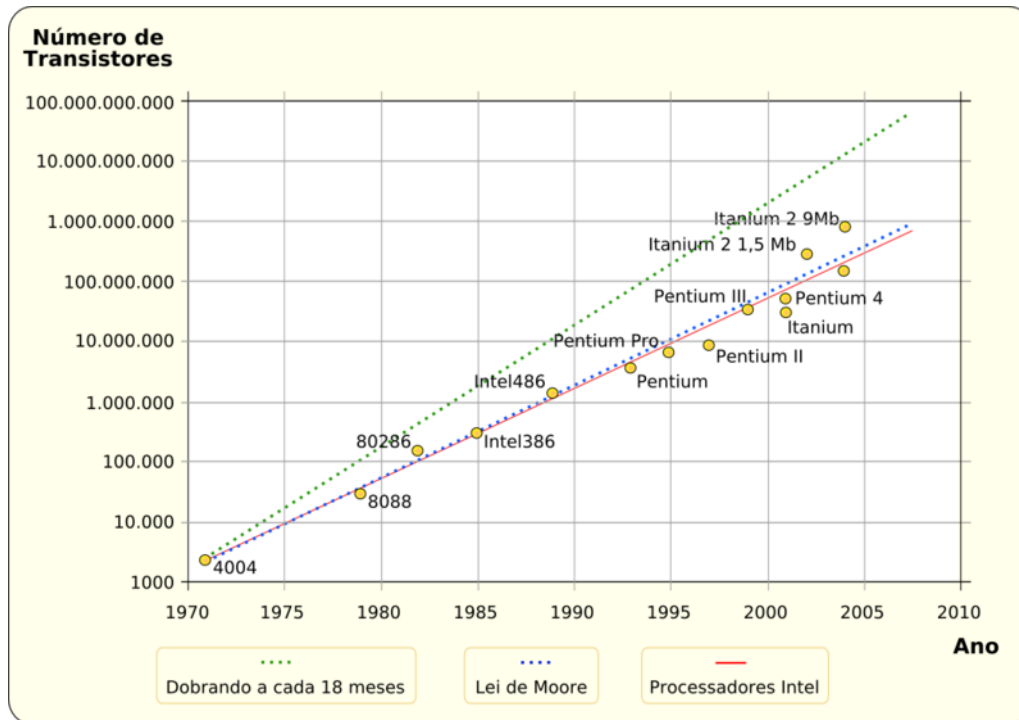


Figura 1 – Lei de Moore.

Um dos primeiros grandes resultados desse novo campo de pesquisa foi o algoritmo de Schor [2]. Esse é um algoritmo quântico capaz de realizar a fatoração de números inteiros com n bits, ou seja, números com o comprimento de n dígitos quando escrito no sistema binário, em um tempo polinomial em n , enquanto o melhor algoritmo clássico executa a mesma tarefa em um tempo exponencial em n . Esse fato confirma a observação de Feynman [3] no início da década de oitenta do século findo, numa palestra apresentada na Primeira Conferência de Computação Física no MIT, de que sistemas quânticos simples poderiam realizar grandes quantidades de cálculos em um curto espaço de tempo e que certas tarefas executadas por um computador tradicional levaria um tempo extremamente longo para simular um experimento simples de Física Quântica. Na década de 90, Lov Grover [4] mostrou outra evidência do poder dos computadores quânticos ao desenvolver um algoritmo de busca, numa lista desordenada de dados, muito mais veloz que qualquer algoritmo clássico.

¹ Figura retirada da referência [6].

Vários protótipos de computadores quânticos utilizando algumas dezenas de bits quânticos já foram testados com sucesso em laboratórios de todo o mundo. O grande desafio no momento é aumentar o número de bits quânticos mantendo as propriedades quânticas do sistema, de modo a ter um computador que possa realizar grandes operações.

De forma análoga aos computadores clássicos, construídos a partir de circuitos elétricos contendo fios e portas lógicas, um computador quântico é constituído de circuito quântico contendo fios e de portas lógicas quânticas [5, 6]. A unidade fundamental da teoria clássica de informação é o bit, que pode assumir dois valores lógicos excludentes: 0 ou 1. Em contraste, na Computação e Informação Quânticas são utilizados estados quânticos, de modo que a unidade fundamental deve pertencer ao espaço de Hilbert. Esse objeto é denominado *quantum bit* ou q-bit e seu estado pode ser escrito como uma sobreposição de dois estados, $|0\rangle$ e $|1\rangle$, até que uma medida seja efetuada; quando a medida é realizada, o resultado será “0” ou “1”. Por exemplo, para um q-bit no estado

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle, \quad (1)$$

quando medido, dará resultado “0” em 50% das vezes e o valor “1” em 50% das vezes. O q-bit pode ser implementado por diversos sistemas físicos, sendo exemplos a polarização de fótons, a direção de spin de um núcleo, os níveis de energia de um átomo, os níveis de energia de um elétron confinado num poço quântico, etc.

É possível obter uma visualização geométrica dos estados de um q-bit. Considere a seguinte equação:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \\ &= |\alpha|e^{i\gamma}|0\rangle + e^{i\eta}|\beta||1\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

em que definimos $|\alpha| = \cos(\theta/2)$ e $|\beta| = \sin(\theta/2)$, o que mantém a condição de normalização de $|\psi\rangle$; assim,

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i(\eta-\gamma)}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle \right),$$

em que $e^{i\gamma}$ é um fator de fase global que pode ser desconsiderado por não alterar a amplitude de probabilidade. Fazendo $\eta - \gamma = \phi$, encontramos que

$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle. \quad (3)$$

Podemos usar os números θ e ϕ para definir um ponto sobre a superfície de uma esfera de raio unitário. Nessa esfera, conhecida como esfera de Bloch², cada ponto da superfície representa um possível estado de um q-bit. Devemos observar que essa representação geométrica é limitada, pois não existe uma generalização simples

² Figura retirada da referência [1]

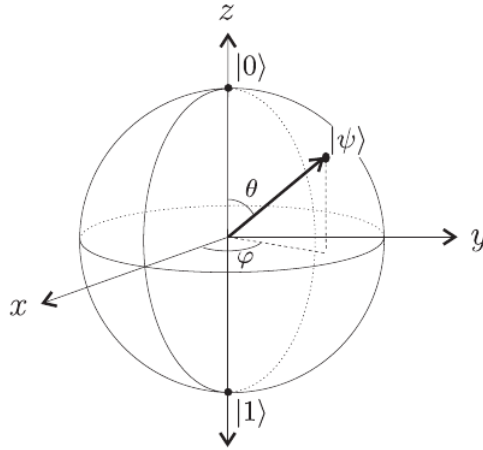


Figura 2 – Representação do q-bit $|\psi\rangle$ na esfera de Bloch.

da esfera de Bloch para muitos q-bits [1]. Pelos postulados da Teoria Quântica, para o sistema constituído por dois q-bits, por exemplo, o estado é formado pelo produto tensorial dos dois q-bits, ou seja,

$$\begin{aligned}
 |\psi\rangle &= (\alpha_1 |0\rangle + \beta_1 |1\rangle) \otimes (\alpha_2 |0\rangle + \beta_2 |1\rangle) \\
 &= \alpha_1\alpha_2 |00\rangle + \alpha_1\beta_2 |01\rangle + \beta_1\alpha_2 |10\rangle + \beta_1\beta_2 |11\rangle \\
 &= \alpha_{00} |00\rangle + \alpha_{01} |01\rangle + \alpha_{10} |10\rangle + \alpha_{11} |11\rangle,
 \end{aligned} \tag{4}$$

com $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2 + |\alpha_{10}|^2 + |\alpha_{11}|^2 = 1$.

De modo análogo são construídos os estados para 3 q-bits, 4 q-bits etc, podendo no caso de muitos q-bits surgirem os estados emaranhados. Na realidade, atualmente, o emaranhamento quântico desempenha um papel fundamental na Informação e Computação Quânticas. A descoberta do emaranhamento quântico tem suas origens no artigo seminal de Einstein, Podolsky e Rosen [7] em que foi proposto um experimento mental para mostrar que a Teoria Quântica era incompleta. Atualmente, antes de considerar o emaranhamento como um mistério, como ocorreu nos anos trinta do século vinte, esse fenômeno é visto como um fato que pode ser usado na realização de certas tarefas de forma mais rápida e mais segura. Neste sentido, o emaranhamento tem sido amplamente explorado no estudo do teletransporte quântico³, na elaboração de algoritmos quânticos e em criptografia quântica [1].

2 Emaranhamento Quântico

Nas últimas décadas o significado da palavra emaranhamento tem mudado podendo-se citar, entre os físicos no domínio de fundamentos da Teoria Quântica e entre os estudiosos da teoria de Informação Quântica, expressões como:

- (i) “Uma função de onda emaranhada não descreve a realidade física de um modo completo” - Einstein, Podolsky e Rosen [7];

³ Alguns autores usam a denominação teleporte quântico.

- (ii) “Para um estado emaranhado o melhor conhecimento possível do todo não inclui o melhor conhecimento possível das partes” – Schrödinger [8];
- (iii) “...uma correlação que é mais forte do que qualquer correlação clássica” – Bell [9];
- (iv) “...uma correlação que contradiz a teoria de elementos da realidade” – Mermin [9];
- (v) “...um truque que os mágicos quânticos usam para produzir fenômenos que não podem ser realizados por mágicos clássicos” – Peres [9];
- (vi) “...um recurso que possibilita o teletransporte quântico” – Bennett [9];
- (vii) “...uma estrutura global da função de onda que possibilita algoritmos mais rápidos” – Schor [9];
- (viii) “...um instrumento para comunicação segura” – Eckert [9].

Na realidade, pode-se dizer de forma resumida que o emaranhamento quântico descreve pares de sistemas correlacionados. Matematicamente, um dos critérios para caracterizar o estado puro emaranhado de um sistema físico é o fato que ele não pode ser escrito como o produto tensorial de estados que caracterizariam cada subsistema que o compõe; de um modo geral, um estado $|\psi\rangle$ é dito ser emaranhado, se e somente se não existem estados $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ tais que $|\psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$.

Para entender como são as correlações que se apresentam no emaranhamento, consideremos um exemplo citado na literatura [10]: a polarização de fótons gêmeos. Considerando um sistema de dois fótons que se propagam na mesma direção z em sentidos opostos, na representação em que o vetor de estado de polarização na direção θ é $\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$, tem-se a base formada pelos seguintes vetores de estado:

$$|0\rangle \equiv |\rightarrow\rangle = |\theta = 0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$|1\rangle \equiv |\uparrow\rangle = \left| \theta = \frac{\pi}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

que representam fótons linearmente polarizados nas direções x e y , respectivamente. Como nossa intenção é descrever um sistema de dois fótons, usaremos vetores coluna de quatro componentes, pois teremos de representar amplitudes de probabilidade para que, com analisadores orientados nas direções x e y , cada um dos dois fótons possa ser encontrado com cada uma dessas polarizações (quatro possibilidades).

Utilizando o produto tensorial dos vetores da base (5) e (6), teremos:

$$|0\rangle_1 |0\rangle_2 = |00\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

em que os subscritos 1 e 2 significam, respectivamente, fóton 1 e fóton 2. A equação (7) descreve a situação do fóton 1 linearmente polarizado na direção x , e o fóton 2 também. Da mesma forma, obtivemos as demais situações. Assim,

$$|0\rangle_1 |1\rangle_2 = |01\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$|1\rangle_1 |0\rangle_2 = |10\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$|1\rangle_1 |1\rangle_2 = |11\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_1 \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

O vetor de estado geral de polarização para dois fótons é:

$$|\psi\rangle = \alpha_{00} |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_{01} |0\rangle_1 |1\rangle_2 + \alpha_{10} |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_{11} |1\rangle_1 |1\rangle_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{00} \\ \alpha_{01} \\ \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

em que, por exemplo, α_{01} é a amplitude de probabilidade de achar o fóton 1 linearmente polarizado na direção x e o fóton 2 na direção y .

Consideremos o seguinte estado normalizado:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|0\rangle_1 |0\rangle_2 + |1\rangle_1 |1\rangle_2] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Esse estado (12) é chamado de emaranhado pois não pode ser decomposto num produto de um estado do fóton 1 por um estado do fóton 2. Caso o estado não esteja emaranhado, ele é dito ser separável. A interpretação física da equação (11) mostra que esse é um estado em que há probabilidade $1/2$ de achar ambos os fótons polarizados na direção x e achar ambos polarizados na direção y , ou seja, as polarizações dos dois fótons estão correlacionadas — ambas têm a mesma direção (x ou y). Assim, se ao utilizar um analisador for verificado que o fóton 1 tem polarização y , com certeza o fóton 2 terá a mesma polarização. Em consequência, considerando dois fótons descritos pela equação (12) e com dois analisadores de

polarização distantes um do outro, se uma medida do fóton 1 indicar polarização na direção x , sem uma ação sobre o sistema pode-se afirmar que o fóton 2 também está polarizado na direção x ; mostra-se, por outro lado, que o mesmo é verdadeiro para qualquer outra direção x' que forme um ângulo ϕ com x , ou seja, o fóton 2 teria também uma polarização bem definida nesta direção x' ; porém, polarizações em direções diferentes são observáveis incompatíveis, ou seja, há uma contradição com os postulados da teoria. Essa manifestação não-local foi denominada por Einstein, Podolsky e Rosen, de “ação fantasmagórica à distância”, concluindo eles que a teoria quântica na sua formulação usual seria incompleta.

Uma questão importante é: dado um estado quântico qualquer, como saber se ele é um estado emaranhado. Estudos com esse objetivo têm levado a alguns critérios para estados puros e misturas, a exemplo da decomposição de Schmidt [11], do critério de Peres-Horodecki [12, 13], do critério de Simon [14] e propostas algébricas [15].

Os estados emaranhados mais conhecidos na literatura são os estados de Bell. São estados de 2 q-bits, maximamente emaranhados e que podem ser encontrados a partir de circuitos quânticos; não trataremos desses circuitos nesta comunicação mas, para conhecimento e aplicação posterior, os estados de Bell são:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle); \quad (13)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle); \quad (14)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle); \quad (15)$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle). \quad (16)$$

Esses estados são também conhecidos como base de Bell [16] e pares EPR (Einstein, Podolsky e Rosen) em homenagem aos físicos que primeiro analisaram as propriedades do emaranhamento. Deve-se observar que os estados de Bell formam uma base no espaço de Hilbert, e portanto podem ser distinguidos realizando-se uma medida apropriada.

3 Uma Aplicação do Emaranhamento

Ao estar familiarizado com o conceito de emaranhamento, pode-se aplicá-lo para compreender um importante fenômeno que só acontece no âmbito da Teoria Quântica: o teletransporte quântico. No que segue os q-bits podem ser tratados como objetos matemáticos abstratos ou relacionados com o sistema específico usado na seção anterior.

3.1 Teletransporte Quântico

O teletransporte consiste em deslocar a informação contida no estado quântico de um q-bit de um lugar para outro, independente da distância entre o emissor e o receptor [17–19]. Para isso, basta que haja compartilhamento por dois observadores de um dos estados de Bell descritos pelas equações (13,14,15,16).

Considerando os personagens citados em vários textos, imagine que Alice e Bob tenham se encontrado há um tempo e nesse encontro compartilharam um dos estados de Bell. Após algum tempo, vivendo longe um do outro, Alice pretende teletransportar a informação contida em um q-bit seu para outro q-bit que se encontra com Bob. Resumidamente, Alice deseja enviar para Bob um q-bit $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ em que a e b são amplitudes desconhecidas. Devido ao compartilhamento de um estado de Bell, Alice e Bob compartilham um par de q-bits em um estado emaranhado, tendo Alice 2 q-bits: um que está emaranhado com o q-bit de Bob e outro que contém a informação que ela deseja teletransportar.

Digamos que Alice e Bob compartilharam o estado de Bell descrito pela equação (13), então o sistema todo (q-bit a teletransportar e o estado de Bell) é descrito por

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= |\psi\rangle \otimes |\Phi^+\rangle \\ &= (a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a|000\rangle + a|011\rangle + b|100\rangle + |111\rangle) \end{aligned} \quad (17)$$

com os dois primeiros q-bits pertencentes a Alice e o último a Bob. Podemos reescrever a equação (17) evidenciando o q-bit de Bob, ou seja,

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \frac{1}{2}(|\Phi^+\rangle(a|0\rangle + b|1\rangle) + |\Phi^-\rangle(a|0\rangle - b|1\rangle) \\ &\quad + |\Psi^+\rangle(b|0\rangle + a|1\rangle) + |\Psi^-\rangle(-b|0\rangle + a|1\rangle)). \end{aligned} \quad (18)$$

Na primeira parcela dessa equação, os q-bits de Alice estão no estado $|\Phi^+\rangle$ e o de Bob em $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ que é o estado original $|\psi\rangle$; assim, se Alice realizar uma medida e encontrar o resultado $|\Phi^+\rangle$, o q-bit de Bob estará em $|\psi\rangle$. Um resultado intrigante já que indica que a informação quântica (estado quântico do q-bit) não precisa atravessar o espaço entre os q-bits para ser levada de um para o outro: a informação desaparece de um q-bit (o q-bit de Alice) e reaparece no outro (o q-bit de Bob).

Da relação (18) temos que, condicionados às operações de medida de Alice, os possíveis resultados para o q-bit de Bob, são:

$$|\Phi^+\rangle \longrightarrow a|0\rangle + b|1\rangle; \quad (19)$$

$$|\Phi^-\rangle \longrightarrow a|0\rangle - b|1\rangle; \quad (20)$$

$$|\Psi^+\rangle \longrightarrow b|0\rangle + a|1\rangle; \quad (21)$$

$$|\Psi^-\rangle \longrightarrow -b|0\rangle + a|1\rangle. \quad (22)$$

Em consequência, para saber em qual estado encontra-se seu q-bit, Bob precisa conhecer o resultado da medida de Alice. Na realidade o processo de teletransporte é finalizado quando Bob recebe a informação de qual das quatro operações de medida Alice realizou. O processo tem assim duas etapas: uma quântica, na qual Alice realiza as operações necessárias para que a informação de seu q-bit possa passar para o q-bit de Bob e uma etapa clássica em que Alice, usando um meio de comunicação (telefone, por exemplo), informa a Bob o resultado obtido com as operações realizadas. Deve-se observar que se a medida resultar diferente de $|\Phi^+\rangle$ Bob deve corrigir o estado de seu q-bit aplicando uma porta lógica conveniente.

Vale a pena ressaltar que apesar do teletransporte quântico ser uma forma de transmissão de informação instantânea, para finalizar o processo é necessário que Alice informe qual operação fez sobre os estados em sua posse. Esse processo em que Alice precisa informar a operação que fez, é o que faz com que a velocidade de transmissão não ultrapasse a velocidade da luz, isto é, não viole o princípio da relatividade.

4 Conclusão

Nesta comunicação abordamos os alicerces da Teoria da Informação e Computação Quânticas. Partindo da Lei de Moore, formulada na década de 70, desenvolvemos os conceitos de q-bit e de emaranhamento, trazendo como exemplo os famosos estados de Bell. Aplicamos esses estados para a realização do teletransporte quântico de um 1 q-bit, exemplificando como a informação de um estado quântico pode ser transferida para outro instantaneamente. Essa é uma das diversas aplicações numa área cheia de surpresas e descobertas, onde tarefas aparentemente impossíveis podem ocorrer.

Referências

- [1] Nielsen, M. A.; Chuang, I. B. *Quantum Computation and Quantum Information*. United Kingdom: Cambridge University Press, (2001).
- [2] Schor, P. W.: *Symposium on Fundamentals of Computer Science (FOCS)* 56 (1994).
- [3] Feynman, R. P.: *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467 (1982).
- [4] Grover, L. K.: *Phys. Rev. Lett.* **79**, 325 (1997).

- [5] Pinto, E. M. A.: *Álgebras de Hopf em Computação Quântica*. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, (2015).
- [6] Sales, S. F.: *Informação Quântica: Efeitos da Temperatura Utilizando a Dinâmica de Campos Térmicos*. Dissertação (Mestrado em Física) - Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador, (2011).
- [7] Einstein, A.; Podolsky, B.; Rosen, N.: Phys. Rev. **47**, 10 777 (1935).
- [8] Schrödinger, E.: Naturwissenschaften **23** 807 (1935).
- [9] Bruss, D.: J. Math. Phys. **43** 4237 (2002).
- [10] Nussenzveig, H. M.: *Curso de Física Básica 4*. 1.ed. São Paulo: Editora Blucher, (1998).
- [11] Ekert, A., Knight, P. L.: Am. J. Phys. **63** 415 (1995).
- [12] Peres, A.: Phys. Rev. Lett. **77**, 1413 (1996).
- [13] Horodecki, M., Horodecki, P., Horodecki, R.: Phys. Lett. A **223**, 1 (1996).
- [14] Simon, R.: Phys. Rev. Lett. **84**, 2726 (2000).
- [15] Vianna, J. D. M.; Trindade, M. A. S.; Fernandes, M. C. B.: Int. J. Theor. Phys. **47**, 961 (2008).
- [16] Bell, J. S.: Physics **1**, 195 (1964).
- [17] Bouwmeester, D.; Pan, J-W.; Mattle, K.; Eibl, M.; Weinfurter, H.; Zeilinger, A.: Nature **390**, 575 (1997).
- [18] Riebe, M.; Häffner, H.; Roos, C. F.; Hänsel, W.; Benhelm, J.; Lancaster, G. P. T.; Körber, T. W.; Becher, C.; Schmidt-Kaler, F.; James, D. F. V.; Blatt, R.: Nature **429**, 734 (2004).
- [19] Barrett, M. D.; Chiaverini, J.; Schaetz, T.; Britton, J.; Itano, W. M.; Jost, J. D.; Knill, E.; Langer, C.; Leibfried, D.; Ozerl, R.; Wineland, D. J.: Nature **429**, 737 (2004).

Semana da Física

BÁRBARA C.C. PEREIRA, DANIELA B. MOTA

Universidade de Brasília.

Na Universidade de Brasília, a Semana Universitária (1990 - 1997) e a Semana de Extensão Universitária (início em 2001) carregam em suas histórias o foco principal de compartilhar o conhecimento em encontros acadêmicos de forma a introduzir os alunos nesse mundo e em diversas formas de divulgação científica. Nesse cenário nasceu a Semana da Física, organizada pelo Instituto de Física (IF) da Universidade de Brasília (UnB), que seguia o padrão de outras Semanas Universitárias do país e idealizava uma aproximação entre os alunos, professores do Instituto e a comunidade acadêmica fora da Universidade.

A primeira e segunda edição da Semana foram organizadas entre o final da década de 80 e início da década de 90 por alguns professores do IF da UnB, em especial o Professor Doutor Ademir Santana e o Professor PhD Tarcísio Marciano, com parceria da embaixada alemã. Essas edições contaram com palestras, nas áreas de ensino e pesquisa, conferências e filmes.

Após a segunda edição, a Semana da Física da UnB sofreu uma pausa até o ano de 2008, quando o Professor Doutor Oyanarte Portilho, movido por um comentário feito por um aluno da Física, entrevistado na época para um estudo realizado, junto aos alunos do Programa de Educação Tutorial (PET), sobre a taxa de Evasão do curso, um estudo da evasão no curso de graduação em física da UnB, percebeu a necessidade de retomar a Semana da Física, que trabalharia como uma das formas no combate à evasão:

“A coordenação do curso deveria organizar uma ‘Semana da Física’ de vez em quando (a cada dois anos), de maneira análoga às ‘Semanas’ dos outros cursos da Universidade. Como a Física não tem ‘Semanas’, lembro-me de uma vez que fui participar de uma semana lá na Engenharia. Fiz um curso de nanotecnologia. Foi legal. Mesmo não tendo aprendido tudo, pelo menos agora eu sei que existe nanotecnologia.”.

O Professor, na época tutor do PET, percebeu a importância de criar um ambiente no qual pudesse ser debatido os assuntos em vigor na Física e também um momento de troca de experiência e criação de contatos de estudo, pesquisa e trabalho. Assim, Portilho, juntamente com o grupo PET, realizou a terceira edição da Semana da Física da UnB no ano de 2008, obtendo grande aceitação por parte da comunidade acadêmica do Instituto de Física; de modo que continuou a organizá-la até o ano de 2011. Posteriormente, o evento passou a ser organizado pela atual tutora, a Professora Doutora Vanessa Carvalho de Andrade, ainda com o grupo.

A IX Semana da Física que aconteceu entre os dias 3 e 7 de novembro de 2014 dividiu espaço com a III Escola de Física Roberto Salmeron (EFRAS), organizada pelo Professor Doutor Ademir Eugênio de Santana, recebendo palestras, ministradas por físicos respeitados no Brasil e no mundo; minicursos; uma mesa redonda e

a primeira homenagem para os professores do Instituto.

A programação do evento foi organizada a partir de sugestões de alunos do curso de Física, do PET e do comitê científico do evento, formado pelos professores: Dr. Helayel Abdalla Neto (CBPF), Dr^a. Márcia Cristina Barbosa (UFRGS), Dr. Marco A. Amato (UnB) e PhD Tarcísio Marciano da R. Filho (UnB).

A palestra de abertura do evento foi ministrada pelo Professor Dr. Paulo Roberto Menezes Lima Júnior (UFRGS) que recebeu Prêmio Capes de Teses. A palestra intitulada: "Desigualdade social: o (in)sucesso dos alunos nas disciplinas de Física: Como equacionar esse problema?", apresentou parte da pesquisa realizada no Instituto de Física da UFRGS que gerou uma grande reflexão sobre a composição dos cursos de Física e os discentes ingressantes.

A doutoranda do Instituto de Física da USP Graciella Watanabe apresentou "Cientistas dialogam com a escola básica: ações práticas e reflexões para a divulgação científica", em que foi mostrada uma ferramenta de debate e interação entre os laboratórios científicos e a sociedade, na vertente das escolas de educação básica.

Apresentando um tema de grande interesse dos alunos de graduação em Física, Teoria de Cordas, o Professor PhD Bruno Carneiro da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) falou das ideias e perspectivas para o estudo dessa teoria. O professor PhD. José Abdalla Helayël-Neto do Centro Brasileiro de Pesquisas Física (CBPF) falou sobre "Interações Fundamentais e A Quebra Espontânea de Simetrias" destacando a ideia pioneira de Dirac e Salam e a introdução de campos escalares que viabiliza a implementação do programa de unificação de diferentes campos de forças (Modelo Padrão).

A Professora Dra. Adriana Pereira Ibaldo, ministrou uma palestra sobre as dificuldades e (em destaque) a importância, das "Mulheres na Física", tema que está em um atual debate no mundo e é um dos projetos do IF-UnB; assim prezando a característica da Semana da Física de proporcionar aos alunos do Instituto uma interação e reflexão maior com temas e assuntos em destaque e com relevância social para discussão.

O evento também contou com a palestra de professores do Instituto de Física da UnB como a do professor PhD. Demétrio A. Silva Filho que falou sobre Semicondutores Orgânicos, e o professor Dr. Antony Polito que apresentou sobre Galileu, Descarte e o princípio da inercia. O professor PhD. Vijayendra Kumar Garg, apresentou a palestra de título: "Espectroscopia Mössbauer". Também tivemos a participação da professora Dr. Eliana dos Reis Nunes que falou sobre o ensino de física e sobre o Pibid.

Outras palestras interessantes foram as do Dr. Walmir Tomazi Cardoso (PUC – SP), que apresentou o tema "Astronomia Cultural: como povos diferentes olham o Céu". O professor Dr. Ivã Gurgel (IF-USP) que falou sobre a divulgação científica e o ensino de física moderna na educação básica. A professora PhD. Tânia Tomé M. de Castro (IF-USP), que apresentou a palestra de título: "Dinâmica estocástica e dinâmica de populações biológicas". O professor Dr. Henrique César da Silva (CED-UFSC), falou sobre a educação científica na era digital. A professora Luciani Bueno Tavares (UCB), apresentou seus estudos na palestra: "A atuação de professores de física em uma escola hospitalar: o caso da EMAE".

A professora PhD. Suani Tavares R. de Pinho (UFBA) apresentou a palestra: "Transições de Fase em Modelos Epidêmicos e Endêmicos". O professor PhD. Humberto Belich (UFES), falou sobre Simetria, Transição de Fase e Violação Espontânea de Simetria. O professor PhD. Paulo Brito (FUP-UnB), apresentou a palestra: "Astronomia e astronáutica na educação científica e ambiental". Outras

palestras foram apresentadas pelo o professor PhD. Yan Levin (IF-UFRGS), o professor Dr. Fernando Moraes (UFPB), e a professora PhD. Márcia Barbosa (UFRGS).

Durante a Semana aconteceram também minicurso ministrados por diferentes professores. Um desses minicursos foi ministrado pelo professor Dr. Silvio R. A. Salinas do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, ministrando um minicurso intitulado: “Conceitos de física estatística: flutuações e irreversibilidade”. O professor apresentou os fundamentos da mecânica estatística, falou sobre o Gás de rede e modelo de Ising focando na transição de fase no equilíbrio, e também Modelo das urnas de Ehrenfest.

O professor Dr. Ivan Soares Ferreira (IF-UnB), ministrou o minicurso de tema: “Física e Astrofísica do Meio Interestelar”. O professor PhD. Fernando Albuquerque Oliveira (IF-UnB), sobre Transições de Fase. E o professor PhD. José David Vianna (IF-UFBA/IF-UnB), introduziu os alunos a teoria quântica.

A participação de físicos de universidades fora do Brasil ficou por conta dos professores: Miguel Rubi (Universidade de Barcelona), ministrou minicurso dividido em duas partes a primeira intitulada: “Elastic properties of DNA” e a segunda: “Kinetic laws for molecular motors”, E do Leon Brenig (Universidade Livre de Bruxelas).

A Semana da Física / EFRAS contou também com oficinas as quais estavam sempre lotadas foram elas “Oficina de Astronomia”, ministrada pelo professor Dr. José Leonardo Ferreira, e de “maple básico”, pelos professores PhD. Paulo Marciano da Rocha (IF-UnB) e Tarcísio Marciano da Rocha Filho (IF-UnB).

O encerramento da Semana da Física / EFRAS foi feita por uma mesa redonda com o tema “Meninas na Física e divulgação científica” que teve discussão acerca da imagem da mulher como pesquisadora, as dificuldades para permanência das meninas dentro dos institutos de física, em a maioria dos profissionais são homens. Participaram desta mesa as professoras: Márcia Cristina Barbosa (IF-UFRGS), Suani Tavares de Pinho (IF-UFBA), PhD. Reva Garg (IF-UnB), Adriana Pereira Ibaldo (IF-UnB), esta como coordenadora.

O final do evento também contou com homenagem à alguns professores do Instituto de Física da Universidade de Brasília, que foram selecionados através de votação de alunos. Este professores apresentaram perfil de excelência e dedicação durante as suas aulas. Os professores homenageados foram: PhD. Marco César Barbosa Fernandes, Dr. Ivan Soares Ferreira, Dr. Fábio Ferreira Monteiro, PhD. Arsen Melikyan, Dr. Vanessa Carvalho de Andrade, Dr. Olavo Leopoldino da Silva Filho, Dr. Pedro Henrique de Oliveira Neto.

A unificação das disciplinas de Física básica no IF-UnB

Bernardo A. Mello
Instituto de Física – Universidade de Brasília
70919-970 – Brasília-DF – Brasil
bernardo@fis.unb.br

25 de fevereiro de 2015

Resumo

A queda na qualidade de ensino é muitas vezes considerada uma consequência inevitável do aumento no número de alunos atendidos por uma disciplina universitária. Nesse artigo são apresentadas várias técnicas que podem ser utilizadas para lidar com um grande número de alunos de maneira satisfatória, adotadas no Instituto de Física da Universidade de Brasília. Diversas análises são realizadas a partir dos dados dos alunos da unificação. Ao final, fica demonstrado que o aumento na quantidade de aluno, aliados à adoção de práticas pedagógicas unificadas, pode trazer benefícios ao processo como um todo. Uma versão expandida e detalhada desse trabalho será publicada futuramente.

1 Introdução

A formação global do aluno é um conceito caro à Universidade de Brasília (UnB) desde sua fundação. Em contraste com o modelo de faculdades isoladas, nas quais uma única unidade acadêmica é responsável pela quase totalidade da formação do aluno, os alunos da UnB assistem muitas aulas em diferentes unidades. Uma consequência desse modelo é que disciplinas básicas são ministradas pelas respectivas unidades acadêmicas. O resultado é que algumas disciplinas obrigatórias básicas atendem grandes quantidades de alunos por semestre.

Oferecer uma disciplina com qualidade para centenas, ou milhares, de alunos por semestre é um desafio que demanda planejamento cuidadoso. Elementos pedagógicos como listas de exercício, monitoria, e provas, se feitos de forma unificada, recebem atenção extra dos professores, que compartilham a responsabilidade por sua execução.

Um dos aspectos importantes é a unificação da avaliação aplicada às diferentes turmas da disciplina, que torna mais homogênea a proficiência dos alunos aprovados nas diferentes turmas das disciplinas. A produção da prova por uma equipe de professores uniformiza a avaliação, não apenas entre as turmas de um determinado semestre, como entre diferentes semestres. A uniformidade da avaliação torna-a um instrumento mais confiável para mensurar o rendimento dos alunos ao longo do tempo, entre as diferentes turmas, e o efeito do uso de diferentes recursos didáticos.

	Física 1	Física 2
Turmas	14	9
Professores	9	7
Vagas ofertadas	1120	720

Tabela 1: Ofertas das disciplinas de Física 1 e 2 no segundo semestre de 2014. Alguns professores ministram mais de uma turma.

Além de produzir provas e demais recursos didáticos de melhor qualidade, o trabalho colaborativo dos professores das disciplinas unificadas reduz a demanda de trabalho extra-classe por parte de cada professor, tornando as disciplinas mais atrativas aos professores. O resultado final é o maior comprometimento dos professores dessas disciplinas, inclusive pelo aumento na quantidade de bons professores dispostos a ministrá-las.

2 Histórico da Unificação no IF-UnB

O processo de unificação das disciplinas básicas no IF-UnB iniciou-se em 2010. Naquele ano, os professores Pedro Henrique de Oliveira Neto e Demétrio Antônio da Silva Filho ministravam aulas de Física 1 e decidiram aplicar uma mesma prova a seus alunos e utilizar o ambiente virtual de apoio à aprendizagem *moodle*. Aos poucos mais professores aderiram à unificação, até que, a partir de 2013, ela passou a incluir todas as turmas de Física 1 e 2.

Inicialmente as provas seguiram o formato subjetivo, anteriormente adotado nessas disciplinas, implicando em correções que eram feitas em conjunto em cerca de 10 h. A despeito dos esforços de padronização dos critérios de correção, os professores precisavam atender a um expressivo número de pedidos de revisão, evidenciando a imprecisão da avaliação.

Posteriormente, questões objetivas foram introduzidas nas provas e observou-se uma alta correlação entre as notas obtidas nas questões objetivas e subjetivas. Resultados semelhantes foram obtidos em trabalhos que compararam as duas formas de avaliação, tanto em provas de Física 1 e 2 do ensino superior [1, 2] como em matérias do ensino médio [3, 4]. Considerada a virtual inexistência de erros de correção nas questões objetivas, conclui-se que a prova objetiva cuidadosamente preparada pode ser um instrumento de medida de proficiência tão adequado quanto a prova subjetiva.

3 Pessoal envolvido na unificação

Informações relativas ao segundo semestre de 2014 permitem quantificar o número de professores e alunos envolvidos com as disciplinas unificadas de Física 1 e 2. A tabela 1 mostra os recursos do IF-UnB alocados às disciplinas unificadas e a oferta de vagas resultante.

A tabela 2 detalha o tamanho das turmas e a reserva de vagas para os cursos atendidos da disciplina de Física 1. O IF-UnB atende integralmente a demanda de vagas das disciplinas de Física 1 e Física 2, situação que não acontecia antes da unificação.

Turma	Curso	Reserva	Total	Média
A	Eng. civil	40	120	4,0
	Ciência comput.	40		
B	Matemática	45	80	2,6
C	Geologia	33	80	4,1
	Eng. mecatr.	40		
D	Matemática (not)	30	80	3,3
	Eng. de prod.	50		
E	Eng. mecânica	40	80	4,1
F			80	3,4
G	Eng. elétrica	40	80	4,1
	Eng. de redes	35		
H	Eng. de redes	40	80	
I			80	
J	Geofísica	30	80	2,3
	Química tecnol.	32		
K	Eng. da comput.	40	80	4,7
	Eng. química	40		
L	Ciência comput.	40	80	2,7
	Eng. ambiental	40		
M			80	2,90
N	Química	40	80	3,2
	Química tecnol.	40		
Total		775	1 160	

Tabela 2: Composição das turmas de Física 1 e 2, mostrando a quantidade de vagas reservada em cada curso e o total de vagas na turma. A última coluna é a média das notas das três provas regulares no segundo semestre de 2014.

Alunos – Final do semestre		
	Física 1	Física 2
Registrados	978 (100%)	595 (100%)
Trancamentos	55 (5,6%)	26 (4,4%)
Matriculados	923 (94,4%)	569 (95,6%)
Registrados no moodle	895 (91,5%)	560 (94,1%)

Participação nas provas		
	Física 1	Física 2
Prova 1	858 (100%)	566 (100%)
Prova 2	797 (92,9%)	536 (94,7%)
Prova 3	725 (84,5%)	504 (89,0%)
Prova 4	381 (44,4%)	201 (35,5%)

Tabela 3: Alunos de Física 1 e 2 no segundo semestre de 2014. A linha “Registrados” refere-se aos alunos que se registraram oficialmente na disciplina, incluindo aqueles que vieram a trancá-la. O mesmo conjunto de alunos aparece na tabela “Participação nas provas”. A Prova 4 não é obrigatória, é realizada apenas pelos alunos que querem melhorar sua menção.

A tabela 3 mostra o número de alunos envolvidos nas disciplinas unificadas. Dos 978 que em algum momento se inscreveram na disciplina de Física 1, 55 (5,6%) trancaram a disciplina e 83 (8,5%) não estavam inscritos no moodle ao final do semestre, seja porque nunca fizeram sua inscrição, seja porque foram desligados do moodle por terem trancado a disciplina.

A participação dos alunos na disciplina é medida de forma mais adequada, não pelos registros acadêmicos, mas pelo comparecimento às provas, mostrada na tabela, 3. Novamente, a taxa de desistência é acentuadamente maior em Física 1.

4 Funcionamento da disciplina

4.1 Ambiente *moodle*

O ambiente *moodle* é a ferramenta computacional que permite atender satisfatoriamente os 1 500 alunos inscritos na disciplina a cada semestre. É através do moodle que o aluno recebe as informações sobre a disciplina, tais como notas de prova e do teste moodle, avisos, cópia de planos de ensino, menção final, listas de exercícios, locais de prova, horários de monitoria etc. É também pelo moodle que os alunos encaminham suas demandas, discutem as questões da prova, dos testes e das listas de exercício, e fazem o registro para participar da Prova 4.

4.2 Plano de ensino

Um plano de ensino único é preparado e impresso para distribuição por todos os professores da disciplina.

4.3 Avaliação

A menção final do aluno é calculada a partir da média das provas (90%) e dos testes moodle (10%). Três provas parciais são aplicadas ao longo do semestre para compor a média, cada uma das quais cobrindo um terço do conteúdo. Uma quarta prova é aplicada uma semana após a terceira prova e abrange todo o conteúdo do semestre. A prova 4 (P4) não é obrigatória, sendo feita apenas pelos alunos que faltaram a uma das provas ou que pretendem melhorar sua nota.

São aplicados até 12 testes moodle (testes *online*, discutidos mais à frente) por semestre, um sobre cada um dos módulos. Não se pretende que os testes sejam feitos individualmente; os alunos estão livres para resolvê-los em grupo, consultar fóruns de discussão etc.

4.4 Matriz de habilidades e competências

A uniformização dos critérios de avaliação exige que sejam explicitados os assuntos que serão cobrados, e de que forma essa cobrança se dará. Essas informações constam da matriz de habilidades e competências de cada disciplina, divulgada aos alunos e professores.

4.5 Formato das Provas

Desde o início da avaliação unificada no IF-UnB, vários formatos de provas foram tentados, tanto o formato de provas subjetivas quanto o formato de provas objetivas, e dentro das objetivas, diferentes tipos e pesos de questões foram utilizados. Atualmente, as provas são objetivas e possuem os seguintes tipos de questão:

Verdadeiro/Falso – A finalidade dessas questões é avaliar o domínio dos conceitos pelo aluno. Uma vez que a chance de acerto acidental nessas questões é muito alta, é necessário fazer o cancelamento de uma questão certa por uma questão errada para aumentar a capacidade avaliativa dessas questões [3, 4].

Múltipla escolha – A finalidade principal é avaliar, além do domínio dos conceitos, as capacidades processuais e analíticas.

Numérica – A finalidade principal é testar, além do domínio dos conceitos e as capacidades processuais e analíticas, as habilidades de cálculo numérico.

A existência de diferentes tipos de questão é de vital importância para avaliar os aspectos conceitual e matemático da proficiência dos alunos. A dicotomia entre esses dois campos cognitivos pode ser significativa [2, 5], impedindo que sejam apropriadamente medidos por questões que envolvam ambos simultaneamente.

4.6 Preparação das provas

Para a preparação das provas é utilizado o sistema \LaTeX , que resulta em uma excelente qualidade gráfica. Foi criado um formato específico, que simplifica a redação das provas, permitindo produzir variações correspondentes aos dois

modelos de prova e informar a resposta correta, facilitando a construção de um banco de questões para uso futuro.

A cada semestre são definidos o professor que coordenará a preparação das provas e os professores responsáveis pela redação e revisão em cada disciplina. Após a primeira revisão, feita pelo coordenador, a prova é enviada a dois outros professores para a segunda revisão, após a qual a prova é corrigida e impressa.

A matriz de habilidades e competências é utilizada para garantir que o conteúdo seja contemplado de maneira abrangente e uniforme.

4.7 Aplicação da prova

A aplicação das provas acontece aos sábados, das 14 h 30 min às 16 h 30 min. Durante o segundo semestre de 2014, quando os alunos de Física 1 e 2 inscritos na primeira prova foram, respectivamente, 940 e 600, decaindo ao longo do semestre, foram necessárias entre 15 a 20 salas para acomodar os cerca de 1 500 alunos das duas disciplinas.

Nas salas de prova, as colunas de Física 1 e Física 2 alternam-se, de forma que alunos vizinhos, lado à lado, fazem provas de disciplinas diferentes. A sala em que o aluno fará a prova é aleatória, e dentro da sala os alunos de cada disciplina são ordenados alfabeticamente. Dado que são cerca de 900 alunos de Física 1 e 550 de Física 2, o aluno provavelmente não conhece seus vizinhos de trás e de frente. Além disso, existem dois modelos de prova diferentes que são alternadas, impedindo que o aluno copie as respostas do colega à sua frente.

Ao terminar a prova, o aluno devolve a folha de resposta e leva consigo o restante da prova. Dessa forma, o alunos podem determinar sua menção ao consultar o gabarito provisório, divulgado no moodle imediatamente após o término da aplicação.

4.8 Gabarito definitivo e correção da prova

Juntamente com a divulgação do gabarito provisório é criado um fórum de discussão da prova. O fórum tem o papel didático de discutir as questões das provas e fornecer as soluções das mesmas. Ao mesmo tempo é o ambiente no qual os alunos contestam o gabarito provisório e solicitam a anulação de uma questão se acreditam que está mal formulada.

Os professores acompanham esse fórum, esclarecem as dúvidas dos alunos e, caso considerem pertinentes as questões levantadas por eles, fazem a alteração do gabarito ou até a anulação de uma questão. Cada aluno recebe por email a imagem de sua folha de resposta e seu boletim de desempenho na prova.

4.9 Testes moodle

Os testes moodle são formados por 1, 2 ou 3 questões, às quais o aluno deve responder com um valor numérico. Eles são realizados via Internet, cada um deles ficando aberto das 0 h da sexta-feira às 18 h da segunda-feira, uma semana depois da data programada para a conclusão do conteúdo em sala de aula. O aluno ganha toda a pontuação da questão se marcar a resposta com precisão de 1%. Caso o erro na resposta esteja entre 1% e 10%, recebe metade do valor da questão.

São permitidas 3 chances de acerto na questão, para que o aluno se sinta livre para tentar por conta própria antes de procurar outras alternativas. Cada teste moodle possui um fórum, que é muito utilizado pelos alunos.

4.10 Listas de exercícios

As lista de exercício semanais consistem em problemas selecionados dos livros textos, juntamente com suas soluções fornecidas pelas editoras.

4.11 Sala de monitoria

A sala do Programa de Educação Tutorial (P.E.T.) do IF-UnB é compartilhada com os monitores de Física 1 e 2.

4.12 Cronograma fixo

A existência de atividades unificadas impõe um cronograma a ser seguido por todos os professores da disciplina. Na medida do possível, as provas e os testes moodle são aplicados uma semana depois da data prevista para o término do conteúdo, de forma a acomodar eventuais atrasos na apresentação do mesmo.

4.13 Comunicação com a coordenação

O canal principal de comunicação com a coordenação são os endereços eletrônicos institucionais `coordfisica1@fis.unb.br` e `coordfisica2@fis.unb.br`. No ano de 2014 foram enviadas 1786 mensagens individuais de diferentes tipos aos alunos e professores de Física 1 e 2.

Além das mensagens enviadas manualmente, os alunos também recebem mensagens individuais enviadas em massa, que tratam da situação do seu registro no moodle, informam o local de prova e contém o resultado da prova.

4.14 Livro texto

Existem duas opções de bibliografia básica:

- Young, H. D.; Freedman, R. A.; *Física 1 – Mecânica e 2 – Termodinâmica e Ondas – “Sears e Zemansky”*, 12^a ed., Pearson, 2008.
- . Serway, R. A.; Jewett, J. W.; *Princípios de Física Vol. 1 – Mecânica clássica e relatividade e Vol. 2 – Osc., ondas e termo.*, trad. da 5^a ed., Ed. Cengage, 2014.

5 Divisão de tarefas

O processo de unificação envolve uma série de pequenas tarefas que precisam ser executadas com empenho. Ainda que nenhuma delas demande tempo excessivo, atribuir todas ao coordenador implicaria em uma carga de trabalho que ocuparia mais que suas 40 h semanais de trabalho. Por isso muitas atividades são divididas entre os professores da disciplina. Em geral, não há professores suficientes para assumir todas as tarefas e, parte delas, é atribuída ao coordenador.

Um papel fundamental no andamento das disciplinas unificadas é executada pela Técnica em Recursos Educacionais.

Abaixo segue uma listagem das atribuições que são específicas do coordenador, da técnica da unificação e daquelas que podem ser assumidas por outros professores. Entre parênteses são indicados os tempos gastos por semestre na execução das atividades.

1. Coordenador:

- (a) Atendimento aos alunos (60 h).
- (b) Tarefas administrativas (60 h).
- (c) Pareceres relativos à disciplina (16 h).
- (d) Atendimento aos professores (8 h).
- (e) Revisão do plano de ensino (6 h).
- (f) Revisão das Respostas às Perguntas Frequentes (F.A.Q.) (12 h).
- (g) Atividades de final de semestre (24 h).

2. Técnica em Assuntos Educacionais

- (a) Contato com as editoras. (4 h)
- (b) Controle dos alunos no moodle. (80 h)
- (c) Organização dos conteúdos no moodle. (32 h)
- (d) Acompanhamento dos monitores. (24 h)
- (e) Acompanhamento dos alunos de pós. (8 h)
- (f) Atendimento aos alunos. (100 h)
- (g) Digitalização e armazenamento das provas. (60 h)
- (h) Organização das provas alternativas. (16 h)
- (i) Lançamento da menção final. (12 h)

3. Atividades designadas aos professores

- (a) Redação das provas (24 h por disciplina)
- (b) Acompanhamento dos fóruns sobre o gabarito e definição do gabarito definitivo (16 h por disciplina)
- (c) Coordenar a preparação das provas e fazer a primeira revisão (12 h por disciplina)
- (d) Segunda revisão de provas (8 h por disciplina).
- (e) Preparação e correção das provas alternativas (8 h por disciplina).
- (f) Preparação (12 h) e revisão (4 h) da matriz de habilidades e competências (tempos por disciplina).
- (g) Preparação das listas de exercícios (18 h por disciplina).
- (h) Coordenar aplicação de provas (20 h)
- (i) Enviar as provas para impressão e preparar os envelopes por sala. (12 h)

Semestre	Física 1	Física 2
1/2014	40 %	51%
2/2014	47 %	61%

Tabela 4: Taxa de aprovação nas disciplinas de Física 1 e 2 no ano de 2014. Para o cálculo do percentual considerou-se os alunos inscritos no moodle ao final do semestre, o que exclui os alunos que trancaram a disciplina.

Participação nas provas em 2014				
	1º semestre		2º semestre	
	Física 1	Física 2	Física 1	Física 2
Prova 1	775 (100%)	551 (100%)	834 (100%)	541 (100%)
Prova 2	747 (96,4%)	559 (101%)	800 (95,9%)	529 (97,8%)
Prova 3	624 (80,5%)	516 (93,6%)	720 (86,3%)	502 (92,8%)

Tabela 5: Frequência nas provas de Física 1 e 2 em 2014 dos alunos que não trancaram a disciplina. No primeiro semestre a P4 só podia ser feita pelos alunos que perdiam uma das provas por motivo de saúde. Diferentemente da tabela 3 não são contados os alunos que trancaram a disciplina, pois essa informação não existe para o primeiro semestre de 2014.

- (j) Definir os locais de salas dos alunos, enviar mensagens, imprimir mapas de salas, listas de chamadas e lista de locais, (12 h)
 - (k) Preparação de questões para o teste moodle (2 h por questão).
 - (l) Correção automática das imagens de prova e preparação dos boletins de desempenho (20 h).
 - (m) Carga das notas de prova no moodle e envio dos resultados aos alunos (8 h).
4. Todos os professores
- (a) Leitura das provas para preparação de erratas (6 h).
 - (b) Reunião ao final do semestre, para avaliação e planejamento (3 h).

6 Análise dos resultados

As disciplinas iniciais de física e matemática apresentam, historicamente, altos índice de reprovação, e a tabela 4 mostra os números recentes do IF-UnB.

Na tabela 5 podemos comparar a desistência ao longo do primeiro e do segundo semestre de 2014, no primeiro dos quais a quarta prova só podia ser feita pelos alunos que perdessem uma das provas por motivo de saúde. Concluiu-se que a P4 opcional é particularmente efetiva em Física 1, que é a disciplina que apresenta maiores taxas de reprovação e desistência.

A figura 1 mostra a participação dos alunos nos testes moodle ao longo do segundo semestre de 2014. Desses números e da figura 1, percebe-se que os alunos de Física 2 são mais conscientes que os alunos de Física 1 da importância da regularidade nos estudos.

Uma vez que a realização dos testes moodle exige disciplina e dedicação, eles são uma medida do comprometimento dos alunos com o curso. A figura

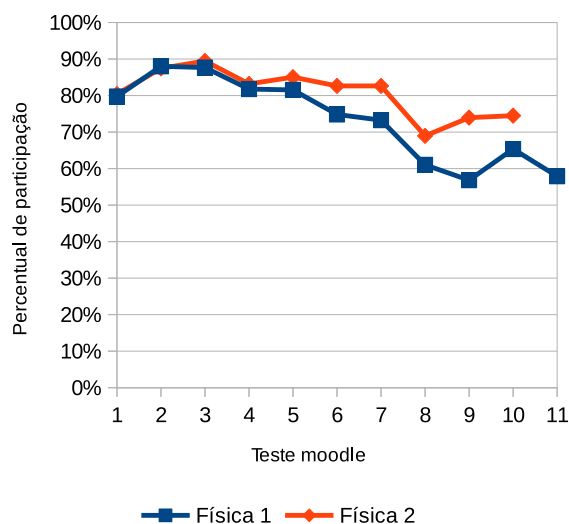


Figura 1: Participação dos alunos de Física 1 e Física 2 em cada um dos testes moodle do segundo semestre de 2014, quando foram aplicados 11 testes de Física 1 e 10 de Física 2. Considera-se 100% o número de alunos que fizeram a primeira prova na tabela 5.

2 demonstra que a nota final do aluno depende crucialmente da dedicação do mesmo ao curso. A cada teste moodle realizado, adiciona-se cerca de 0,45 pontos à nota média dos alunos que fizeram determinado número de testes, ainda que cada teste contribua com, no máximo, 0,1 ponto para a nota final do aluno. Um indício fortíssimo de que a dedicação do aluno aos estudos está entre os fatores mais importantes para o sucesso na disciplina.

A figura 3 mostra a média das turmas em cada uma das provas do semestre. A evolução das notas mostra que nenhum professor foi capaz de, indiscutivelmente, aumentar ou diminuir a nota média das suas quando comparadas as notas das outras turmas.

Uma análise preliminar da tabela 2 mostra que a nota média da turma nas provas regulares reflete a heterogeneidade dos alunos ingressantes nos cursos, em função das diferentes concorrências do vestibular e no Sisu (Sistema de seleção unificada do Ministério da Educação).

Esse fato é melhor demonstrado na figura 4 e na tabela 6, onde fica evidente a forte relação entre a média nas provas regulares da disciplina e a nota no vestibular e no Sisu, representadas pelas notas mínimas dos alunos ingressantes no sistema universal.

Vale analisar as quantidades de alunos inscritos e aprovados na disciplina de Física 1, mostradas na tabela 6. A tabela mostra também o número de vagas da disciplina reservadas a cada curso, que podem ser consideradas iguais ao número de alunos ingressantes por semestre.

Para boa parte dos cursos, o número de aprovados é menor que 50% do total de ingressantes. A parcela remanescente é igual ao número de alunos que desistem do curso ainda no primeiro semestre. A tabela 6 mostra que, quanto menor a nota de corte do exame de admissão no curso, que está relacionada com

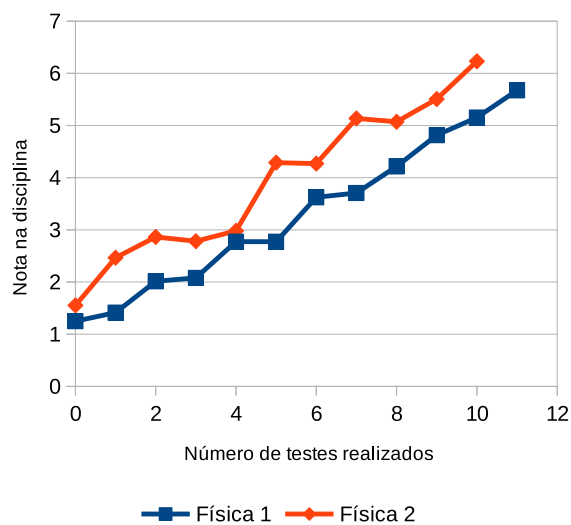


Figura 2: Nota final média dos alunos, agrupados em função do número de testes moodle realizados pelo aluno. A nota final máxima é 10.

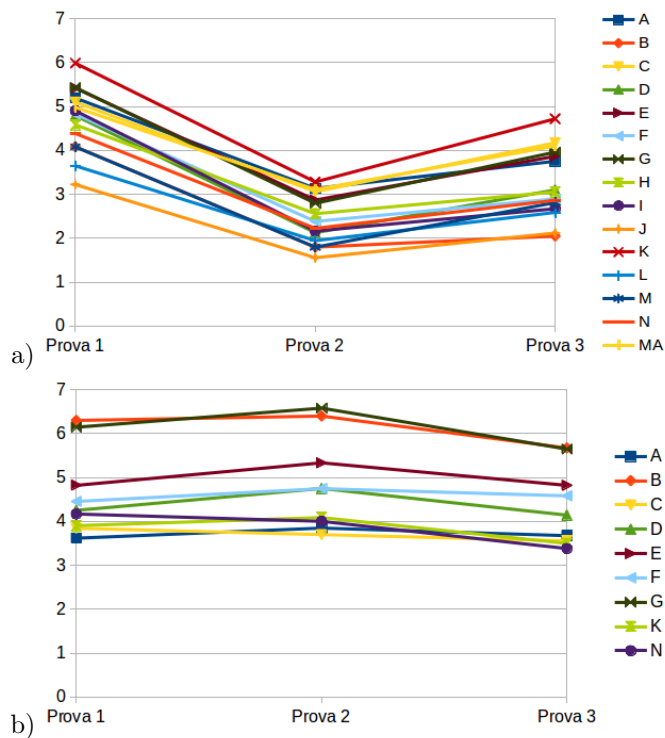


Figura 3: Média por turma da nota de cada prova no segundo semestre de 2014. a) Física 1, b) Física 2. As linhas são apenas guias.

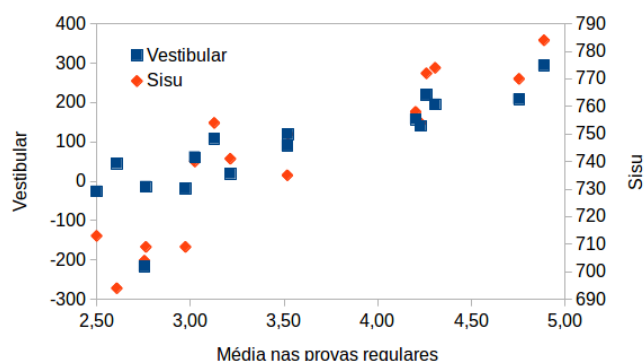


Figura 4: Notas em Física 1 dos alunos agrupados por curso, cada curso representado por um ponto. O eixo horizontal mostra a nota média nas três provas regulares dos alunos de cada curso da tabela 2. O eixo vertical esquerdo e direito são, respectivamente, a nota de corte dos alunos que entram pelo vestibular e pelo Sisu.

Curso	Média prova	Nota		Alunos		
		V	E	R	M	A
Eng. civil	4,89	294	784	40	46	36 (78%)
Eng. elétrica	4,75	208	770	40	54	38 (70%)
Eng. mecatrônica	4,31	195	774	40	59	40 (68%)
Eng. mecânica	4,26	219	772	40	46	33 (72%)
Eng. computação	4,23	140	754	40	64	41 (64%)
Eng. química	4,20	157	758	40	50	31 (62%)
Eng. produção	3,52	119	750	50	74	38 (51%)
Geologia	3,52	90	735	33	31	14 (45%)
Eng. ambiental	3,21	19	741	40	63	24 (38%)
Ciência comp.	3,13	108	754	80*	52	17 (33%)
Eng. redes	3,02	61	740	75*	51	19 (37%)
Lic. matemática	2,97	-19	709	45	26	6 (23%)
Química tecnol.	2,76	-14	709	72*	30	11 (37%)
Lic. matemática	2,76	-217	704	30	18	3 (17%)
Química	2,61	45	694	40	21	7 (33%)
Geofísica	2,50	-26	713	30	54	19 (35%)
Total				739	735	377 (51%)

Tabela 6: Perfil dos alunos de Física 1 separados por curso e ordenados pela média nas provas. As colunas numéricas são, respectivamente, a média nas três provas regulares da disciplina, a nota de corte do curso, no vestibular e no Sisu, o número de vagas na disciplina reservadas para alunos do curso, o número de alunos aprovados na disciplina e o percentual, e a taxa de aprovação, em relação ao número de alunos matriculados. Os dados se referem ao segundo semestre de 2014. Os valores marcados com * provavelmente não correspondem ao número de ingressantes no curso.

a formação prévia do aluno ingressante, maior a chance de que o aluno venha a desistir do curso ainda no primeiro semestre.

7 Conclusões

É comum a crença de que o aumento no número de alunos atendidos por um grupo de professores leva, necessariamente, à deterioração na qualidade de ensino. O presente trabalho mostra que o aumento no número de alunos permite implementar ou melhorar provas, testes online, listas de exercícios, fóruns, matrizes de habilidades e competências e análises estatísticas do comportamento acadêmico dos alunos. Enquanto em alguns casos trata-se apenas de ganho de escala, outros como as estatísticas e os fóruns são tanto melhores quanto maior o número de alunos envolvidos.

Sem o uso do ambiente moodle, ou equivalente, a disciplina unificada seria inviável nos moldes propostos. Além do moodle, outras ferramentas importantes são o \LaTeX , sistemas para envios de mensagem em massa e planilhas eletrônicas.

O formato de prova objetiva permite economia de recursos humanos, uniformidade na correção e facilita as discussões nos fóruns, sem comprometer a qualidade da avaliação em relação às provas subjetivas.

Outro aspecto relacionado à eficiência no uso dos recursos humanos da UnB é a não integração do moodle ao sistema de registro acadêmico. *A solução definitiva e mais conveniente para todas as partes envolvidas seria a integração do moodle da UnB com o sistema de registro acadêmico, pelo menos no que concerne ao nome, matrícula e email dos alunos.*

A análise da figura 2 demonstra que a nota final do aluno depende fortemente da sua dedicação à disciplina. *Portanto, ações que aumentem a dedicação dos alunos são um instrumento importante para melhorar suas notas.*

A P4 tem o efeito desejado de inibir a desistência durante o semestre, como mostrado na tabela 5. Além disso, a P4 cumpre o importante papel de permitir uma segunda chance ao aluno reprovado por poucos décimos nas provas regulares.

As taxas de reprovação em Física 1 e Física 2 e a dedicação na disciplina demonstram que o aluno que é aprovado em Física 1 está mais preparado para cursar as disciplinas do seu curso. Resta determinar se isso é resultado da formação obtida na disciplina de Física 1 ou se essa funciona apenas como um filtro que elimina os alunos menos qualificados.

A nota do aluno no vestibular é um fator determinante para seu sucesso na disciplina, como demonstrado pela tabela 2. *Uma análise mais profunda seria possível se as notas de cada aluno na disciplina fosse comparada com sua nota no vestibular, particularmente, nas disciplinas de matemática e física.*

O rendimento do aluno depende crucialmente de habilidades que ele possui, ou não, ao iniciar a disciplina de Física 1. Impor ao professor a responsabilidade de desenvolver essas habilidades é impraticável dado o extenso conteúdo a ser cumprido.

O ônus da má formação dos alunos recai, principalmente sobre os alunos dos cursos menos concorridos, com menor nota de corte no vestibular. O resultado é alta taxa de desistência ou desligamento dos alunos, antes de completar as disciplinas do primeiro semestre do fluxo do curso.

A universidade tem duas opções: continuar nos moldes atuais e atribuir ao ensino básico os problemas que enfrenta na formação dos alunos, ou assumir, na medida do possível, a responsabilidade de prover a formação básica mínima que o aluno deveria ter obtido na educação básica.

A conclusão é que muitos alunos se beneficiariam de uma disciplina anterior à Física 1, obrigatória para aqueles que não demonstrassem a proficiência necessária em habilidades necessárias ao sucesso na disciplina.

As conclusões presentes nessa seção foram possíveis em virtude da grande quantidade de alunos, que permite análises estatísticas significativas. A capacidade de análise possibilitada pela avaliação unificada é um dos benefícios da mesma que deve ser levado em conta.

Agradecimentos

A unificação das disciplinas de Física 1 e 2 no IF-UnB aconteceu graças ao apoio dos professores alocados nessas disciplinas, aos quais agradeço em conjunto. Alguns professores tiveram papel fundamental no planejamento e implementação de vários aspectos da mesma, entre os quais cito os professores Pedro Henrique de Oliveira Neto, Demétrio Antônio da Silva Filho, Ginetom Souza Diniz e Olavo Leopoldino da Silva Filho. Agradeço também à Técnica Simone Braga Farias, cuja dedicação foi fundamental para a viabilização da unificação.

Referências

- [1] F.L. Silveira e M. A. Moreira. A validade preditiva em testes relativos a concepções em força e movimento e em corrente elétrica sobre a média final de alunos de Física 1 (Mecânica) e Física II (Eletromagnetismo). *Cad. Cat. Ens. Fis.*, **9**(2), 105-112, 1992.
- [2] I.A. Halloun e D. Hestenes. The initial knowledge state of college physics students. *Am. J. Phys.*, **53**(11), 1043-1048, 1985.
- [3] A.G. de Pinho. Estimativa de acertos causais em testes de múltipla escolha. *Rev. Bras. Ens. Fis.*, **17**(1), 62-103, 1995.
- [4] A.G. de Pinho. Correlação entre avaliações por testes de múltipla escolha e por provas analítico-expositivas. *Rev. Bras. Ens. Fis.*, **17**(2), 169-179, 1995.
- [5] F.L. da Silveira, M.A. Moreira e R. Axt. Estrutura interna de testes de conhecimento em Física: um exemplo em mecânica. *Enseñanza de las ciencias*, **10**(2), 187-194, 1992.

Criação da Physicae Organum

PAULO F. FERRARI, LILAH FIALHO, LETHÍCIA VIEIRA

Universidade de Brasília.

Esta revista nasceu de uma das então frequentes reuniões entre o Dr. Olavo Leopoldino (na época coordenador de graduação) e a aluna (na época presidente do CA de Física) Lilah Fialho, que periodicamente discutiam as necessidades e possibilidades de aprimoramento da graduação e pesquisa de nosso Instituto. Em uma destas reuniões, o professor Olavo comentou sobre a revista *Pólemos*, dos estudantes de Filosofia da UnB, e indagou se não seria uma boa oportunidade os alunos da Física construírem uma revista de forma semelhante. A idéia nascida tímida e fraca logo foi acolhida por um pequeno grupo de alunos como uma tentativa de trazer algo novo e relevante para a formação de nossos estudantes, o foco seria incluir os alunos no mundo acadêmico, dar a oportunidade para os alunos publicarem trabalhos; os alunos de PIBIC, PIBID, PET, jovens talentos, teriam agora uma motivação a mais para fazer seus artigos e um canal para desenvolver um primeiro contato com esta área.

Após o processo de formação da comissão editorial, ficamos com 9 integrantes. Em Agosto de 2014 definimos a atual equipe, os editores Barbara Camile, Daniela Mota, Gabriel Aleixo, João Gilberto Fernandes, Lethícia Vieira, Lilah Fialho, Lo Rhuama, Paulo F. Ferrari e Ramon Rodrigues. Batizar esta empreitada certamente não foi trivial, depois de muita pesquisa, discussão e diversos lampejos de idéias, optamos pelo nome *Physicae Organum*, remetendo ao conjunto de obras ou corpo teórico e de instrumento que compõem o conhecimento Físico, conceito que passa a ser a alma da revista: montar e aprensentar esta estrutura da Física com foco no aprendizado e inclusão dos alunos.

Naturalmente, o cotidiano da resolução desta empreitada de aparência simples, a princípio, passou a nos apresentar seus desafios práticos e organizacionais. Assim, montamos um estatuto e um regimento interno, criando algumas equipes para a devida compartimentação e responsabilização de nossos integrantes: administração, divulgação, RH e edição. A partir desse momento, os trabalhos tornaram-se mais concretos, menos idealização e mais concretização.. Iniciou-se o processo de busca por contatos para a aquisição de artigos sobre diversas áreas e assuntos da Física, um trabalho acadêmica e pessoalmente exigente, mas os resultados foram inesperadamente bons. A formação do conselho editorial, responsável pela avaliação dos artigos e textos publicados na nossa revista, foi uma surpresa para nós, não esperávamos conseguir tanto apoio por parte dos docentes tão cedo, a disponibilidade tão pronta de nossos mestres foi um incentivo e um retorno reveladores da paixão e dedicação deles para com a melhoria de nosso Instituto. Só temos a agradecer aos tão dedicados Dra. Adriana Pereira Ibaldo, Dr. Antonio Carlos Pedroza, Dr. Antony Marco Mota Polito, Dr. Clovis Maia, Dr. Ivan Soares Ferreira, Dr. José David Manguera Vianna, Dr. Junio Márcio Rosa Cruz, Dra. Leticia Nunes Coelho,

Dr. Marcus Bastos Lacerda Santos, Dr. Olavo Leopoldino da Silva Filho, Dra. Reva Garg, Dra. Roseline Strieder, Dra. Vanessa Carvalho.

A partir deste ponto o medo de ser apenas mais um projeto que se perderia ao longo do semestre foi esmagado pela materialização dessa esperança, tudo estava mais palpável, real e tangível. As reuniões, os treinamentos da plataforma, os e-mails e as mensagens que aconteceram desde a nomeação não se restringiam mais somente a uma ideia, mas sim ao fato de que a primeira edição da *Physicae Organum* seria impreterivelmente publicada no primeiro semestre de 2015 pela plataforma online da BCE.

A divisão das sessões, a busca por artigos, a espera de colaboração de pesquisadores externos, a escrita de artigos relacionados aos assuntos do Instituto de Física da UnB, a ideia de uma possível entrevista com um membro do instituto, a realização de cada etapa do projeto abria espaço para novas aspirações, talvez uma edição impressa no futuro, mas sempre com o foco primeiro em pôr em prática a revista online da ideia original. Independentemente de os prazos de entrega das atividades da revista coincidirem com provas, atividades acadêmicas ou profissionais, apesar da incompatibilidade de horários entre os nove membros, a despeito da apreensão quanto aos artigos que receberíamos e de suas correções necessárias, mesmo com a necessidade de uma perfeita edição, sem nos deixar abater pelos problemas com a de criação de caráter visual (afinal dominamos manipulações algébricas e numéricas, mas não artísticas), enfrentando tantos obstáculos, a comissão editorial manteve-se unida e encontramos um ritmo adequado para o desenvolvimento das atividades necessárias para publicação.

Observando a trajetória seguida até aqui e as inesperadas aspirações que surgiram com ela, é difícil não remeter ao movimento Browniano: pela energia sempre em fluxo no caos de partículas pequenas, descobrimos a razão para um inesperado e imprevisível movimento de elementos de grandeza superior. Penso que aos poucos, um nível pequeno de caos nos movem, entendendo nosso movimento e aumentando a força daquela ideia inicial, em um esforço conjunto de pequenas partes podemos impulsionar, mesmo que brevemente, algo superior, para que as próximas pequenas partes possam fazê-lo à sua própria maneira.

Uma Nova Abordagem Pedagógica nas Disciplinas Unificadas de Física: um projeto do Instituto de Física da Universidade de Brasília e do Centro Brasileiro de Pesquisa em Avaliação e Seleção e Promoção de Eventos (CEBRASPE)

Olavo Leopoldino da Silva Filho
Instituto de Física - IFD, Universidade de Brasília, UnB,
Campus Universitário Darcy Ribeiro - Asa Norte
70919-970 Brasília / DF

March 11, 2015

Abstract

As disciplinas iniciais da Física têm apresentado (em todo o mundo) um padrão bastante negativo de retenção e de indução ao abandono das Universidades. Seus índices de aprovação são bastantes baixos comparados com outras disciplinas. O presente projeto tenta intervir nesse panorama através de uma estratégia de avaliação, conjugada com outras estratégias pedagógicas (como o uso intensivo de monitores, entre outros). Tal estratégia deve ser considerada uma estratégia de formação de alunos, na medida em que fornece a eles subsídios para que se coloquem como protagonistas de sua própria formação intelectual.

1 Histórico

A Universidade de Brasília foi pioneira em uma abordagem de ensino, baseada no chamado Método Keller, que considerava o aluno do ponto de vista individual e, além disso, prezava sobremaneira pela capacidade do aluno de superar os obstáculos erigidos pelas disciplinas a partir de suas próprias capacidades, desenvolvidas e potencializadas por esse método.

“A criação da Universidade de Brasília teve, no início dos anos sessenta, um papel muito relevante na história da universidade brasileira. O projeto da UnB, liderado pelo Prof. Darcy Ribeiro, congregou intelectuais das mais diversas áreas do conhecimento que tomaram para si a difícil tarefa de pensar uma universidade, que nasceria como universidade, que ousaria ser singular e inovadora. Que seria um modelo de universidade para o Brasil. Assim nasceu a UnB, organizada por áreas do conhecimento, sem cátedras. Uma instituição universitária que não se justificava pelo agrupamento de diferentes cursos. Uma

instituição com disposição de ousar, de tentar novas formas de ensinar e de aprender, que se construiria a partir da construção do conhecimento.”

“Era uma nova tentativa dos intelectuais brasileiros de desenvolver um projeto de universidade. Anteriormente haviam tentado fazer a Universidade do Distrito Federal, um projeto liderado por Anísio Teixeira, que também participou do projeto da UnB, que o Estado Novo não permitiu que avançasse.” “Carolina Martuscelli Bori foi para Brasília, em 1964, para criar, junto com o Prof. Fred S. Keller, o Laboratório de Brasília, hoje Instituto de Psicologia. Do grupo inicial participaram também Rodolfo Azzi, Mário Guidi, Rachel Rodrigues Kerbauy, Luiz de Oliveira, Luiz Otávio Seixas de Queiroz, João Cláudio Todorov, e, posteriormente, Gil Sherman.”

“As experiências de ensino individualizado foram implantadas em Brasília não só nas disciplinas de conteúdo psicológico. A experiência de ensino de Física com o Método Keller produziu as primeiras dissertações do mestrado em Física da UnB.”

“Somos muitos os professores da UnB de hoje que tivemos a oportunidade de experimentar estudar algumas disciplinas com aquela metodologia; a experiência foi reforçadora e deixou saudades. ”¹

Mais do que a questão do método, propriamente dito, estava em questão a maneira como os alunos deveriam ser encarados, a maneira como suas ações deveriam ser empoderadas no seu processo de formação. A abordagem que aqui se expõe recupera muitas das estratégias desenvolvidas no âmbito do chamado método Keller, mas difere dele em aspectos importantes. O que a presente estratégia e o método Keller têm de mais importante em comum é a visão do aluno como o principal agente de sua formação. O que ambos guardam como sua fonte básica de ação é o princípio da retroalimentação (feedback) positiva e a capacidade de dar ao aluno as referências necessárias para que ele ajuste suas próprias estratégias de estudo de modo a romper as barreiras impostas pela aridez dos cursos iniciais.

2 Estado atual dos processos de avaliação:

Há algum tempo, o Instituto de Física unificou suas turmas das disciplinas de Física 1 e Física 2. Essa ação foi necessária para que se pudesse assegurar que os alunos dessas duas disciplinas tivessem acesso a uma formação homogênea e de qualidade, qualidade esta que tem sido perseguida por sucessivos ajustes de percurso que devem ser atendidos por todos os professores envolvidos na chamada Unificação.

Assim, ações pedagógicas específicas, como o andamento dos tópicos que constituem as disciplinas, devem estar todas sincronizadas. Os tópicos abordados em sala de aula devem sê-lo com igual profundidade, não permitindo mais que conteúdos sejam selecionados ou omitidos ao bel prazer dos professores e suas idiossincrasias.

¹Mariza Monteiro Borges, *Psicol. USP* vol. 9 n. 1 São Paulo 1998, <http://dx.doi.org/10.1590/S0103-65641998000100015> Com adaptações (Versão modificada de depoimento feito no Simpósio “Carolina Bori: a psicologia brasileira como missão”, realizado durante a XXIV Reunião Anual de Psicologia - SBP, Ribeirão Preto, SP, 1994).

Para além das questões de conteúdo, entretanto, há que se considerar também aquelas referentes aos processos de avaliação.

O processo de unificação permitiu que se elevasse substancialmente o número de alunos inscritos em cada turma das disciplinas de Física 1 e Física 2. Atualmente, a disciplina de Física 1 conta com aproximadamente mil alunos em suas diversas turmas e a disciplina de Física 2 conta com aproximadamente setecentos alunos.

Esse aumento no número de alunos tem implicado na necessidade de se aplicar as provas para todos de maneira unificada (todos ao mesmo tempo, distribuídos por várias localidades no campus). Essa exigência, por sua vez, demanda estratégias excessivamente complexas e laboriosas (e, pior, consideravelmente sujeitas a erros). Os gerentes de disciplina precisam garantir um número mínimo de aplicadores das avaliações, pessoas em número suficiente para fiscalizar as provas e evitar fraudes, etc. Há ainda a questão da correção e muitas outras que os usuários finais da unificação sequer ficam sabendo.

Para além dessas razões meramente de caráter organizacional, há ainda questões mais relevantes do ponto de vista pedagógico. Sobre isso falamos na seção que se segue.

2.1 A dimensão pedagógica da Unificação:

É amplamente sabido, no âmbito da Universidade, que as disciplinas de Física 1 e Física 2 estão entre aquelas da Instituição que mais produzem reprovações. Alunos precisam cursá-las não apenas uma, mas duas, não raro três vezes, antes de conseguirem sucesso e aprovação. A média de aprovação em Física 1, por exemplo, raramente ultrapassa os 50 por cento dos alunos inscritos.

O impacto dessa situação é amplo e extremamente deletério. A Universidade de Brasília, sempre que um aluno atinge o número de duas reprovações na mesma disciplina, coloca-o na situação de aluno em condição. Se esse aluno vem a ser novamente reprovado, ele é desligado da Universidade. Para voltar a ela, deve apresentar uma solicitação de reintegração, que vai ser avaliada por diversas instâncias administrativas da Universidade, movimentando inúmeros recursos humanos desta.

Pior ainda, alunos que entram nessa ciranda de desligamento e reintegração são comprovadamente aqueles mais sujeitos ao abandono de curso, têm dificuldades em se matricular nas disciplinas (por estarem fora do fluxo do curso), além de muitos outros efeitos danosos, como maior dificuldade em participar de projetos pedagógico-institucionais de relevo da universidade (como a Iniciação Científica), que demandam um índice de rendimento acadêmico (IRA) incompatível com sucessivas reprovações.

Um estudo da própria Universidade identificou, para os cursos que utilizam as disciplinas de Física 1 e Física 2, que a maioria dos problemas de evasão estão localizadas no terceiro e quarto semestres do curso, exatamente aqueles em que o problema relativo às disciplinas de Física 1 e Física 2 irá se evidenciar, pelo processo já mencionado de estabelecimento de condição e, finalmente, do desligamento.

Assim, torna-se evidente que, mesmo no âmbito pedagógico, devem ser tomadas providências para que essa situação seja rapidamente revertida.

Recentemente, no âmbito do instituto, fez-se uma pesquisa para compreender os processos que estão levando os alunos a um histórico de alto índice de

reprovações nessas disciplinas de Física 1 e Física 2. As questões referentes à má formação no Ensino Médio, como de hábito, se mostraram relevantes. Entretanto, mais relevante do que estas, foi a conclusão de que muitos dos alunos que são reprovados nessas disciplinas iniciais, acabam sendo-o por terem um nível de maturação intelectual ainda insuficiente para confrontar-se com as demandas cognitivas de uma Universidade. Traduzindo: os alunos, principalmente os recém-egressos do ensino médio e que estão cursando pela primeira vez a disciplina de Física 1, tendem a adotar, com esta, as mesmas estratégias de estudo que aquelas adotadas no Ensino Médio, claramente menos demandante. Isso faz com que muitos, assustadoramente muitos, tirem notas muito baixas logo na primeira avaliação. Com isso, em um esquema em que serão feitas apenas três ou quatro provas, já há logo de início um comprometimento de todo o semestre.

Mais ainda, essa metodologia de avaliação (tradicional em praticamente todas as Universidades), termina por não dar ao aluno a oportunidade de rever suas perspectivas relativas ao curso e, com isso, rapidamente amadurecer sobre seus procedimentos de aprendizagem – que teriam um belo impacto também nos procedimentos de ensino, estes a cargo dos professores das disciplinas.

3 Objetivos do Projeto:

Este projeto tem por objetivo estabelecer, com o uso das novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), um procedimento que ataca precisamente os pontos negativos apresentados anteriormente. No âmbito puramente administrativo, referente à estratégia da aplicação das provas, a metodologia aqui proposta, como se verá, simplesmente elimina a necessidade de se movimentar todo o aparato humano e institucional (professores, monitores, salas, etc.) para uma aplicação unificada (mesmo local, mesmo horário, todos os alunos) das avaliações.

No âmbito pedagógico, mais importante, permitirá, como se verá, que os alunos não percebam a disciplina como definitivamente perdida por um insucesso em apenas uma de suas avaliações. O processo de avaliação mediada por computador (e banco de itens) que aqui será proposto permitirá ao aluno que refaça avaliações referentes a um mesmo corpo de conhecimentos quantas vezes desejar. Desse modo, eventuais insucessos derivados de uma má estratégia de estudo ou outras insuficiências poderão ser avaliadas pelos próprios alunos e eliminadas a tempo de se realizar novas avaliações sobre o mesmo corpo de conhecimento. Isso permitirá obter, em cada etapa, uma melhor nota, induzindo um maior nível geral de aprovação. Mais do que afetar apenas o desenvolvimento cognitivo do aluno, o método possibilita também torná-lo o protagonista de sua própria formação acadêmica, devidamente mediada pelo seu desempenho.

Este processo, se bem sucedido, evidentemente, trará ao aluno evidentes vantagens com relação ao modelo atual, uma vez que será importante efeito de amadurecimento do mesmo frente às exigências de uma Universidade que preza pela qualidade do conhecimento que produz. Mais ainda, ao invés de se colocar na tendência usual de se diminuir o nível de dificuldade dos testes aos quais os alunos serão expostos (para meramente atingir alguma meta de aprovação geral), a abordagem permite torná-los ainda mais demandantes, dentro de limites, e incrementar o nível inicial dos alunos egressos das disciplinas servidas.

4 Metodologia:

O projeto baseia-se em uma metodologia de aplicação de provas mediadas por computador. Tal metodologia não deve ser confundida com processos de avaliações adaptativas, que utilizam a estratégia TRI para sua construção. As avaliações que estarão sendo apresentadas automaticamente aos alunos são construídas, inicialmente, em uma perspectiva de avaliação tradicional. A ideia, entretanto, é migrar, aos poucos, para o modelo TRI e, quem sabe, chegar-se ao modelo CAT (computerized adaptive testing), quando então a individualização do aluno quanto a seus ritmos e desenvolvimento cognitivo será plenamente atingida.

O processo computacional tem diversos aspectos, cada qual exigindo um tipo específico de atuação.

1. Do ponto de vista do aluno:
 - (a) O sistema computacional a ser construído deverá ser capaz de saber em que ponto o aluno está no conteúdo da disciplina (dividida em módulos) de modo a construir (em tempo de execução) a avaliação apropriada a este (considerados elementos relativos à matriz de habilidade e perfil, dificuldade, entre outros parâmetros).
 - (b) O sistema computacional deve ser capaz de gerar boletins de desempenho, para dar ao aluno uma retroalimentação que lhe permita rever suas estratégias de aprendizagem e melhorá-las.
 - (c) Finalmente, o sistema deve ser capaz de armazenar as notas do aluno nas diversas tentativas eventualmente realizadas para produzir uma nota final ao término do semestre (com acesso ao sistema apenas pelo gerente da disciplina)
2. Do ponto de vista da operacionalização do sistema de avaliação como um todo:
 - (a) Um sistema como o apresentado acima deve conter um banco de itens, devidamente parametrizado por disciplina, módulo, dificuldade, habilidade e perfil.
 - (b) Deve possuir uma sala específica, dedicada ao processo de avaliação, que possa ser acessada pelos alunos durante todo o período de atividade acadêmica em pelo menos dois horários diários (segunda a sexta).
 - (c) Deve contar com um número expressivo de computadores (entre cinquenta e cem) ligados ao servidor para a dispensa das provas.
 - (d) Deve contar com elementos estruturais de segurança que impeçam a fraude.
3. Do ponto de vista do funcionamento do sistema de avaliação:
 - (a) Os alunos poderão realizar as avaliações sempre que assim o desejarem, desde que seja respeitada a ordem dos módulos (mesmo que tais módulos ainda não tenham sido apresentados pelos professores).
 - (b) Para realizar uma avaliação, o aluno deverá apenas comparecer à sala de avaliação, munido de identidade (com foto) e número de matrícula.

- (c) Os alunos poderão realizar uma avaliação referente a um mesmo módulo quantas vezes desejarem, sendo que a nota relativa ao módulo será a nota da última avaliação (e não a maior nota).
- (d) Ao final do semestre, o coordenador da disciplina, munido de nome de usuário e senha especiais, deverá obter do sistema as notas finais dos alunos para que lhes sejam apresentadas suas menções, a serem apropriadas no sistema da Universidade.

5 Fundamentos da Abordagem:

Talvez a situação mais danosa quanto ao esquema de ensino/avaliação atualmente adotado por todas as universidades brasileiras (quicá mundiais) na estratégia de ensino que chamaremos aqui de tradicional é a consideração de que há uma figura concreta chamada de “aluno médio” à qual as aulas e avaliações estariam dirigidas.

Este pressuposto cai por terra quando se verifica a grande heterogeneidade de origem dos alunos (formativa, social, etc), aliada ao fato de que um curso de serviço como Física 1 atende a cursos tão diversos quanto aqueles de Engenharia Elétrica, Civil e Mecânica, e outros como Agronomia, Química e a própria Física.

A média estatística que se obtém pela mera análise numérica que perpassa todos esses grupos termina por constituir uma figura sem qualquer concretude, chamada “aluno médio”.

O problema se agrava quando o esquema de aulas expositivas e três ou quatro provas termina por incentivar uma atitude passiva do aluno com relação aos seus próprios destinos acadêmicos.

Há ainda a heterogeneidade do próprio corpo docente, implicando muitas vezes que os professores selecionam segundo suas perspectivas o que lecionar ou não. Característica que o processo de unificação tenta mitigar pelo controle dos conteúdos a serem ministrados.

As dificuldades acima expostas, que confrontam a ideia generalizada de um “aluno médio”, são as que o sistema que ora se propõe intenta superar.

Contrariamente ao que pode parecer pelo que já foi dito, as estratégias adotadas no sistema proposto não seguem o método Keller na forma como este foi originalmente pensado. Entretanto, recupera algumas de suas diretrizes que se mostraram eficientes no passado. O método Keller, por exemplo, adota uma perspectiva muito mais focada no desenvolvimento do aluno por suas próprias forças, com uma participação menos ativa do professor do que a que se está propondo.

Algumas das estratégias que serão adotadas (algumas já em ação): divisão do conteúdo em unidades pequenas (tipicamente que cubram no máximo duas semanas de aulas); construção de um roteiro de estudos para cada unidade (que inclui listas de exercícios); construção de uma bateria de testes para cada unidade (um banco de itens). Construção de boletins de desempenho, identificando os pontos fracos dos alunos e, assim, refletindo uma retroalimentação positiva na constituição e aprimoramento individualizado do roteiro de estudos.

Essa abordagem, que guarda semelhanças com o método Keller, mas inclui elementos que o método não poderia conter à época em que foi pensado, por não haver desenvolvimento tecnológico suficiente, estabelece uma relação individual

entre aluno e disciplina, mediada pelos meios computacionais. Permite, portanto, que o aluno vá se desenvolvendo em um ritmo que lhe é próprio, mesmo que a disciplina esteja se desenvolvendo tendo por fundamento a figura abstrata do “aluno médio”. Alunos com mais dificuldades poderão fazer um teste e se sair mal e deixar para fazer este teste um pouco mais tarde, quando a própria sequência da disciplina ter-lhe-á dado maior maturidade intelectual. Apesar de a disciplina continuar a ter um ritmo específico, dado pela sequência de apresentação das unidades, o aluno poderá, se quiser e para efeito de avaliação, simplesmente ignorar esse ritmo e seguir a disciplina segundo o seu próprio ritmo, desde que a finalize em um semestre.

Uma característica importante do método é assegurar que o aluno passe para a unidade seguinte apenas se tiver apresentado proficiência adequada nas unidades anteriores. Em princípio, o aluno pode fazer um número qualquer de tentativas, sendo que, quando atingir uma nota maior ou igual a cinco, ser-lhe-á permitido passar para a unidade seguinte. Note, entretanto, que ainda lhe será permitido continuar a tentar melhorar sua nota nas unidades anteriores. O aluno tendo feito um número qualquer de tentativas na unidade, terá sua nota sendo sempre obtida como o valor da última tentativa.

O sistema unificado ainda é apoiado fortemente por monitores (há disciplinas específicas para a captação de monitores para as disciplinas de Física 1 e 2) que ficam à disposição dos alunos para tirarem suas dúvidas, além do atendimento feito pelos professores.

Para que sejam atingidos os objetivos do projeto, os seus dois principais agentes deverão assumir papéis importantes, que apresentamos a seguir.

6 Ações Necessárias ao Projeto e seus Agentes:

A criação de um banco de itens está longe de ser algo trivial. Nem mesmo no caso de se utilizar uma estratégia tradicional para os itens, e não uma abordagem TRI, que exigiria pré-testagem ,etc, tal construção implica na segurança quanto à qualidade dos itens que serão dispensados aos alunos.

Muitos podem considerar que os professores, por si sós, são já capazes de construir esses itens com o devido padrão de qualidade. Entretanto, é amplamente sabido que tais padrões exigem habilidades que não estão apenas relacionadas com o conhecimento profundo do conteúdo em questão, mas também com a forma de apresentá-lo, a forma de relacioná-lo com as matrizes de habilidades e competências, os padrões de textualidade, etc.

A Universidade de Brasília, até mesmo por razões históricas, tem uma relação íntima com aquele que é seguramente o melhor órgão de construção de instrumentos de avaliação, seja para concursos públicos, seja para outros panoramas pedagógicos em que a avaliação cumpra papel importante – o Cebraspe (antigo Cespe).

O Cebraspe é um órgão nacionalmente reconhecido pela qualidade dos instrumentos que produz, precisamente por contar com uma “linha de produção” que impede, dentro do mais alto padrão possível, que sejam considerados finalizados itens sem o conjunto de qualidades que deles é esperado.

Neste projeto, portanto, toda a estratégia de construção do banco de itens ficará sob a responsabilidade do Cebraspe (antigo Cespe), que aplicará sobre a mesma seus padrões de construção de itens devidamente adaptados para o tipo

de item que se faz necessário. Este processo envolve: a criação das matrizes de referência, às quais os itens estarão subsumidos, a gerência do processo de criação de itens pelos professores, a gerência do processo de revisão (técnica e de língua portuguesa) dos itens, a gerência da aplicação dos itens e a gerência da manutenção do banco, com eventuais acréscimos em seu acervo, ou eventuais correções de itens que não se mostrem adequados.

Caberá ainda ao Cebraspe o desenvolvimento das ferramentas computacionais que permitirão a gerência das etapas de construção do banco, assim como a gerência da evolução dos alunos nas disciplinas atendidas. O projeto piloto está programado para ser aplicado apenas à disciplina de Física 1.

A ideia é que, quando finalmente aplicado às disciplinas de Física 1 e 2, estas disciplinas estejam divididas em 8 módulos ou 10 módulos, cada módulo contendo aproximadamente 1000 itens, dando um total de 10.000 itens para cada uma das disciplinas.

7 Conclusão:

O presente projeto enquadra-se nas tentativas do Instituto de Física de aprimorar suas ações acadêmicas no sentido de tornar os cursos Unificados adequados para a formação dos alunos dos mais diversos departamentos, institutos e faculdades. Uma tarefa que vem se tornando cada vez mais complexa à medida que o número de alunos servidos aumenta.

Mais do que apenas uma estratégia para a aprovação de mais e mais alunos, trata-se de uma abordagem pedagógica, em que se visa a formação de tais alunos, tendo a aprovação apenas como uma meta secundária, consequência natural da perspectiva formativa.

Por outro lado, o projeto insere o Cebraspe, com sua tecnologia inigualável de construção de avaliações e de suas análises, na própria vida da Universidade de Brasília. A presente intervenção nos métodos atualmente praticados na disciplina pode ser, ainda, fonte inesgotável de pesquisa sobre seus resultados e estratégias.

Cientista, pesquisador, investigador: a via quase inexplorada

Paulo F. Ferrari
Instituto de Física – UnB

March 12, 2015

Abstract

Pouco ou nenhum estímulo é dado a jovens para a persecução de uma carreira acadêmica e de pesquisa. Este editorial visa apresentar essa possibilidade ao alunos recém-ingressos na graduação e na licenciatura, focando em guiar ainda os primeiros passos daqueles que se convenceram a seguir esse caminho. Nos voltamos em especial para as estratégias, oportunidades e estrutura disponíveis ao estudantes da Universidade de Brasília, apontando-os para alguns dos programas de nossa instituição.

1 Introdução

Neste artigo, pretendemos levantar orientações e conselhos valiosos aos estudantes recém ingressos em cursos de graduação em ciências. Seja sua habilitação em bacharelado ou licenciatura, suas aspirações puramente acadêmicas ou empresariais, seus interesses sobre ciência teórica, aplicada ou experimental; se o leitor se interessar pela construção sólida de uma formação em conhecimento científico, então deve levar em consideração aquilo aqui apontado.

Levantaremos não só os preceitos e princípios sobre os quais devemos apoiar a formação e uma potencial carreira acadêmica, desejamos também lançar alguma luz sobre os aspectos práticos desta empreitada. Focando-nos na estrutura vigente no contexto brasileiro, em especial na Universidade de Brasília (UnB) e em nosso Instituto de Física (IF), nos esforçamos em expor aqui programas, estratégias e oportunidades próprias à nossa realidade local.

Trata-se de um momento e ambiente muito propícios à excelência e inovação. O IF recentemente implementou seu novo currículo de graduação, voltado à sólida base matemática e teórica de seus estudantes, bem como sua capacitação para a manipulação de novas tecnologias e métodos experimentais. O uso de plataformas abertas e o fomento ao espírito de autonomia dos estudantes transparecem na estrutura curricular, incentivando os estudantes de Física a diferenciarem-se dos demais desde o primeiro semestre, com aprofundamento matemático e preparo para a produção própria de técnicas e aparatos laboratoriais, apresentando-os o quanto antes à realidade do trabalho investigativo e pró-ativo de um cientista.

2 Do propósito

Com a finalidade de coroar o novo ambiente da graduação em Física da UnB, esta revista nasceu da preocupação em inserir os alunos de graduação do nosso IF na realidade e no contexto peculiar do meio acadêmico. Queremos introduzir o estudante ao método, à linguagem, aos meandros e ao ofício do pensamento científico. Cabe orientarmos, então, estes novos egressos quanto ao propósito de nossa carreira como físicos, cientistas e professores, apontando-lhes no que focar-se e quais oportunidades perseguir, ressaltar-lhes quais habilidades e prioridades devem ser valorizadas em suas trajetórias.

Tal esforço se torna necessário frente à tendência docilizante e passiva do Ensino Básico nos moldes da sociedade moderna: voltado ao preparo para processos seletivos pela pura aquisição de fatos científicos. Nos acostumamos a um primeiro contato com o fazer científico dado como a assimilação passiva de descrições estáticas de fenômenos naturais sempre externos e sempre declarados por uma autoridade, é esta visão árida sobre a ciência que a separa das mentes criativas que deveriam ser as principais fontes de inovação do meio.

As mais comuns referências da figura de cientista disponíveis na cultura popular são, além de escassas, usualmente fantasiosas ou pouco inspiradoras. Cabe apresentarmos e reforçarmos a real face da vida de quem trabalha na produção da ciência: um investigador dedicado e paciente. O cientista de debruça sofre os fatos que captam da Natureza e humildemente se subjugam a esta realidade, buscando compreendê-la sem impingir sua opinião sobre ela. Ele avalia o que lhe é apresentado e tenta explicá-lo, extraindo o máximo que pode, em um esforço metodológico e preciso. Este investigador se dedica aos detalhes e se delicia com conclusões que lhe ferem o senso-comum, galgando estágios superiores de compreensão para além do que parece evidente ou garantido.

O processo de conhecimento do Universo a partir de um método reproduzível e verificável (esforço este chamado ciência) é absolutamente dependente do exercício dedicado da mente curiosa e cética, a mesma mente adormecida por anos de reprodução cega de factóides em um sistema de ensino preguiçoso. Cabe aos primeiros anos de Ensino Superior ressuscitar o impulso de questionamento, verificação e remodelagem da compreensão humana. Pois, seja cientista, professor ou ambos, este é o labor de um físico: desmistificar o funcionamento da natureza, desvelando seus padrões e normas.

3 Da postura

Enquanto, em seus primeiros anos de preparo para o ingresso no Ensino Superior, o estudante se comprometa primariamente com avaliações da sua capacidade de reproduzir resultados, uma vez instalado neste nível de ensino, ele deve buscar um objetivo mais nobre: a compreensão destes resultados. Aquele que aspira produzir conteúdo científico deve, em seus anos de universidade, comprometer-se com a compreensão do processo e do raciocínio que levaram grandes mentes a atingir suas conclusões científicas. Seu compromisso passa a ser com o conhecimento, não com as avaliações, pois, embora as avaliações sirvam para medir seu desempenho, elas não são um fim em si, apenas um instrumento de aferição do objetivo maior da academia.

O aluno verdadeiramente focado em aprimorar-se enquanto pesquisador,

preocupa-se em extrair de seus professores a experiência do ofício científico. Busca diferentes abordagens ao longo da bibliografia sobre um assunto. De fato, o labor da criação teórica e experimentação laboratorial passa, necessariamente, pela publicação de suas idéias por intermédio de texto, e a única forma de efetivamente preparar-se para esta produção é consumindo artigos, livros, anais de congressos e todas as formas de publicação científica sobre o conteúdo programático abordado pelo curso. Cabe ao estudante requerer indicações de seus orientadores, professores e colegas, ampliar suas fontes para além do que lhe é oferecido como básico para o cumprimento das obrigações mínimas para aprovação em suas disciplinas.

Nada mais abominável em um universitário que a obsessão pelo conteúdo e a forma das avaliações. O foco de um estudante de futuro proeminente deve voltar-se sobre a perspectiva de seu tutor a respeito da bibliografia do curso e sobre os pontos centrais, os princípios primordiais, as aplicações e possíveis inovações ou falhas advindas do objeto de estudo. Bons resultados avaliativos são meras conseqüências, embora sejam ferramentas para a medição do avanço real de seu entendimento e valiosos recursos para a edificação de uma carreira acadêmica. Comprometa-se com a exploração das características da Natureza, todo o restante é secundário.

4 Das oportunidades

Voltando-nos agora à execução prática da pretensão de qualificar-se como cientista, voltamo-nos aos mecanismos disponíveis para tal. Desde o primeiro semestre temos uma ampla gama de programas e oportunidades abertas para aqueles a quem interessa a persecução da excelência acadêmica.

O primeiro passo é atentar-se aos temas e linhas de pesquisa que possam lhe ser de interesse, pois, para escolher, é preciso conhecê-los antes. Além da imersão digital em canais de divulgação científica, é muito proveitoso participar de congressos e palestras de divulgação de pesquisas, mesmo que como calouro o estudante não entenda uma porcentagem considerável do que é dito nestes ambientes, presenciar estas discussões permite que ele se familiarize e até simpatize com alguns tópicos, possibilitando-lhe encontrar uma potencial área de interesse.

Outra boa oportunidade para aqueles que estão começando, ou que ainda não encontraram um nicho específico ao qual se dedicar, há o Programa de Educação Tutorial (PET). Trata-se de um grupo de alunos bolsistas que recebe orientação de um membro do IF responsável por aproximá-los da realidade de pesquisa, apresentando-lhes tópicos, seminários, artigos e toda sorte de conhecimento físico específico, voltando-se a inspirar e motivar futuros pesquisadores. O grupo é usualmente formado por uma variedade de alunos de diferentes semestres, que trocam experiências e sustentam o fomento à pesquisa, à extensão universitária e a uma peculiar preocupação social com o ensino e divulgação da ciência nas várias camadas da sociedade.

Os alunos que tiveram oportunidade de identificar uma área de interesse ou um professor que lhe inspire enquanto pesquisador, podem optar por buscar um Projeto de Iniciação Científica (ProIC ou PIBIC). Este programa consiste da orientação, voluntária ou mediante bolsa, da pesquisa de um aluno ou grupo de alunos em torno da produção de um trabalho acadêmico específico ao longo

do período de um ano. Usualmente ele é estabelecido dentro da área de concentração do seu professor orientador, e abre espaço para uma abordagem mais específica e bem próxima ao cotidiano de pesquisa real.

Para aqueles inscritos na modalidade licenciatura, é possível aproximar-se da realidade do magistério em educação básica por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Este programa insere o estudante no ambiente escolar para desenvolver atividades didático-pedagógicas sob orientação de um professor regente e de um orientador do seu curso de licenciatura.

Embora haja esta variedade de programas de bolsas Estaduais, há uma série de outras oportunidades de bolsas para além destas. Existem fundações de apoio a pesquisa que custeiam estudos, pesquisas e viagens de exercício científico para estudantes de graduação, bem como instituições de ensino e empresas internacionais que patrocinam estudos de alunos exemplares, proeminentes ou simplesmente persistentes.

Para desenvolver-se enquanto acadêmico, é necessário buscar descobrir estas oportunidades. Bons canais para a detecção destas novas possibilidades são o nosso Centro Acadêmico, onde veteranos e colegas podem lhe indicar os caminhos que conhecem, o próprio IF, onde se indicam oportunidades de bolsas e congressos, e também, é claro, vale procurar por fóruns online especializados. De toda forma, o princípio para a descoberta destes canais de introdução e fomento à pesquisa é a iniciativa própria, a busca constante por oportunidades e novidades.

O caminho ideal a ser seguido para o desenvolvimento de uma boa carreira científica, ou apenas sólida formação, é começar cedo a buscar ativamente áreas e projetos de interesse, pois a academia não jaz em aulas, mas no ambiente rico em diversidade e oportunidades que é a universidade.

References

- [1] azzo, Walter Antonio; Baretta, Giulia; Botega, Luiz F. de C.; Pereira, Luiz T.V. O senhor Feynman não estava brincando: a educação tecnológica brasileira
- [2] eyman, Richard. O senhor está brincando , Sr. Feynman!. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2006.



Expediente Physicae Organum – Revista de Estudantes de Física da UnB
Volume 1. Número 1

**Publicação Semestral do Corpo Discente
do Departamento de Física da UnB
Brasília, março de 2015**

Universidade de Brasília
Reitor: Ivan Marques de Toledo Camargo
Vice-Reitora: Sônia Nair Bão

Diretoria do Instituto de Física
José Felipe Beaklini Filho
José Francisco da Rocha Neto

Conselho Editorial

Dra. Adriana Pereira Ibaldo
Dr. Antonio Carlos Pedroza
Dr. Antony Marco Mota Polito
Dr. Clovis Maia
Dr. Ivan Soares Ferreira
Dr. José David Manguiera Vianna
Dr. Junio Márcio Rosa Cruz
Dra. Leticia Nunes Coelho
Dr. Marcus Bastos Lacerda Santos
Dr. Olavo Leopoldino da Silva Filho
Dra. Reva Garg
Dra. Roseline Strieder
Dra. Vanessa Carvalho

Comissão Editorial

Barbara Camile
Daniela Mota
Gabriel Aleixo
João Gilberto Fernandes
Lethícia Vieira
Lilah Fialho
Lo Rhuama Florscuk
Paulo Ferrari
Ramon Rodrigues

Foto da Capa

João Gilberto Fernandes

Comitê Científico

Dra. Adriana Pereira Ibaldo
Dr. Antonio Carlos Pedroza
Dr. Antony Marco Mota Polito
Dr. Clovis Maia
Dr. Ivan Soares Ferreira
Dr. José David Manguiera Vianna
Dr. Junio Márcio Rosa Cruz
Dra. Leticia Nunes Coelho
Dr. Marcus Bastos Lacerda Santos
Dr. Olavo Leopoldino da Silva Filho
Dra. Reva Garg
Dra. Roseline Strieder
Dra. Vanessa Carvalho

Contatos

<http://periodicos.unb.br/index.php/physicae>
physicaeorganum@gmail.com