

A “Prova experimental das Correntes Moleculares de Ampère” de A. Einstein e W. J. de Haas.

(The “Experimental proof of the existence of Ampère’s molecular currents”, of A. Einstein and W. J. de Haas.)

JOÃO PAULO MARTINS DE CASTRO CHAIB*

CARLOS HENRIQUE MORAES SANTOS†

Curso de Física, Universidade Católica de Brasília, Taguatinga, DF, Brasil.

Resumo

Apresentamos uma contextualização crítica e a tradução do inglês para o português do artigo “Prova experimental da existência das correntes moleculares de Ampère” escrito por A. Einstein e W. de Haas. Este trabalho experimental desenvolvido pelo fundador da relatividade geral teve um papel importante na história da ciência, sendo o estopim para a construção do conceito de spin eletrônico. Por detrás deste recorte histórico pode-se ver um exemplo da relação epistemológica entre experimento, teoria e comunidade científica.

Palavras-chave: Corrente Molecular, A.-M. Ampère, Efeito Einstein – de Haas, *Spin* eletrônico, História da Ciência.

Abstract

We present a critical contextualization and the translation from English to Portuguese of the article “Experimental proof of the existence of Ampère’s molecular currents”, written by A. Einstein and W. de Haas. This experimental work developed by the creator of the general relativity had a important role in the history of science, once that their result was the trigger to the cosntruction of the concept of the electronic spin. Around this historical episode one can see an example of the epistemological relationship between experiment, theory and scientific community.

Keywords: Molecular currents; A.-M. Ampère; Einstein-de Haas effect, electronic spin, History of Science.

1 Introdução

Em 2015 completou-se 100 anos da publicação do artigo “*Experimenteller nachweis der Ampèreschen molekularströme*” [1].¹ Neste experimento, Albert Einstein (1879 – 1955) e Wander Johannes de Haas

*jopachaib@gmail.com

†carloshmsantos@gmail.com

¹Em português: “Prova experimental das correntes moleculares de Ampère”.

(1878 – 1970) desenvolveram um método experimental para observar a razão entre o momento angular e o momento de dipolo magnético de uma barra de ferro imantada, e assim calcular a mesma razão das prováveis correntes elétricas elementares em seu interior — daí o nome “correntes moleculares” — previstas por André-Marie Ampère (1775 – 1836) [2, pp. 111–117].

Além deste artigo, ambos desenvolveram em parceria outros trabalhos sobre o tema: o homônimo “*Experimenteller nachweis der Ampèreschen molekularströme*” [3]; “*Proefondervindelijk bewijs voor het bestaan der moleculaire stromen van Ampère*” [4]; e “*Ein einfaches experiment zum nachweis der Ampèreschen molekularströme*” [5].²

A dupla recebeu o Prêmio Baumgärtner da Academia Vienense de Ciências, em 1917, pelos trabalhos realizados sobre este tema, e o fenômeno desenvolvido em seus experimentos ficou conhecido como *efeito Einstein – de Haas* [6].

Apresentamos uma contextualização crítica do experimento e a tradução do artigo [7], o qual consiste em uma tradução de [1] para o Inglês. Como vários artigos de Einstein nas demais áreas, o trabalho que tratamos aqui foi de grande impacto na história da física, sendo o estopim para revolucionar as teorias sobre a estrutura magnética da matéria. Soma-se também ao valor deste artigo, o fato de que é o principal trabalho experimental de Einstein onde este é o ator principal.

2 Alguns dados biográficos

Dentro desta seção abordamos o pouco destacado perfil de Einstein como físico experimentador. Igualmente apresentamos W. de Haas que é pouco conhecido, apesar de ter contribuído bastante com o desenvolvimento da física experimental.

2.1 Einstein Experimentador

Albert Einstein nasceu em Ulm, Alemanha, em 14 de março de 1879. Em 1896, aos 17 anos, ele ingressa na Politécnica de Zurique. Gradua-se em 1900 e no ano seguinte publica seu primeiro artigo, “Conclusão extraída dos fenômenos de capilaridade” [8]. No ano de 1905, seu *annus mirabilis*, ele submeteu sua tese de doutorado, “Uma nova determinação de dimensões moleculares” [9]. Neste mesmo ano, publica seus 3 artigos mais importantes: “Sobre um ponto de vista heurístico relativo à produção e transformação da luz” [10], pelo qual recebeu o Nobel de Física de 1921 ao modelar o *efeito fotoelétrico*; “Sobre o movimento de pequenas partículas suspensas em líquidos estacionários exigido pela teoria cinética molecular do calor” [11], que trata do movimento browniano; e “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” [12], que apresenta a gênese da Teoria da Relatividade Especial.

Einstein é normalmente destacado pelo monumental trabalho desenvolvido na Física Teórica, mas vale apenas destacar aqui o seu grande interesse em questões experimentais da física.

²Respectivamente em português: “Prova experimental das correntes moleculares de Ampère”; “Prova experimental da existência das correntes moleculares de Ampère”; “Prova experimental da existência das correntes moleculares de Ampère” e “Um experimento simples para demonstrar as correntes moleculares de Ampère”.

Já na sua tese de doutoramento, propõe uma maneira de se obter o número de Avogadro com líquidos. Em 1907, prevê uma flutuação de potencial elétrico dentro do capacitor no artigo “Sobre o limite de validade da Lei de Equilíbrio Termodinâmico e sobre a possibilidade de uma nova determinação dos quanta elementares” [13]. Em seguida, realizou o procedimento experimental para avaliar sua predição. Para tanto, encomendou com Conrad Habicht (1876 – 1958) e Paul Habicht (1884 – 1948) um dispositivo que pudesse gerar e detectar frações de potencial elétrico bem menores do que se detectava usualmente [14]. O trabalho experimental desenvolvido em conjunto com W. J. de Haas se deu no mesmo ano em que Einstein completou seu trabalho fundamental na Relatividade Geral (1915).

Os dois se conheceram pessoalmente por conta da proximidade que tinham com Hendrik Antoon Lorentz (1853 – 1928). Enquanto que de Haas era seu genro, Einstein era seu amigo íntimo. Este último escreve em janeiro de 1915 a Lorentz:

[...] Devo dizer-te que, no curso de nossa colaboração, eu vim a estimar e respeitar extremamente seu genro. Para a nossa grande satisfação, o experimento sobre magnetismo tem se encaminhado de forma positiva. Agora, de Haas concebeu um procedimento investigativo ainda melhor, no qual o uso de ressonância pode até ser dispensado. Com isso, foi encontrado o motivo pelo qual o eixo magnético e o eixo rotacional da Terra quase coincidirem. [15, p. 59]

Com relação à atividade experimental, Einstein demonstra sua empolgação ao escrever em fevereiro de 1915 à Michele Angelo Besso (1873 – 1955):

O experimento se finalizará em breve. Com isso a existência de energia do ponto zero também estará provada em um golpe só. Um experimento maravilhoso; uma pena você não poder ver isso. E quão traiçoeira é a natureza quando você quer lidar com isso experimentalmente! Experimentação está se tornando uma paixão para mim, mesmo na velhice. [16, pp. 68–69]

Igualmente, em abril de 1915, relata a Heinrich Zangger (1874 – 1957):

Relativo a ciência, este semestre eu trabalhei em um maravilhoso problema experimental juntamente com o genro de Lorentz no Instituto *Reich*. Nós fornecemos firme prova experimental das correntes moleculares de Ampère [17, p. 87].

Outro estudo experimental feito por Einstein, em coautoria com Hans Günter Mührsam (1876 – 1957), trata de um método para determinar as dimensões de canais em filtros. O artigo descreve a ideia de um instrumento para medir a maior dimensão de partículas que conseguem atravessar um dado filtro e também um experimento teste [18].

Einstein também registrou algumas patentes, a maioria datadas entre o final dos anos 20 e início dos anos 30, quando colaborou com o inventor e físico Leo Szilard (1898 – 1964) [14].

Em 18 de abril de 1955, aos 76 anos, Einstein faleceu deixando seu legado em várias áreas da física.

2.2 W. J. de Haas



Figura 1: *Wander Johannes de Haas* [19].

Wander Johannes de Haas nasceu em 2 de março de 1878 em Lisse, na Holanda, e formou-se em Física na Universidade de Leiden. Trabalhou com H. K. Onnes como seu assistente de laboratório entre 1905 e 1911. Em seguida, foi assistente de Henri Eduard Johan Godfried du Bois (1863 – 1918), em Berlim no Bosscha Laboratorium, entre os anos 1911 e 1913. Concluiu seu doutoramento sob a orientação de Onnes em 1912 com a dissertação “Medidas da compressibilidade do Hidrogênio, em particular do vapor de Hidrogênio perto e abaixo do ponto de ebulição” [6].

Depois de ter trabalhado na Alemanha, no *Physikalisch-Technische Reichsanstalt*, foi assistente de Lorentz e diretor da divisão de física do Instituto Teyler de Haarlem. Em 1917, mesmo ano em que ganhou o Prêmio Baumgärtner da Academia Vienense de Ciências, foi indicado para a cadeira de Física Aplicada do Colégio Técnico de Delft. Em 1922, ele aceitou a cadeira de Física da Universidade de Groningen, e foi eleito membro da Real Academia de Artes e Ciências. Em 1923, se tornou membro da Sociedade Holandesa de Ciências. Após a aposentadoria de Onnes, de Haas o sucedeu na Universidade de Leiden entre 1924 e 1948. Também foi diretor do Laboratório de Física Experimental Kamerlingh Onnes, o qual foi um dos primeiros laboratórios no mundo onde se trabalhou sistematicamente com experimentos a baixas temperaturas [20].

Somando-se à sua intensa carga laboral,

[...] sua saúde nunca foi muito boa, mas com a ajuda de sua esposa (uma física teórica) [Geertruida Luberta de Haas-Lorentz (1885 – 1973)], ele foi capaz de manter seus contatos científicos internacionais e executar as funções de direção de seu laboratório. [20, Entre colchetes é nosso.]

Ficou conhecido como especialista em magnetismo. Ele liderou a produção de temperaturas extremamente baixas pela desmagnetização adiabática de materiais magnetizados pré-resfriados. Trabalhou também nas pesquisas que convergiram no fenômeno conhecido hoje por *efeito de Haas – van Alphen*. Este efeito trata do comportamento anômalo da suscetibilidade diamagnética de um metal resfriado, quando este é submetido a uma mudança contínua de uma força magnética externa. Desenvolveu também pesquisas magneto-ópticas em cristais, publicadas, principalmente, com Jean Becquerel (1878

– 1953) [20]. Outro fenômeno que leva seu nome é o *efeito Shubnikov – de Haas*, que, neste caso, trata da mudança na condutividade de metais resfriados quando submetidos a uma mudança contínua da ação magnética externa.

Em 1935, de Haas e sua equipe alcançaram uma temperatura de $0,005\text{ K}$. Segundo Helden,

De Haas foi um dos mais importantes físicos de baixas temperaturas da primeira metade do século XX. Ele participou dos Congressos Solvay de 1921 e 1930, foi honrado pela *Royal Society of London* com a Medalha Rumford, foi um membro honorário da *Société française de physique* e lecionou as *Scott Lectures* em Cambridge em 1937. Em Leiden, ele atuou como presidente da sociedade que regeu a escola de fabricantes de instrumento de 1926 a 1951. [6]

W. J. de Haas se aposentou em 1948 e faleceu em 26 de abril de 1960, aos 82 anos, em Bilthoven, na Holanda.



Figura 2: W. de Haas na foto oficial da 3ª Conferência Solvay, no Instituto Internacional de Física Solvay, em Bruxelas, de 1–6 de abril de 1921. Estão na foto, de cima para baixo e da esquerda para a direita, primeira fileira: William Lawrence Bragg, Edmond van Aubel, **Wander Johannes de Haas**, Édouard Herzen, Charles Glover Barkla, Paul Ehrenfest, Manne Siegbahn, Jules-Émile Verschaffelt, Léon Brillouin. Segunda fileira: Martin Knudsen, Jean-Baptiste Perrin, Paul Langevin, Owen Willans Richardson, Joseph Larmor, Heike Kamerlingh Onnes, Pieter Zeeman, Maurice de Broglie. Terceira fileira: Albert Abraham Michelson, Pierre Weiss, Marcel Brillouin, Ernest Solvay, Hendrik Antoon Lorentz, Ernest Rutherford, Robert Andrews Millikan, Marie Curie [21].

2.2.1 Algumas publicações de W. J. de Haas

Segue uma pequena lista de publicações de W. de Haas além das já citadas: “Isotérmicas de substâncias diatômicas e de suas misturas binárias. XII. A compressibilidade de vapor de hidrogênio no ponto de

ebulição e abaixo dele” [22]; “O efeito de temperatura e magnetização transversa na resistência de corrente contínua de antimônio cristalizado” [23]; “Outros experimentos sobre o momento angular existente em um ímã” [24]; “Um experimento sobre as correntes moleculares de Maxwell e Ampère” [25]; “Sobre o fenômeno de difração causado por um grande número de fendas irregularmente distribuídas ou partículas opacas” [26]; “Sobre a perturbação magnética da supercondutividade com mercúrio I” [27]; “Novos supercondutores” [28]; “Verificação experimental da teoria da polarização rotatória paramagnética nos cristais de xenotímio” [29]; “Os ensaios de redes monocristalinas” [30]; e “Aumento da resistência magnética em monocristais de bismuto a temperaturas extremamente baixas” [31].

3 Panorama prévio ao experimento

3.1 A influência de Maxwell na concepção das correntes elétricas

Embora isso não fosse uma condição necessária para deduzir a expressão para a sua força eletrodinâmica, André-Marie Ampère, a partir de outros fenômenos, inferiu que os efeitos da interação entre correntes elétricas na sua forma mais elementar daria-se por conta do *movimento de partículas eletricamente carregadas* [2, pp. 465–468]. Ele foi o primeiro cientista a defender de maneira enfática que a corrente elétrica se tratava de um *fluxo de partículas* e que, inclusive, possuíam inércia [32, p. 64].

No entanto, vários cientistas, tal como Michael Faraday (1791 – 1867) e James Clerk Maxwell (1831 – 1879), não compartilhavam da visão de Ampère.

Maxwell acreditava que o elemento de corrente elétrica consistia na propagação de uma *corrente de energia*, e não em um fluxo de matéria. A influência desta concepção foi tão grande que até hoje fala-se de uma “corrente de energia elétrica” nos fios, e não de uma “corrente de partículas elétricas”. Nos parágrafos 568. até 573. do volume 2 de seu livro “Um tratado sobre eletricidade e magnetismo”, Maxwell apontou as consequências físicas para o caso de “[...] se, ao invés de correntes [de energia] elétricas, nós tivermos um fluido incompressível correndo dentro dos fios flexíveis” [33, p. 199]. E, para validar seu ponto de vista, desenvolveu experimentos a fim de tirar a prova das duas hipóteses antagônicas: A corrente elétrica consiste ou não consiste no fluxo de partículas com massa inercial?

No *caput* da página onde se encontra o parágrafo 574 do mesmo livro, o cientista do Reino Unido realiza a seguinte pergunta:

Uma corrente elétrica possui momento real?

Maxwell realiza então três experimentos para defender que a corrente elétrica **não se trataria** de uma corrente de partículas no interior dos objetos.

O primeiro experimento está ilustrado na Figura 3. A fonte de corrente está ligada a um fio vertical que por sua vez está preso a um anteparo em sua parte superior. A parte inferior deste fio suspende uma bobina circular feita de “grande número de espiras” [33, p.201], com seu plano disposto horizontalmente. Para fechar o circuito, um outro fio vertical desce a partir da bobina verticalmente, e mergulha em um copo de mercúrio. Este, por sua vez, está ligado à fonte. Um pequeno espelho vertical é disposto no centro da bobina para detectar qualquer movimento do azimute. Segundo Maxwell, esta configuração,

após compensados os efeitos magnéticos terrestres, deu liberdade para a bobina girar ao redor do eixo vertical que passa pelo seu centro.

Desta maneira,

Agora, deixa-se a corrente passar através da bobina na direção N.L.S.O. [Norte Leste Sul Oeste]. Se eletricidade for um fluido como a água, fluindo ao longo do fio, então, no momento em que se começar a corrente, e contanto que sua velocidade aumente, [...], a bobina deverá girar inicialmente na direção oposta, O.S.L.N, e isso deve ser detectado pelo espelho. Interrompendo-se a corrente haverá um outro movimento do espelho, agora na mesma direção da corrente. [33, pp. 201–202].

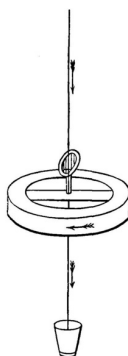


Figura 3: *Esquema do primeiro experimento [33, p. 201].*

Maxwell afirma não observar a variação do momento angular da bobina, que compensaria a mesma variação do suposto fluido elétrico em seu interior. Ou seja, não se observou o movimento esperado caso a corrente elétrica fosse feita do fluxo de partículas (como elétrons) em uma dada direção.

Eliminando uma resistência por atrito ou elasticidade do fio, Maxwell destaca que a ausência de movimento na bobina também poderia se dar caso a corrente de partículas elétricas fosse constituída de duas correntes, uma de eletricidade positiva e outra negativa, fluindo em sentidos opostos — situação a qual chamou de Hipótese de Fechner. Acrescentamos ainda que o momento se conservaria mesmo se as velocidades dos dois fluidos fossem diferentes, basta que a massa efetiva das partículas positivas fosse diferente da massa efetiva das partículas negativas. Porém, Maxwell rejeita esta hipótese afirmando não haver suporte experimental para tal.

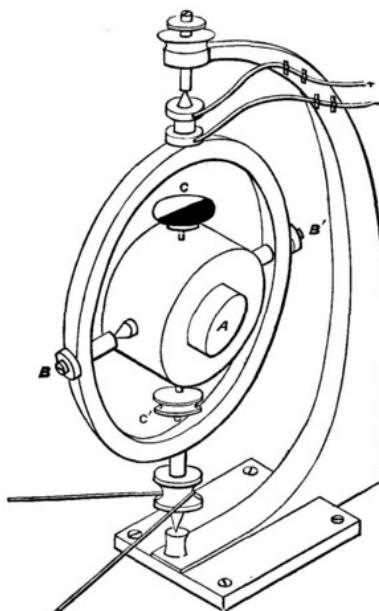


Figura 4: *Esquema do segundo experimento [33, p. 203].*

O segundo experimento investiga os efeitos inerciais de uma corrente constante, usando uma analogia com o giroscópio, Figura 4. O aparato, na sua essência, consiste em um giroscópio dentro de outro. A parte móvel externa tem formato circular e pode girar ao redor do eixo vertical. Na sua extremidade inferior está uma polia que pode ser posta a girar por meio de uma corda. No seu interior encontra-se uma bobina eletromagnética com o núcleo ferroso (A), cujo conjunto pode girar livremente ao redor do eixo horizontal BB' . A bateria tem seus polos ligados na extremidade superior do aparato. Partindo do fio mais abaixo, o circuito segue por B' , atravessa a bobina, segue por B e finalmente se fecha no fio superior.

Uma vez que o conjunto é posto para girar ao redor do eixo vertical, se o eletroímã se comportar com um giroscópio, a estrutura interna ao qual ele está preso se moverá levemente ao redor de BB' , variando o ângulo que o eixo CC' faz com a vertical. Barnett observa que Maxwell,

[...] parece ter sido o primeiro a conceber a ideia de que um ímã deveria se comportar como um giroscópio se suas correntes amperianas fossem realmente materiais [...]. [34, p. 459]

Dado o insucesso da medida, Maxwell concluiu que,

Se, entretanto, um ímã contém matéria [partículas] em rotação rápida, o momento angular desta rotação deve ser pequeníssimo comparados a qualquer quantidade que podemos medir, e assim não temos qualquer evidência dos termos T_{me} [energia cinética da corrente] derivados a partir de sua ação mecânica. [33, p. 205]

Para o terceiro experimento, Maxwell afirmou que se a bobina usada no primeiro experimento fosse posta a girar de repente em torno do eixo vertical, ocasionaria uma força eletromotriz proporcional à aceleração angular. Esta mesma força eletromotriz se anularia quando o movimento ficasse uniforme e se reverteria quando o movimento fosse retardado. O que não foi observado na época.

Assim, por conta dos três resultados negativos obtidos, **Maxwell “provou experimentalmente” que as correntes elétricas não eram constituídas de partículas com inércia!** Maxwell então afirma que apesar de haver vantagem didática nas analogias entre corrente elétrica e uma corrente de fluido material, deve-se tomar cuidado com suposições não garantidas experimentalmente dado que não há evidência que mostrasse a corrente elétrica como uma corrente real de uma substância material.

Da mesma forma, concluiu que os fenômenos da corrente elétrica estariam ligados à transferência do que chamou de “energia eletrocinética” e “momento eletrocinético” [33, pp. 183, 200, 207].

No entanto, embora não se tenha notícia de uma tentativa de reprodução do primeiro experimento citado de Maxwell, vale notar que W. J. de Haas e Geertruida L. de Haas-Lorentz desenvolveram um modelo para o segundo experimento no artigo “Um experimento de Maxwell e as correntes moleculares de Ampère” [25], concluindo que — a partir dos dados positivos de Einstein e de Haas — o resultado da variação do ângulo θ do giroscópio eletromagnético seria da ordem de $\tan \theta = -0,00013$. Um desvio dificilmente perceptível. Igualmente, o terceiro experimento foi reproduzido por Richard Chace Tolman (1881 – 1948) e Thomas Dale Stewart (1890 – 1958), em 1916, com um galvanômetro sensível a pequenas diferenças de potenciais e, diferentemente de Maxwell, obtiveram resultados positivos [35, 36].

3.2 Desdobramentos após Maxwell

Maxwell defendia como base epistemológica para a descrição dos fenômenos naturais uma física que partisse da existência de um meio que, ao apresentar pressões e tensões locais, intermediaria as interações entre dois objetos. Esta dinâmica se desenvolveria tanto nas taxas de variação de potenciais e campos, como nas propriedades do meio contido no espaço livre ou no interior dos objetos, expressas em constantes fundamentais. Além do mais, este meio estaria destituído de inércia. Destacamos que essa concepção estava intimamente ligada à sua forma de ver os fenômenos eletromagnéticos na sua totalidade, inclusive os relativos à luz. Assim, abstraiu a descrição fundamentada em forças entre os elementos interagentes nessa visão. Isto certamente direcionou a interpretação de seus experimentos, pois a “prova experimental” encontrada por Maxwell mostrava seu êxito em “provar” também a inconsistência em se associar uma massa inercial ao elemento fundamental responsável pelo eletromagnetismo. Isto promoveria um desestímulo às pesquisas de efeitos de corrente elétrica e demais fenômenos eletrodinâmicos como originados de forças entre partículas interagentes e obedecendo às leis de Newton. *Da mesma maneira, afetaria negativamente no desenvolvimento das teorias eletrodinâmicas que tinham esta concepção associada, sendo deixadas ao relento.* Por outro lado, dentro da linha filosófica de Maxwell, Oliver Heaviside (1850 – 1925), Joseph Larmor (1857 – 1942) e John Henry Poynting (1852 – 1914), dentre outros físicos, desenvolveram as conexões entre corrente e momento, porém, sem associá-las com transferência de massa ponderável.

No entanto, a questão paradigmática da inércia associada à uma partícula carregada não pôde ser dada como acabada. Dezoito anos depois do falecimento de Maxwell, Joseph John Thomson (1856 – 1940) publicou em 1897 o artigo intitulado “Raios Catódicos” [37]. Neste trabalho, o físico analisou o caso em que se consideraria os “raios catódicos” como um feixe de partículas. Desta maneira, calculou a razão entre a carga de uma destas partículas e sua massa (q_p/m_p), obtendo o mesmo resultado para diferentes gases. Disto concluiu que, “[...] os átomos de diferentes elementos químicos são diferentes conglomerados

de átomos do mesmo tipo” [37, p. 311], chamando-os inicialmente de “átomos primordiais” [37, p. 313]. No mesmo ano, Lorentz apresenta uma teoria fundamentada nesta hipótese: a Teoria dos Elétrons [38]. Segundo Lorentz,

[...] esta teoria geral [de Maxwell], na qual expressamos as propriedades peculiares de diferentes corpos ponderáveis simplesmente atribuindo a cada um deles valores particulares da constante dielétrica ϵ , da condutividade σ e da permeabilidade magnética μ , já não pode mais ser considerada satisfatória quando desejamos obter uma compreensão mais profunda da natureza dos fenômenos. Se queremos entender o modo pelo qual as propriedades elétricas e magnéticas dependem da temperatura, da densidade, da constituição química ou do estado cristalino das substâncias, nós não podemos estar satisfeitos simplesmente atribuindo estes coeficientes à cada substância — cujos valores devem ser experimentalmente determinados — nós somos obrigados a recorrer à alguma hipótese a respeito do mecanismo que está na base dos fenômenos.

É por essa necessidade que se levou à concepção de *elétrons*, i. e., de partículas extremamente pequenas, carregadas com eletricidade, as quais estão presentes em um número imenso em todos os corpos ponderáveis e, por cujas distribuições e movimento, esforçamo-nos em explicar todos os fenômenos elétricos e ópticos que não estão limitados ao éter livre. [39, p. 8]

Esta teoria agrega inúmeros partidários. Assim, uma vez que a luta de paradigmas se dava no fato da corrente elétrica ser composta ou não por partículas se movimentando, não é sem razão que o artigo de Einstein de 1905 — que dá gênese à relatividade restrita — tem por título: “Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento” [40].

E não é coincidência que no mesmo ano Paul Langevin (1872 – 1946) logrou modelar teoricamente a relação de dependência da susceptibilidade magnética de substâncias paramagnéticas com a temperatura, ao assumir a existência de um momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ por conta da circulação dos “elétrons”. Esta relação fora encontrada experimentalmente em 1895 por Pierre Curie (1859 – 1906), e a expressão foi batizada como *lei de Curie-Langevin*.

Igualmente, no ano seguinte, Walter Kaufmann (1871 – 1947) publica o trabalho “sobre a constituição dos elétrons” [41]. E dando sequência à defesa desta concepção, em 1908, Owen Willians Richardson (1879 – 1959) buscou observar durante a magnetização de um cilindro de ferro, a sua rotação como consequência da conservação de momento [42].

Este foi, justamente, o mesmo efeito investigado por A. Einstein e W. de Haas sete anos mais tarde, e que tratamos aqui. Richardson, no entanto, não obteve os resultados positivos alcançados posteriormente pelos diversos experimentadores que se seguiram [43, 7, 25].

Em 1912 A. Schuster desenvolveu pesquisas sobre a origem do magnetismo terrestre [44], sob a mesma visão concebida por A.-M. Ampère: por conta de correntes elétricas no interior da Terra [45].

Ainda, antes de 1915, Samuel Jackson Barnett (1873 – 1957) em um pequeno artigo de uma página, em 1909, supõe que toda substância magnética deve tornar-se magnetizada pelo desenvolvimento de uma velocidade angular [46]. Assim, ele procurava o efeito oposto ao investigado por Richardson. Ao não obter resultado satisfatório, Barnett explica que naquela ocasião utilizou um equipamento que não fora desenvolvido para o experimento em questão e que posteriormente investigaria cuidadosamente sua hipótese.

Em dezembro de 1914, Barnett descreveu à *American Physical Society* uma série de experimentos feitos naquele ano sobre a magnetização de uma grande haste de aço por rotação [43], sendo publicados somente em 1915, após os trabalhos de Einstein e de Haas sobre as correntes moleculares de Ampère. Os dois cientistas não deixaram este fato em branco:

Nosso colega [Arnold] Berliner [1862 – 1942] recentemente nos enviou duas notas de S. J. Barnett que foram publicadas em 30 julho de 1915 e 1 de outubro de 1915 [...].

Barnett começou seus experimentos há seis anos atrás e agora diz que resultados positivos foram alcançados. [...] Experimentalmente esse problema [a magnetização de uma haste de ferro por repentinas rotações] é incomparavelmente mais difícil que aquele empreendido por nós, que é verificar o momento angular que ocorre devido a uma mudança na magnetização. Os nossos experimentos e os do Sr. Barnett se completam de uma maneira gratificante. [47, p. 111]

Por fim, Heik Kamerlingh Onnes (1853 – 1926), prêmio Nobel de Física de 1913, tem seu trabalho divulgado sob a seguinte nota editorial publicada na *Nature* em 1914: “Demonstração experimental de uma corrente molecular de Ampère em um condutor quase perfeito” [48]. Assim, embora ligada à tradição de Maxwell, a concepção da corrente elétrica se dar por conta de correntes materiais voltava a ter força.

4 As Hipóteses iniciais e o experimento

4.1 Ampère e as correntes moleculares

Em 1822 André-Marie Ampère terminou por desenvolver as bases fundamentais sobre as quais instituiu a identidade entre os fenômenos puramente magnéticos — descritos por Augustin Coulomb (1738 – 1806) como a interação entre duas “partículas magnéticas” (ou dois polos) ao longo da reta que os une — os efeitos eletromagnéticos — descoberto por Hans Christian Ørsted (1777 – 1851) e descritos por Jean-Baptist Biot (1774 – 1862) como a interação entre um segmento de um fio com corrente elétrica e um polo, com direção perpendicular à reta que os une — e os efeitos eletrodinâmicos — descobertos pelo próprio Ampère, o qual cunhou o termo “eletrodinâmica”, e os descreveu como a interação entre dois elementos de corrente ao longo da reta que os une. Em 1826 Ampère explicou que,

Na Suécia, na Alemanha e na Inglaterra, acreditou-se poder explicá-los apenas pelo fato da ação mútua entre dois ímãs, tal como Coulomb havia determinado. As experiências que nos fornecem os movimentos de rotações contínuas estão em contradição manifesta com essa ideia. Na França, os que não adotaram a minha teoria são obrigados a considerar os três gêneros de ação, que reduzi a uma lei comum, como três tipos de fenômenos absolutamente distintos entre si. [...] Além disso, embora o Sr. Biot tenha denominado por força elementar aquela [força] cujo valor ele determinou para o caso em que um elemento de fio condutor age sobre cada uma das partículas magnéticas, está claro que não se podem considerar verdadeiramente elementares, nem uma força que se manifesta na ação entre dois elementos que não são da mesma natureza, nem uma força que não age ao longo da reta que une os dois elementos. [2, p. 454]

Para ele, os três fenômenos são originados da mesma interação eletrodinâmica elementar que “tomando-a como ponto de partida, demonstrei que se podem deduzir, por um cálculo puramente matemático, os valores das outras forças, tais como são dadas pela experiência” [2, p. 460]. Vale a pena destacar que Ampère entendia que sua força também não era “verdadeiramente elementar”, ele sabia que ela deveria se reduzir a uma força entre partículas em movimento [2, pp. 466–468]. Lembrando que a palavra “molecular” significa “a menor estrutura possível” constituinte da estrutura macroscópica — não confundir com a definição química contemporânea de “molécula” — o criador da teoria eletrodinâmica defendeu que a magnetização dos materiais se daria por conta do alinhamento de correntes circulares de tamanho “molecular” [2, pp. 111–117]. E de sua força entre elementos de corrente, mostrou que o dipolo magnético coulombiano ($\vec{\mu}$) teria o seguinte equivalente eletrodinâmico:

$$\vec{\mu} = iS\hat{n},$$

onde $\hat{n}$ é o vetor unitário normal à superfície S , que por sua vez está envolvida pela corrente i .

4.2 O modelo de Einstein e de Haas

A ideia de Ampère das correntes moleculares, foi a motivação por detrás do arranjo experimental adotado por Einstein e W. de Haas. O experimento desenvolvido em parceria consiste em uma barra de ferro pendurada por um fio fino no interior de um solenoide, Figura 5 (a).

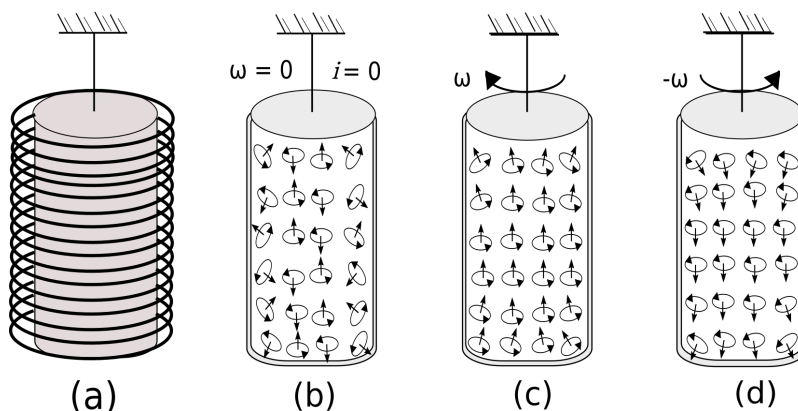


Figura 5: Esquema do raciocínio experimental. Em (a) uma barra de ferro está suspensa por um fio fino no interior de um solenoide. Em (b) as “correntes moleculares” estão dispersas dentro de uma barra de ferro (a seta perpendicular indica o momento magnético) e não há corrente no solenoide. Em (c), quando as correntes moleculares são alinhadas pela ação da corrente externa no solenoide, o sistema responde desenvolvendo uma dada velocidade angular. Em (d) quando as correntes moleculares são alinhadas no sentido contrário, o sistema responde desenvolvendo uma velocidade angular no sentido contrário.

Ao ligar o solenoide — momento em que uma corrente passa pela bobina — a barra gira levemente em torno de seu eixo. Este fenômeno é atribuído à conservação do momento angular do sistema, onde o momento angular da barra como um todo responde à variação do momento angular atrelado às “correntes moleculares” ou “correntes elementares” que se alinham ao responder à ação do solenóide. Este método,

segundo a carta citada de Einstein, foi decisivo para fornecer a “firme prova experimental das correntes moleculares de Ampère” [17, p. 87]. Cabe ressaltar que apesar desta configuração experimental ser bem mais simples do que os experimentos vistos na seção anterior, não encontramos nenhuma informação de que Maxwell possa tê-la desenvolvido.

Assumindo um sistema de partículas orbitando ao redor de um centro de massa teríamos que o momento angular total do “circuito molecular” seria:

$$\vec{l} = I_{(t)} \vec{\omega}_{(t)} ,$$

onde $I_{(t)}$ e $\omega_{(t)}$ são respectivamente o momento de inércia e a velocidade angular em um dado instante t .

Assumindo agora outra hipótese não correlacionada, Einstein usa a “Teoria dos Elétrons” de Lorentz para justificar a origem das correntes moleculares, onde,

De acordo com a teoria dos elétrons [de Lorentz], mecanicamente, toda molécula para- e ferromagnética é uma corrente circular cujo eixo coincide com o eixo [de seu momento] magnético. [56, p. 89]

Einstein também tinha conhecimento do artigo “Sobre a constituição de átomos e moléculas” publicado em 1913 [54] por Niels Henrik David Bohr (1885 – 1962) a respeito do modelo planetário atômico, isto pôde ter igualmente motivado a execução deste experimento. Sendo assim, Einstein modelou a “corrente molecular” como uma partícula fundamental de carga e e massa m_e , orbitando ao redor de um centro, Figura 6.

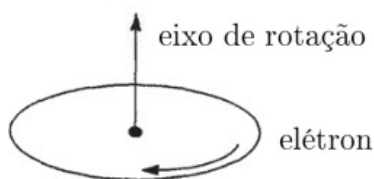


Figura 6: Reprodução de um esboço de Einstein feito em uma carta explicando o experimento [17, p. 87].

Desta forma, o momento angular de translação da partícula elementar ficaria:

$$\begin{aligned} \vec{l}_e &= m_e r_T^2 \vec{\omega}_T = \\ &= m_e r_T^2 (2\pi f_T) \hat{n} = \\ &= 2m_e f_T S_T \hat{n} . \end{aligned}$$

Onde r_T , ω_T , f_T e S_T são, respectivamente, o raio, a velocidade angular, a frequência e a superfície de translação.

Igualmente, pela equação do momento de dipolo de Ampère, ao assumir o valor de i igual à dq/dt , Einstein e W. de Haas calcularam que ao completar uma volta:

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_e &= \frac{dq}{dt} S_T \hat{n} = \\ &= \frac{e}{T} S_T \hat{n} = \\ &= e f_T S_T \hat{n} . \end{aligned}$$

Continuando, desenvolveram o seguinte cálculo para a proporção entre o momento angular total da barra de ferro ($\vec{L}$) e o momento magnético total ($\vec{M}$):

$$\begin{aligned}\vec{L}/\vec{M} &= \frac{\sum^N \vec{l}_e / \sum^N \vec{\mu}_e}{\sum^N l_e / \sum^N \mu_e} \Rightarrow \\ L/M &= \frac{\sum^N l_e / \sum^N \mu_e}{\sum^N l_e / \sum^N \mu_e} = \\ &= N \cdot (2m_e f_T S_T) / N \cdot (e f_T S_T) = \\ &= 2m_e / e .\end{aligned}$$

Assim defini-se:

$$\lambda \equiv \frac{L}{M} = \frac{2m_e}{e} .$$

Por fim, somou-se a hipótese de que as partículas encontradas por Thomson seriam também as mesmas partículas cujo momento de translação deveria ser responsável pelo momento magnético “molecular” de forma que,

$$\frac{e}{m_e} = \frac{q_p}{m_p} .$$

O valor da razão q_p/m_p encontrada em 1897, no sistema CGS de unidades eletromagnéticas, foi igual a $1,7 \cdot 10^7$ [53]. Este valor também foi usado por Barnett [34], e Bohr no seu célebre artigo. O valor considerado atualmente no SI é igual a $1,758820088(39) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ [55].

Assim, uma vez que se assumiu as partículas encontradas por Thomson como os elétrons da teoria de Lorentz, os dois cientistas previram que o resultado a se encontrar experimentalmente para λ seria:

$$\lambda_p = 2 \cdot \frac{m_p}{q_p} = \frac{1}{\gamma_p} = 1,2 \cdot 10^{-7} .$$

O valor de γ_p é denominado atualmente como *razão giromagnética clássica* do elétron.

5 A revisão do resultado e o *Spin* do elétron

Qualitativamente o experimento foi um sucesso. A barra de ferro introduzida no interior do solenoide apresentou uma variação de sua velocidade angular ao ser magnetizada. Do ponto de vista quantitativo, Einstein e de Haas também anunciaram o sucesso nos experimentos. Apontado o valor obtido como $\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7}$ e um erro de aproximadamente 10 %.

No entanto, ao escrever à Geertruida de Hass, Einstein afirma:

Eu calculei um novo método para construir a curva [de dados experimentais], o qual seu querido marido registrou de uma forma particularmente meticulosa. Embora seja usado aqui a linearidade do termo de normalização, a legitimidade do procedimento está provado com base na curva. É estranho que pequenos deslocamentos apareçam sistematicamente incorretos; E não consigo dar nenhuma explicação para isso. [57, p.86]

Como veremos na tradução a seguir, estas anomalias foram descartadas de maneira a fazer com que o valor experimental concordasse com o valor teórico esperado.

Porém, diversos estudos posteriores realizados por outros pesquisadores — tal como John Quincy Stewart (1894 – 1972) , “Sobre o momento angular acompanhando o momento magnético no ferro e níquel” [58]; Emil Beck (1881 – 1965), “Para a prova experimental das correntes de Ampère” [59]; e Gustaf Arvidsson, “Um estudo sobre as correntes moleculares de Ampère de acordo com o método de A. Einstein e W. J. de Haas” [60] — mostraram inequivocamente o valor experimental igual a $\lambda = 0,57 \cdot 10^{-7}$, ou seja,

$$\frac{l_e}{\mu_e} \approx \frac{1}{2} \frac{l_p}{\mu_p} .$$

Em uma carta de 1919 a Paul Ehrenfest (1880 – 1933), Einstein comenta o resultado de Beck:

Um experimentador muito habilidoso em Zurique (Dr. Beck) encontrou o efeito giromagnético medido por mim e De Haas apenas a metade do valor que a teoria prevê. Aquele homem definitivamente tem de ser levado a sério. As medidas deveriam ser repetidas a fim de esclarecer ou decidir a questão. [61]

Este resultados levaram Alfred Landé (1888 – 1976), em 1922, a introduzir um fator de proporcionalidade *ad hoc* à expressão de Einstein para o cálculo do momento de dipolo das correntes moleculares e, assim, coincidir com o resultado experimental:

$$\frac{\mu_e}{l_e} = g_e \gamma_p .$$

O termo g_e é conhecido atualmente como *fator de Landé*.

É importante notar que a insistência dos resultados experimentais serem quantitativamente discrepantes do resultado esperado teoricamente, não refuta a hipótese da existência das correntes moleculares — afinal, foi constatada a variação de momento angular — mas põe em dúvida as demais hipóteses tomadas como certas em cada passo do cálculo tais como:

- O momento de inércia da corrente responsável pela magnetização é realmente $I_e = m_e r^2$?
- O valor do módulo do versor normal do momento angular total seria o mesmo do momento de dipolo?
- As superfícies admitidas para o momento angular total e o momento magnético teriam o mesmo valor?
- As frequências admitidas para o momento angular total e o momento magnético teriam o mesmo valor?
- Existiriam partículas mais elementares na barra de ferro com uma proporção $m'_e/q'_e \neq m_p/q_p$?

Todos estes pontos na verdade indicam uma coisa: A *corrente molecular* de Ampère, não seria por conta do movimento de traslação da partícula encontrada por Thomson, que por sua vez, possivelmente, teria uma estrutura interna.

Mas esta conclusão era extremamente difícil de se aceitar. Dada as forças e tipos de interações admitidas pela teoria dos elétrons de Lorentz, somente uma partícula que não possuísse estrutura interna, uma *partícula fundamental*, manteria de maneira definitiva uma carga elétrica diferente de zero e, ao mesmo tempo, seria estável. Neste modelo não havia uma maneira de se manter estavelmente agregado um conjunto de partículas fundamentais de mesma carga.

Disto, os partidários da teoria de Lorentz, tal como Einstein, de Haas, Barnett e Bohr, definiram os “átomos primordiais” encontrados experimentalmente por Thomson em 1897, como as partículas elementares desta teoria, denominadas por “elétrons”. Daí a atribuição a J. J. Thomson a “descoberta dos elétrons”, embora ele não tenha usado esse termo.

Assim, a comunidade científica abandonou por completo a defesa que a magnetização elementar dos materiais se dava por correntes elementares! *Postulou-se então que o momento angular seria uma qualidade intrínseca à partícula* e que sua constatação não estava associada de nenhuma maneira com um movimento mecânico. Assim originou-se o conceito do *spin* do elétron.³

No entanto, Einstein não desejava nem admitir uma estrutura interna para partícula de Thomson e nem admitir o conceito do *spin* como um momento angular intrínseco sem causa mecânica. Admitir que g_e poderia possuir um valor diferente de 1, era o mesmo que assumir uma das duas hipóteses. De maneira que a falta de outra explicação para o resultado discrepante, fez com que Einstein e de Haas cometessem

[...] um erro clássico de seletividade excessiva. [...] Einstein, convencido que o valor “certo” havia de ser 1, decidiu que 1,02 era o “melhor” valor e descartou o outro valor - e somente o “melhor” valor foi reportado à *Physical Society*. Até mesmo seis anos depois, após várias repetições do experimento terem estabelecido o valor 2 fora de qualquer dúvida razoável, **Einstein teimosamente persistiu em sua crença que a razão giromagnética [na verdade, o fator de Landé] fosse 1.** [63, Ênfase e entre colchetes nossos, p. 214]

Possivelmente este foi um dos assuntos que contribuiu para que Einstein não fosse afim de determinados postulados da mecânica quântica [65].

6 Considerações Finais

Observamos dois eventos experimentais importantes na história da física no que diz respeito à concepção eletrodinâmica. O primeiro foi o esforço experimental de Maxwell para defender que as partículas fundamentais da interação eletrodinâmica não possuíam inércia. O segundo, foi a obtenção por Einstein de um fenômeno inercial (a conservação de momento angular) em um experimento eletromagnético. No entanto, sua base teórica o fez desconsiderar os resultados quantitativos sistemáticos, enveredando os valores obtidos para o que esperava teoricamente. Por outro lado, a confirmação do resultado inesperado não fez com que a comunidade científica revisasse as bases teóricas, mas adicionou-se um outro elemento teórico complementar: a existência do momento angular intrínseco e o *spin eletrônico*.

Dada a relação entre teoria, experimento e experimentador, entendemos que o estudo desenvolvido aqui reforça a observação de Kunh a esse respeito:

³O resultado do experimento de Stern-Gerlach, de fato, trata da *quantização* deste spin [62].

Imediatamente outro estereótipo forçado pelos livros-texto é posto em questão [quando consideramos os resultados que os cientistas obtêm quando fazem medições]. Nos livros-texto, os números que resultam da medição aparecem geralmente como os arquétipos dos “fatos irredutíveis e teimosos” aos quais o cientista deve, pela luta, fazer suas teorias estarem conformes. Mas, na prática científica, como vista através da literatura periódica, o cientista frequentemente parece um tanto estar lutando com os fatos, tentando forçá-los em conformidade com uma teoria que ele não duvida. [64, p.171]

Observa-se com bastante ênfase neste trabalho o quanto as convicções epistemológicas direcionam a interpretação dos dados experimentais.

Igualmente reforça-se que a leitura de artigos clássicos originais, sua tradução, análise e contextualização, englobam um método válido para o estudo da história da física e seus conceitos.

Por fim, sabe-se que a forma como os livros didáticos apresentam as teorias têm por objetivo fazer com que se absorva da maneira mais ótima possível os conceitos e teorias consagradas no paradigma, “uma síntese do que a comunidade científica contemporânea acredita saber, e do principal uso para o qual aquele conhecimento pode ser colocado” [64, p.167]. Por isso, para se ter uma educação científica mais completa, inclusive com o desenvolvimento da crítica responsável à ciência, acreditamos que não deva ser descartada do ambiente de aprendizagem a leitura de textos originais contextualizados. Igualmente esperamos que nosso trabalho contribua nesse sentido.

7 Tradução

Grandeza	Original	Tradução
Momento de dipolo magnético	$\mathfrak{m}$	$\vec{\mu}$
Área	F	S
Frequência	n	f
Massa do elétron	m	m_e
Momento angular da partícula	$\mathfrak{M}$	$\vec{l}$
Momento angular total do sistema	$\Sigma \mathfrak{M}$	$\Sigma \vec{l} = \vec{L}$
Magnetização	I	$\Sigma \vec{\mu} = \vec{M}$
Torque	θ	$\vec{\tau}$
Valor de saturação da magnetização	I_s	$\vec{M}_s$
Momento de inércia	Q	I
Massa do cilindro	M	m_c
Ângulo	α	θ
Amplitude	$ \alpha $	$ \theta $
Amplitude máxima	$ \alpha _m$	$ \theta _m$

Tabela 1: Símbolos trocados do original nesta tradução.

Segue a tradução do artigo de A. Einstein e W.J. de Hass “*Experimental proof of the existence of Ampère’s molecular currents*”.

Os nomes próprios em caixa alta, o padrão de título das seções, a numeração das equações, o padrão de rótulo das figuras e posição em relação ao texto, assim como a numeração delas, mantivemos como no original.

Denominamos por notas do autor como [N. A. *b*] onde *b* é o número da nota no texto original. Estas notas e as dos tradutores [N. T.] estarão sob a a mesma contagem, terão seu número de referência entre parênteses, iniciada a partir do número (1). As palavras entre colchetes são dos tradutores. Também indicamos entre colchetes o ponto de início de cada página no original.

O sistema de unidades utilizado é sempre o CGS. Muitos dos valores apresentados não vieram acompanhados do símbolo de suas respectivas unidades. Preferiu-se manter assim. Também, no original, algumas unidades vêm por extenso. Adotamos a regra gramatical atual onde o símbolo de uma unidade de medida deve ser escrito maiúsculo se derivado de um nome próprio, mas seu nome por extenso deve ser escrito em minúsculo, tal como *G* (gauss) e *A* (ampere).

Nas equações, introduzimos a notação vetorial moderna. Igualmente, para se identificar melhor as grandezas físicas envolvidas, trocamos algumas notações originais por símbolos atuais, conforme Tabela 1.

[pág. 696]

Física. - “*Prova experimental da existência das correntes moleculares de Ampère.*” Pelo Prof. A. Einstein e Dr. W. J. de Haas.

(Comunicado pelo Prof. H. A. Lorentz),

(Comunicado na reunião de 23 de abril de 1915).

No tempo em que foi descoberto por OERSTED que as [inter]ações magnéticas não são exercidas somente por ímãs permanentes, mas também por correntes elétricas, pareceu existir duas maneiras inteiramente diferentes com as quais um campo magnético pode ser produzido. Essa concepção, no entanto, dificilmente seria considerada como satisfatória e os físicos logo tentaram atribuir às duas ações uma mesma causa.⁽¹⁾ AMPÈRE logrou fazê-lo por sua célebre hipótese das correntes circulando em volta das moléculas sem encontrar qualquer resistência [elétrica].

⁽¹⁾[N. T.] Quando os autores afirmam “os físicos logo tentaram atribuir às duas ações a uma mesma causa”, dá-se a entender que a comunidade científica da época organizou um esforço coletivo para atingir este objetivo, e isto não foi verdade. De fato, diversos cientistas associavam causas diferentes para modelar as ações. Por exemplo, até falecer, Ørsted defendeu que o eletromagnetismo era decorrente de uma interação de um polo (real) magnético com o que denominou por “conflito elétrico”. O mesmo aconteceu com Biot e Savart, que defendiam que a corrente elétrica alterava distribuição de polos magnéticos reais no interior do fio, que por sua vez interagiriam com os polos do ímã. Igualmente, Faraday defendeu que a interação fundamental consistia no movimento circular de um polo magnético ao redor de uma corrente voltaica. E todos estes cientistas afirmavam que a interação entre ímãs era a interação, mediada ou não, entre *polos reais*. Ampère foi o *único* que estudou a fundo estes fenômenos a fim de lhes atribuir a mesma causa: a interação entre correntes elétricas. E sua teoria não foi recebida pacificamente. Foi combatida desde sua gênese. Para mais detalhes, ler [2] ou [52].

A mesma suposição é feita na teoria dos elétrons, na forma desenvolvida, por exemplo, por H. A. LORENTZ,⁽²⁾ com a única diferença que, como as correntes elétricas em geral, as correntes moleculares são agora consideradas uma circulação de cargas elementares ou elétrons.

Não se pode negar que esses pontos de vista suscitam algumas objeções. Uma delas é ainda mais grave que era nos dias de AMPÈRE; é difícil conceber uma circulação de eletricidade livre de toda resistência e, conseqüentemente, continuar para sempre. De fato, de acordo com as equações de MAXWELL, os elétrons circulando perderiam sua energia por radiação; portanto, as moléculas⁽³⁾ de um corpo magnético perderiam gradualmente seus momentos magnéticos.⁽⁴⁾ Nada do tipo tendo já sido observado, a hipótese parece ser incompatível com uma validade geral das leis do eletromagnetismo.

Mais uma vez, a lei de CURIE-LANGEVIN requer que o momento magnético de uma molécula deve ser independente da temperatura e ainda deve existir no zero absoluto. A energia do elétron giratório seria, portanto, uma verdadeira energia do ponto zero. Na opinião de muitos físicos, no entanto, a existência de uma energia desse tipo é bastante improvável.⁽⁵⁾

Parece, por essas observações, que, afinal de contas, há tanto a ser dito a favor da hipótese de AMPÈRE como contra ela e que a questão diz respeito a importantes princípios físicos. Nós, portanto, fizemos os experimentos a serem aqui descritos, pelos quais fomos capazes de mostrar que o momento magnético de uma molécula de ferro é realmente devido a uma circulação de elétrons.⁽⁶⁾

A possibilidade de uma prova experimental encontra-se no fato de que todo elétron negativo⁽⁷⁾ circulando em um percurso fechado tem um momento angular

[pág. 697]

⁽²⁾[N. T.] Como citado, ao contrário da tradição de Maxwell, a teoria de Lorentz era uma das que defendiam a corrente elétrica como a circulação de partículas.

⁽³⁾[N. T.] Como visto antes, nota-se que aqui o significado de molécula se refere “à menor estrutura complexa”, e não à *molécula química* que denominamos atualmente.

⁽⁴⁾[N. T.] Optamos por traduzir o termo original *magnetic moment* como “momento magnético”, apesar do termo técnico atual ser “momento de dipolo magnético”.

⁽⁵⁾[N. T.] Os autores confrontam as críticas segundo a teoria de Maxwell com os recentes experimentos e modelos *ad hoc*. Sendo assim, optam por admitir a possibilidade do movimento circular do elétron pela via heurística, tal como o recém elaborado modelo atômico de Bohr de 1913, o qual postulava que o elétron poderia girar em determinadas órbitas estacionárias sem irradiar energia e, portanto, sem colapsar. Por outro lado, percebe-se o desconhecimento por parte de Einstein e W. de Haas da existência de uma base teórica prévia para esta suposição, o modelo planetário de Wilhelm Eduard Weber (1804 – 1891), o qual descrevera uma molécula (átomo) estável com um núcleo de carga positiva e uma eletrosfera de carga negativa, partindo exclusivamente das interações descritas na sua força eletrodinâmica [66]. Entre outros aspectos, a teoria de Weber era fortemente baseada na ideia da corrente elétrica como um fluxo de partículas, e, como vimos, este modelo foi combatido *experimentalmente* por Maxwell.

⁽⁶⁾[N. T.] Na verdade, o que foi medido foi a variação do momento angular, o que sugere a existência de uma rotação eletrodinâmica de partículas com inércia. A conclusão de que esta rotação é dada pelas partículas assumidas como “elétrons” se dá, neste artigo, somente no momento em que se detecta a concordância entre o resultado experimental e o cálculo teórico.

⁽⁷⁾[N. T.] Até então o nome “elétron” era dado para a partícula elementar com carga diferente de zero, seja positiva ou negativa. Daí utilizar o termo “elétron negativo” sem ser redundante. Lembra-se que o experimento de espalhamento realizado por Ernest Rutherford (1871 – 1937) foi em 1917. Só após este resultado é que se iniciou a construção do modelo atômico, onde o núcleo do átomo sempre seria de uma partícula massiva de carga elementar positiva, o próton, circundado sempre por partículas de carga elementar negativa, o elétron. Mesmo assim, em 1924, Robert Andrews Millikan (1868 – 1953), defende a manutenção do nome “elétron” para qualquer partícula com carga elementar, seja esta carga positiva ou negativa [67].

na direção oposta ao vetor que representa seu momento magnético, de que a razão entre os dois momentos tem um valor definido que é independente das dimensões geométricas e do tempo de circulação. A molécula magnética se comporta como um giroscópio cujo eixo coincide com a direção da magnetização.⁽⁸⁾ Toda mudança do estado magnético envolve uma alteração da orientação do giroscópio e do momento angular dos elementos magnéticos. Em virtude da lei de conservação do momento angular, a mudança do momento angular “magnético” deve ser compensada por uma mudança igual e oposta no momento angular da matéria ponderável. A magnetização de um corpo deve, portanto, dar origem a um torque, que faz o corpo girar.⁽⁹⁾

§1. *Momento magnético e momento angular de uma molécula.*

O momento magnético de uma corrente de intensidade i que flui ao longo de um círculo de área S é dado pela fórmula⁽¹⁰⁾

$$\vec{\mu} = iS\hat{n},$$

ou, se a corrente consiste em um elétron circulando f vezes por segundo, por

$$\vec{\mu} = feS\hat{n}. \quad (1)$$

Ele pode ser representado por um vetor perpendicular ao plano do círculo, com a direção positiva deste vetor correspondendo, na maneira usual, à direção positiva da corrente.⁽¹¹⁾

O momento angular é

$$\vec{l} = 2m_e f S \hat{n}, \quad (2)$$

se deixarmos coincidir sua direção positiva com o do momento magnético.

Assim:

$$\vec{l} = \frac{2m_e}{e} \vec{\mu}. \quad (3)$$

Para um corpo no qual um certo número de elétrons estão circulando, isso se torna

$$\vec{L} = \frac{2m_e}{e} \sum \vec{\mu},$$

ou, se denotarmos a magnetização⁽¹²⁾ por $\vec{M}$

⁽⁸⁾[N. T.] Nos parece que, nesta frase, há um erro tipográfico no original. Lá lê-se o termo *wich* — uma variação do inglês antigo para *wick* (morada, cidade) [68]. Acreditamos que o termo correto é *which*, que dá pleno sentido à oração.

⁽⁹⁾[N. A. 1] Este artigo se encaminhava para imprimir quando soubemos que O. W. RICHARDSON (Phys. Ver. Vol. 26, 1908 p. 248) já procurara pelo efeito em questão, sem, contudo, obter um resultado positivo.

⁽¹⁰⁾[N. T.] Seguindo a notação vetorial moderna, introduzimos o vetor unitário $\hat{n}$, que tem sua direção perpendicular ao plano da rotação, e seu sentido positivo determinado pela regra da mão direita.

⁽¹¹⁾[N. T.] A direção positiva da corrente foi estabelecida por Ampère em 1820, ao afirmar que “[...] nomearemos *direção da corrente elétrica* aquela que segue o hidrogênio e as bases dos sais, quando a água ou uma substância salina fizer parte do circuito e for decomposta pela corrente [...]” [2, p. 305].

⁽¹²⁾[N. T.] Atualmente, “A magnetização $\mathbf{M}$ é, por definição, o momento de dipolo magnético por unidade de volume” [69, p. 233]. Neste texto, a magnetização é a resultante do momento de dipolo magnético do objeto macroscópico.

[pág. 698]

$$\vec{L} = \frac{2m_e}{e} \vec{M}. \quad (4)$$

§2. Consequência da existência de um momento angular magnético.

Qualquer mudança do momento angular $\vec{L}$ de um corpo magnetizado dá origem a um torque $\vec{\tau}$ determinado pela equação vetorial

$$\vec{\tau} = - \sum \frac{d\vec{l}}{dt} = 1,13 \cdot 10^{-7} \frac{d\vec{M}}{dt}, \quad (5)$$

onde o coeficiente numérico foi deduzido do valor conhecido de $\frac{e}{m_e}$ para o elétron negativo.

Tem sido nosso objetivo verificar a relação expressa por (5). Nós iremos mostrar primeiramente que o efeito calculado não é muito pequeno para ser observado. Seja o corpo um cilindro de ferro de raio R , o qual pode girar em volta de seu eixo vertical. Iremos deduzir a partir de (5) a velocidade angular ω que o cilindro adquire pela reversão de uma magnetização longitudinal, que supomos ter o valor de saturação $\vec{M}_s$. Denotando por I o momento de inércia do cilindro e escrevendo λ para o coeficiente acima $1,13 \cdot 10^{-7}$, encontramos

$$I\omega\hat{n} = \int \vec{\tau} dt = 2\lambda\vec{M}_s.$$

Agora, se o valor para a saturação de magnetização por cm^3 é igual a 1000 — o que não é uma estimativa elevada — temos que $M_s = \frac{m_c}{7,8} \cdot 1000$. O momento de inércia é $I = \frac{1}{2} m_c R^2$, e, [assim], encontramos para $R = 0,1 \text{ cm}$

$$\omega = 0,6 \cdot 10^{-2},$$

uma velocidade angular facilmente observável.

§3. Descrição do método.

À primeira vista, parece que a equação (5) pode ser testada da seguinte maneira. Um cilindro C de ferro macio é suspenso por um fino fio D coincidindo com o prolongamento do eixo do cilindro e o período das oscilações de torção sendo uns poucos segundos. Seja o cilindro C rodeado por uma bobina K , cujo eixo coincide com o de C . Em seguida, revertendo a corrente em K , uma rotação em C deve ser observada. Na realidade, no entanto, este simples método não pode ser considerado. Como o campo da bobina não será uniforme, o cilindro provavelmente pode apresentar movimentos altamente irregulares, mascarando completamente o efeito procurado.

[pág. 699]

Melhores resultados são obtidos se o efeito é ampliado por ressonância. Com essa finalidade, uma corrente alternada tendo a mesma ou quase a mesma frequência de oscilação de C em torno do fio D é posta para fluir através da bobina.

Para as oscilações de C sobre o eixo vertical, sob a influência do torque $\vec{\tau}$, temos a equação

$$\vec{\tau} = (I\ddot{\theta} + \Theta\dot{\theta} + P\theta)\hat{z} \quad (6)$$

em que o ângulo θ , o desvio em relação à posição de equilíbrio, é considerado positivo na mesma direção daquela da corrente nas espiras. I é o momento de inércia, Θ a constante de torção do fio e P uma pequena constante de atrito. Ao invés de Θ e P , introduziremos duas novas constantes

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\Theta}{I}}, \quad \varkappa = \frac{P}{2I}. \quad (7)$$

A primeira delas é 2π vezes a frequência livre, como seria na ausência de atrito, ao passo que $\varkappa$ é a constante de amortecimento. De fato, a oscilação livre (a equação pela qual é deduzida a partir de (6), colocando $\vec{\tau} = 0$) é dada por

$$\theta = Ce^{-\varkappa t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \varkappa^2}t + p).$$

A equação diferencial (6) é facilmente resolvida se desenvolvermos $\vec{\tau}$ como uma função de t em uma série de FOURIER. Agora, de acordo com (5), $\vec{\tau}$ tem a mesma fase que $\frac{d\vec{M}}{dt}$. Assim, se a magnetização fosse proporcional à corrente, poderíamos representar diretamente $\vec{\tau}$ como uma função harmônica cuja fase seria $\frac{1}{4}\pi$ à frente daquela da corrente i na bobina. A proporcionalidade irá, no entanto, manter-se somente para pequenas intensidades. Se a amplitude de i é aumentada de modo que a magnetização se aproxime da saturação, a curva de magnetização toma uma forma diferente. Finalmente, para amplitudes muito grandes de i , a magnetização irá repentinamente passar de um valor de saturação para outro oposto, simultaneamente (exceto para uma pequena diferença de fase) com a mudança de direção da corrente. Agora, para este caso limite, o cálculo será feito.

O torque agindo no cilindro pode ser representado pela fig. 1, na qual a senoidal se refere à corrente i .⁽¹³⁾

[pág. 700]

⁽¹³⁾[N. A. 2] A curva com os picos acentuados representa o valor de $\frac{d\vec{M}}{dt}$, ao qual o torque $\vec{\tau}$ é proporcional. Ele foi obtido do seguinte modo. O cilindro de ferro, que tem sua posição correta ao longo do eixo da bobina K , foi rodeado por um estreito tubo de vidro coberto pelas espiras e, imediatamente ao lado do tubo, outro semelhante, igual e coberto da mesma maneira foi colocado. As espiras dos dois tubos foram conectadas de tal maneira que uma corrente passando através deles flui em volta dos tubos em direções opostas.

Nessas circunstâncias, a corrente induzida nas espiras é exatamente proporcional a $\frac{d\vec{M}}{dt}$, a ação desmagnetizante dos polos da barra de ferro sendo eliminada, bem como a indução devido ao campo da bobina K . O gráfico da corrente induzida e, portanto, para $\frac{d\vec{M}}{dt}$ ou $\vec{\tau}$ foi obtido por meio de um oscilógrafo da SIEMENS AND HALSKE. A alternância da corrente i , representada pela senoide, foi registrada da mesma maneira.



Fig. 1.

Cada pico acentuado corresponde a uma reversão da magnetização e temos cada uma delas

$$\int \vec{\tau} dt = \pm 2\lambda \vec{M}_s. \quad (8)$$

Seja a origem $t = 0$ coincidente com um ponto na fig. 1, onde a corrente passe da direção negativo para a positiva. Então, podemos escrever

$$i = A \sin \omega t, \quad (9)$$

e $\vec{\tau}$ pode ser desenvolvido em uma série

$$\vec{\tau} = \left(\sum_{n=1}^{n=\infty} B \cos n\omega t \right) \hat{z}. \quad (10)$$

Desta série, somente o primeiro termo precisa ser considerado aqui. Como o efeito correspondendo a este é o único que é multiplicado pela ressonância, consequentemente os outros termos não têm influência sensível no movimento do cilindro. Agora, multiplicando (10) por $\cos \omega t$ e integrando em um período completo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ encontramos

$$\int_{-\frac{\pi}{2\omega}}^{+\frac{3\pi}{2\omega}} \vec{\tau} \cos \omega t dt = \left(\frac{\pi}{\omega} B_1 \right) \hat{z}.$$

No lado esquerdo, $\vec{\tau}$ é diferente de 0 somente nos curtíssimos intervalos $t = 0$ e $t = \frac{\pi}{\omega}$. Para o primeiro desses podemos colocar

[pág. 701]

$\cos \omega t = 1$ e para o segundo $\cos \omega t = -1$. Assim, usando (8), encontramos

$$B_1 \hat{z} = \frac{4\lambda\omega}{\pi} \vec{M}_s. \quad (11)$$

Ao invés de (6) temos agora a equação

$$(B_1 \cos \omega t) \hat{z} = (I\ddot{\theta} + \Theta\dot{\theta} + P\dot{\theta}) \hat{z}, \quad (12)$$

cuja solução periódica é

$$\theta = \frac{B_1}{u} \cos(\omega t - \nu), \quad (13)$$

se as constantes u e v são determinadas por

$$\begin{cases} u \cos v = (\omega_0^2 - \omega^2)I \\ u \sin v = 2\chi\omega I \end{cases}. \quad (14)$$

Aqui, a quantidade u , para a qual daremos o sinal positivo, determina a amplitude enquanto que a fase de oscilação é dada pelo ângulo v . Para a amplitude, que iremos denotar por $|\theta|$, encontramos

$$|\theta| = \frac{B_1}{u} = \frac{4\lambda M_s}{\pi I \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}{\omega^2} + 4\chi^2}}. \quad (15)$$

Para $\omega = \omega_0$ ela se torna um máximo $|\theta|_m$, ou seja

$$|\theta|_m = \frac{2\lambda M_s}{\pi I \chi}. \quad (16)$$

Assim como para a fase, primeiro observamos que, de acordo com (14), $v = \frac{\pi}{2}$ para $\omega = \omega_0$. Se a frequência da corrente alternando é maior que a do cilindro, temos $v > \frac{\pi}{2}$ e, no caso oposto, $v < \frac{\pi}{2}$. Quando ω é posto para diferir mais e mais de ω_0 , a fase v se aproxima do valor π , no primeiro caso, e 0 no segundo. Se a constante de amortecimento, χ , é pequena, podemos dizer que estes valores limites irão ser alcançados já em distâncias bastante pequenas de ω_0 . Em nosso experimento, esse foi realmente o caso e podemos dizer, portanto, excetuando somente valores de ω na vizinhança imediata de ω_0 , que $v = \pi$ para $\omega > \omega_0$ e $v = 0$ para $\omega < \omega_0$. Levando-se em conta o que foi dito sobre a direção positiva, pode-se ver facilmente que, se a corrente i e o desvio θ têm a mesma fase, o cilindro seria em cada momento desviado na direção que a corrente assume naquele momento dentro da bobina. Na realidade, a

[pág. 702]

fase das oscilações do cilindro está atrasada daquela da corrente por uma quantidade de $v - \frac{\pi}{2}$; isso decorre de (9) e (13). Relembrando ainda que na dedução de (11) foi assumido que os elétrons em circulação são negativos e que, se fossem positivos, o sinal de B_1 e a fase do efeito seriam revertidos. Somos levados à seguinte conclusão:

Elétrons negativos.

$\omega > \omega_0$. A fase das oscilações do cilindro é um quarto de um período atrasada daquela da corrente.

$\omega < \omega_0$. Ela é um quarto de um período avançada.

$\omega = \omega_0$. A vibração tem a mesma fase que a corrente.

Elétrons positivos.

$\omega > \omega_0$. A fase das oscilações do cilindro é um quarto de um período avançada daquela da corrente.

$\omega < \omega_0$. Ela é um quarto de um período atrasada.

$\omega = \omega_0$. A vibração do cilindro e a corrente têm fases opostas.

É importante notar que há uma diferença de fase de um quarto entre o torque ativo $B_1 \cos \omega t$ e a corrente $i = A \sin \omega t$; e, da mesma forma, entre o torque ativo e a magnetização alternante. Isso acontece sempre, independente dos valores relativos de ω e ω_0 e do sinal dos elétrons em circulação.

§4. *Pequena descrição do aparato*

O campo alternante, que já foi mencionado várias vezes, foi excitado por duas bobinas colocadas com os seus eixos ao longo da mesma linha vertical e com uma distância entre elas de cerca de 1 *cm*. Elas foram montadas em um pé de bronze para que três parafusos pudessem dar diferentes inclinações. As bobinas foram conectadas em série e deram um campo de cerca de 50 gauss. O cilindro de ferro foi suspenso ao longo de seu eixo. Este cilindro, com 1,7 *mm* de diâmetro e, nos primeiros experimentos, com 7 *cm* de comprimento, foi cuidadosamente torneado em ferro macio. Centralmente em sua parte superior foi furado um buraco estreito de 0,3 *mm* de diâmetro no qual um fio de vidro apropriado foi selado. No meio do cilindro

[pág. 703]

usou-se um espelho muito leve feito a partir de uma lamínula de microscópio prateada. A luz de uma lâmpada de filamento único foi lançada sobre o espelho através do espaço entre as duas bobinas. Os raios refletidos formaram uma imagem em um escala colocada a uma distância de 45 *cm*. Quando o cilindro foi posto em vibração, essa imagem foi ampliada para uma banda e a largura dela determinou o desvio duplo.

De modo a obter ressonância, é claro que deve ser possível regular o comprimento do fio de vidro. Para esse propósito, utilizamos um dispositivo de fixação com o qual o fio de vidro pudesse ser firmemente mantido em diferentes pontos de seu comprimento.

A braçadeira e o fio em suspensão com o cilindro poderiam rotacionar juntos sobre um eixo vertical em uma coluna fixa. A corrente efetiva foi lida em um instrumento preciso. Finalmente, todo o aparato foi circundado por um dispositivo com o qual o campo magnético terrestre fosse compensado. Iremos voltar a isso mais adiante.

§5. *Os experimentos*

Iremos agora examinar as principais causas de perturbação.

1. Nas extremidades do cilindro, polos alternados são induzidos. Agindo sobre eles, a componente horizontal do campo terrestre pode dar origem a um torque alternando com a mesma frequência da corrente e tendendo a rotacionar o cilindro sobre um eixo horizontal. (Efeito I).

Rotações deste tipo não foram, contudo, observadas por nós.

2. De acordo com os pontos de vista de WEISS,⁽¹⁴⁾ os cristais ferromagnéticos estão situados irregularmente em todas as direções. Por conseguinte, pode acontecer de alguns deles estarem direcionados

⁽¹⁴⁾[N. T.] Pierre Weiss (1865 – 1940) foi um cientista francês reconhecido pelo sucesso de sua teoria fenomenológica do ferromagnetismo, que ele concebeu e desenvolveu com bases em um amplo corpo de resultados experimentais. Sua teoria é fundamentada na hipótese da existência de um campo molecular proporcional à magnetização e atuando na orientação de cada momento atômico, como um campo magnético de grande intensidade.

Com sua teoria, ele foi capaz de explicar as conhecidas propriedades características de corpos ferromagnéticos (notavelmente, o súbito desaparecimento de ferromagnetismo acima de uma temperatura conhecida como o ponto

de tal maneira que seu magnetismo não é revertido pelo campo alternante. Neste caso, haverá uma componente horizontal de magnetização permanente, a qual, influenciada pela componente horizontal do campo magnético na bobina, dará origem a um torque alternante em volta do eixo vertical com a mesma frequência e fase do campo alternante. (Efeito II).

3. O eixo sobre o qual o cilindro irá rotacionar não coincidirá precisamente com o seu eixo magnético. Uma força magnética horizontal permanente tal como a do magnetismo terrestre irá, portanto, produzir oscilações de torção do cilindro. O torque que excita estas oscilações tem a mesma fase que a magnetização e (no caso de correntes fortes) que a própria corrente alternada.
4. Vê-se facilmente que as correntes de FOUCAULT que são induzidas

[pág. 704]

no cilindro não podem ter qualquer influência em nosso experimento, seu único efeito é um leve retardo das reversões magnéticas. Até onde podemos ver, os efeitos acima são os únicos que têm a mesma frequência que a corrente na bobina e, portanto, são ampliados pela ressonância. Quando a bobina foi conectada aos condutores de corrente alternada principais, a imagem na escala permaneceu perfeitamente em repouso enquanto o comprimento do fio suspenso não foi suficiente para fazer a frequência de uma vibração livre do cilindro quase coincidir com aquela do campo alternante. A ressonância apareceu e desapareceu novamente por uma alteração do comprimento do fio de 1 *mm*, sendo o comprimento todo de 8 *cm*.

A fim de encontrar o comprimento requerido para a ressonância e para ter certeza que o aparato suspenso não vibra em um dos seus modos mais elevados, usamos o seguinte método com o qual pudemos também determinar o momento de inércia do cilindro.

Na extremidade inferior do cilindro de ferro, selamos uma pequena barra transversal de cobre cujo momento de inércia era 10,7.

Para o cálculo do momento de inércia do cilindro, obtemos 0,0045.

Disso, decorre que o período de oscilação do cilindro se torna $\sqrt{\frac{10,7}{0,0045}} = 48,8$ vezes maior adicionando-se a pequena barra transversal. Se, portanto, escolhermos o comprimento do fio de modo a ter uma frequência 1⁽¹⁵⁾ com a barra transversal, a frequência sem ela seria de cerca de 48,8. Isto é quase igual a frequência da corrente alternada.

Tínhamos certeza por isso que o sistema suspenso iria vibrar em seu modo fundamental. No entanto, a fim de determinar o momento de inércia mais acuradamente, o cilindro foi agora colocado no interior da bobina e o comprimento do fio foi aumentado até que a ressonância fosse máxima. Então, a frequência das vibrações livres poderia ser suposta igual àquela da corrente alternada que foi encontrada ser 46,2.

de Curie) e descobrir as propriedades de magnetização espontânea e do fenômeno magnetocalórico. Teorias quânticas modernas do ferromagnetismo têm substanciado a hipótese de Weiss do campo molecular como uma primeira aproximação. [70, p. 243]

⁽¹⁵⁾[N. A. 3] Por frequência sempre nos referimos ao número de oscilações completas em um segundo.

Depois disso, o arranjo foi removido da bobina e a barra transversal fixada a ele. Encontramos, então, a frequência 1,14. Desses números, deduzimos

$$I = 10,7 \left(\frac{1,14}{46,2} \right)^2 = 0,0065.$$

Após esses preparativos, verificou-se que o Efeito II, i.e., a oscilação causada pelos polos permanentes no cilindro, não tinha

[pág. 705]

importância. O desvio duplo manteve-se inalterado quando a posição do eixo da bobina em relação à linha vertical foi alterada por meio dos parafusos do pé, uma alteração que deu origem a campos alternantes horizontais.

O Efeito III, entretanto, o qual foi causado pela ação que os campos magnéticos estacionários podem exercer nos polos alternantes em função de suas posições excêntricas, pôde facilmente ser observado. O desvio duplo modifica imediatamente quando um ímã permanente é trazido para perto da bobina. A influência do magnetismo terrestre também foi aparente. Quando isso não é compensado, obtivemos, no caso da ressonância, uma ampliação da imagem na escala de até 3 *cm* a uma distância da escala de 45 *cm*. Em todos os experimentos posteriores, o campo terrestre foi, portanto, compensado e as medições necessárias para isto sendo feitas com um indutor terrestre e um galvanômetro balístico.⁽¹⁶⁾ As componentes horizontal e vertical do campo terrestre foram compensadas separadamente por meio de aros de cerca de 1, *m* de diâmetro, no qual o fio de cobre foi enrolado. A corrente foi tomada a partir de células de armazenamento e um amperímetro de precisão da SIEMENS AND HALSKE serviram para o controle contínuo de seu vigor.

Pôde-se testar se a compensação foi obtida girando-se a extremidade superior do fio suspenso. A amplitude das oscilações modificou-se, enquanto o magnetismo terrestre ainda estava agindo no ferro magnetizado pela corrente alternada. Após a compensação, no entanto, esta sensibilidade azimutal do efeito desapareceu. Após tudo, lá permaneceu um desvio duplo bem marcado de 4,5 *mm*.

Agora tínhamos que ter certeza que isso era realmente o efeito que procurávamos. Para isso, primeiro aproveitamo-nos da circunstância que o torque agente deve diferir da corrente e da magnetização um quarto de um período em fase. Trouxemos um ímã permanente para perto da bobina, desse modo, evocando o efeito III e acrescentando ao torque $B_1 \cos \omega t$, com o qual estamos preocupados, um novo, que tem a mesma fase ou a fase oposta à magnetização e, portanto, difere de $B_1 \cos \omega t$ um quarto de um período em fase. Qualquer que seja o sinal deste torque adicional, a amplitude do torque resultante deve tornar-se

⁽¹⁶⁾[N. T.] O galvanômetro balístico é um instrumento desenvolvido

(...) para defletir sua agulha indicadora (ou espelho) de uma maneira proporcional ao total de carga que atravessa sua bobina móvel, ou [proporcional] a um pulso de voltagem de curta duração. Qualquer galvanômetro convencional também pode ser empregado como um do tipo balístico, mas este tem um torque menor e uma inércia maior na bobina. [71]

Já o indutor terrestre, é um instrumento que mede a inclinação magnética por meio da corrente elétrica induzida em uma bobina.

maior que B_1 . Encontramos, de fato, que a ampliação da imagem sempre aumentou quando trouxemos um ímã para perto da bobina.

Além disso, a teoria requer que a magnitude do efeito dependa da intensidade do campo alternante da mesma forma que a magnetização. Isso foi igualmente confirmado por experimento.

Finalmente, iremos comparar a magnitude observada do efeito

[pág. 706]

com a teórica. Se pegarmos 1200 para a magnetização alcançada pelo ferro, obtemos (o volume do cilindro sendo $0,16\text{ cm}^3$) $M_s = 192$. Por observação direta das oscilações no campo alternante, encontramos

$$K = 0,533.$$

Como

$$I = 0,0065,$$

segue-se de (16) que

$$|\theta| = 0,0036.$$

Para uma distância da escala de 45 cm , isto fornece para o desvio duplo $4|\theta| \cdot 45 = 0,65$. Como já foi dito, encontramos $0,45$ pelo nosso experimento.

Quanto a esta diferença, devemos observar que o valor teórico é um limite superior e que o magnetismo não altera seu sinal instantaneamente.

Por conta da influência de desmagnetização dos polos livres, o campo na bobina deve ser bastante forte se, na sua reversão, a magnetização está para tomar imediatamente um valor constante na nova direção.

§6. *Determinação da fase*

Vimos que o torque ativo difere da magnetização alternante um quarto de um período em fase. Além disso, segue de §3 que, comparando a fase do efeito (P_1) com aquela da corrente alternada (P_2), estamos aptos para decidir se os elétrons circulando em volta das moléculas de ferro são realmente *negativos*. Tentamos efetuar isso procedendo da seguinte forma.

A lâmpada de filamento único utilizada para a leitura da escala foi conectada com os condutores principais de corrente alternada em paralelo com a bobina que continha o cilindro de ferro. Quando, em seguida, trouxemos um ímã permanente perto da lâmpada, o filamento incandescente foi posto em movimento pela força eletromagnética alternada. Desse modo, além das oscilações devidas as vibrações do espelho, a imagem também apresentou aquelas causadas pelo movimento do filamento.

Ao observar se a adição desta última vibração aumentou ou diminuiu a amplitude da imagem, pudemos comparar a fase P_1 com aquela das novas vibrações. Agora, esta última é determinada pela fase do filamento incandescente e este, por sua vez, depende da fase da corrente nele; enquanto que a diferença entre esta fase e P_2 é determinada pela auto-indução na bobina.

Infelizmente, quando os nossos experimentos foram levados a uma conclusão e um de nós deixou Berlim, descobriu-se que um engano

[pág. 707]

foi cometido na aplicação do método. Então, devemos considerar um fracasso esta parte de nossa investigação. O sinal negativo dos elétrons circulantes é assumido, porém, muito provável pela concordância entre a magnitude do efeito observado e o valor que deduzimos para ela a partir daquela da razão $\frac{e}{m_e}$ para elétrons negativos.

§7. *Medições mais acuradas*

As medições até aqui descritas forneceram uma confirmação satisfatória da teoria, mas foram muito carentes em precisão. O campo na bobina era, na prática, muito fraco para causar a reversão súbita da magnetização assumida na teoria. Além disso, o coeficiente de amortecimento, κ , não pôde ser determinado com qualquer acurácia. Ainda, pode surgir a pergunta se a influência do amortecimento é representada corretamente pelo termo $P\dot{\theta}$ na equação (6).

Por essas razões, modificamos um pouco nosso aparato. A fim de acelerar a reversão da magnetização, ao invés da pequena bobina antiga, utilizamos uma de 62 cm de comprimento (cerca de 100 espiras por cm) cuja amplitude do campo, para uma intensidade efetiva de 1,45 ampere, foi 260 gauss na parte central e, portanto, 130 gauss nas extremidades. A fim de diminuir a influência da desmagnetização dos polos, utilizamos ainda um cilindro de 16 cm de comprimento e 0,17 cm de diâmetro. O espelho agora foi suspenso por um tubo de paredes finas que foi selado à extremidade inferior do cilindro de ferro. Ele somente projetava [o feixe de luz] por baixo da extremidade inferior da bobina. A fim de evitar uma determinação do coeficiente de amortecimento e suposições sobre a lei de amortecimento, uma série de experimentos foram feitos nos quais, para um comprimento definitivo do fio, a amplitude $|\theta|$ foi determinada para diferentes frequências da corrente alternada, de modo que uma “curva de ressonância” pôde ser traçada.

A corrente alternada foi fornecida por um gerador localizado no porão do prédio e movido pela corrente de uma bateria de células de armazenamento. O aparato na sala de trabalho compreendeu uma resistência variável conectada em paralelo às espiras do campo dos ímãs. Variando esta resistência, podemos modificar com certos limites a corrente de excitação no motor e, assim, o número de suas revoluções e a frequência da corrente alternada induzida. A corrente que atravessou a resistência variável foi controlada por um amperímetro. Quando todas as outras coisas foram mantidas constantes, a frequência da corrente alternada foi uma função da

[pág. 708]

intensidade da corrente na resistência variável. Além disso, usamos um medidor de frequência de ressonância da HARTMANN AND BRAUN, com o qual pudemos acuradamente determinar frequências definidas (45; 45,5; 46 até 55). As frequências intermediárias foram interpoladas por meio do amperímetro. A amplitude das vibrações do cilindro foram medidas do mesmo modo que no antigo experimento. Entretanto, a fim de aumentar a precisão, agora tomamos uma distância da escala de 145 cm.

Na fig. 2, os resultados foram plotados graficamente.⁽¹⁷⁾ Os números

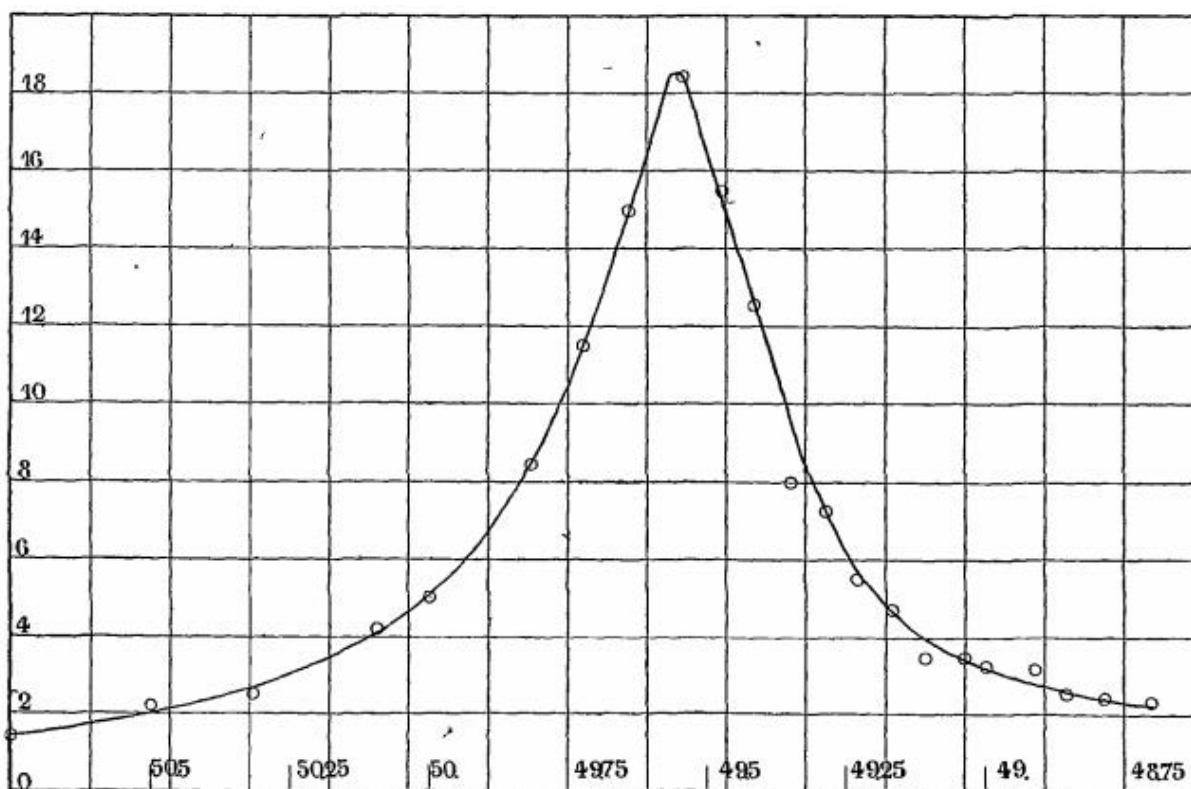


Fig. 2.

[pág. 709]

no eixo horizontal⁽¹⁸⁾ dão as frequências da corrente alternada, aqueles no eixo vertical dão 10 vezes o desvio duplo em centímetros.

Para o cálculo, usamos, toda vez, dois pontos a mesma altura combinados com a ordenada do ponto mais alto da curva. Se, por causa da brevidade, colocarmos

$$\frac{4\lambda\vec{M}_s}{\pi I} = \vec{\mu},$$

segue-se de (15) que

$$\frac{\mu}{|\theta|} = \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_0^2)^2}{\omega^2} + 4\kappa^2}.$$

⁽¹⁷⁾[N.T.] Dispomos o tamanho da figura pouco menor da proporção original.

⁽¹⁸⁾[N. A. 4] Se a figura for trazida para a posição correta por uma rotação de 90°.

Agora, se $\omega_1 (> \omega_0)$ e $\omega_2 (< \omega_0)$ são os dois valores correspondentes à mesma amplitude $|\theta|$, temos as equações

$$\frac{\mu}{|\theta|} = \sqrt{\frac{(\omega_1^2 - \omega_0^2)^2}{\omega_1^2} + 4\kappa^2},$$

$$\text{e } \frac{\mu}{|\theta|} = \sqrt{\frac{(\omega_0^2 - \omega_2^2)^2}{\omega_2^2} + 4\kappa^2}.$$

Por eliminação de ω_0 e κ a partir dessas e por

$$\frac{\mu}{|\theta|_m} = 2\kappa,$$

encontramos

$$\frac{\mu^2}{|\theta|^2} - \frac{\mu^2}{|\theta|_m^2} = (\omega_1 - \omega_2)^2.$$

Seja ν a diferença na frequência de dois pontos escolhidos, de modo que $\omega_1 - \omega_2 = 4\pi\nu$, e seja

$$\frac{|\theta|}{|\theta|_m} = b.$$

Então, encontramos, após introduzir o valor de μ

$$\lambda = \pi^2 \frac{I}{M_s} |\theta|_m \cdot \nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}. \quad (17)$$

Quando a curva de ressonância foi traçada, (17) fornece um valor de λ para cada ordenada $|\theta|$. Se este valor ou o montante equivalente $\nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$ é constante, fica provado que a influência do amortecimento pode realmente ser representada por um termo linear na equação do movimento.

A tabela a seguir contém os valores de ν e b tirados do diagrama e os valores de $\nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$ deduzidos deles.

[pág. 710]

Ordenadas	ν	b	$\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$	$\nu \sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$
15	0,0911	0,812	1,32	0,120
12	0,152	0,649	0,853	0,130
9	0,221	0,488	0,560	0,124
7	0,293	0,380	0,413	0,121
5	0,403	0,271	0,280	0,114
4	0,489	0,217	0,222	0,108
3	0,618	0,163	0,165	0,0957

A última coluna mostra que para o maior desvio, não menos que 7 mm , a curva concorda satisfatoriamente com a teoria, com $v\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}}$ sendo suficientemente constante. Se passarmos para a menor ordenada, essa quantidade parece diminuir muito rapidamente. Deve-se observar, no entanto, que as ordenadas pequenas não podem ser medidas com precisão suficiente. Usaremos, portanto, somente as 4 primeiras. A média dos números deduzida a partir deles é

$$v\sqrt{\frac{b^2}{1-b^2}} = 0,124.$$

Além disso, conclui-se a partir da curva que

$$|\theta|_m = \frac{1,85}{145,4} = 0,320 \cdot 10^{-2}.$$

O momento de inércia do sistema vibrante foi determinado medindo a mudança da frequência produzida pela adição de um pequeno momento de inércia, o qual é acuradamente conhecido.

Encontramos⁽¹⁹⁾ para ele

$$I = 0,0126.$$

Se agora tomarmos 1300 para a magnetização (calculada a partir da curva de histerese do material e as constantes da bobina), encontramos para o momento magnético do cilindro

$$M_s = 470.$$

Com esses números, a equação (17) leva ao valor

$$[\text{pág. 711}]$$

$$\lambda = 1,1 \cdot 10^{-7},$$

que concorda muito bem com o valor teórico $1,13 \cdot 10^{-7}$.

Devemos observar, entretanto, que não podemos atribuir às nossas medições precisão [sic] superior do que 10 %.⁽²⁰⁾

Parece-nos que, dentro desses limites, as conclusões teóricas foram suficientemente confirmadas pelas nossas observações.

Os experimentos foram realizados no “*Physikalisch-Technische Reichsanstalt*”. Queremos expressar nossos agradecimentos pelo aparato gentilmente colocado à nossa disposição.

⁽¹⁹⁾[N. A. 5] Pode-se mencionar aqui que, assumindo uma forma puramente cilíndrica, calculamos para o momento de inércia do cilindro, sem o tubo de vidro e o pequeno espelho, $I = 0,0102$.

⁽²⁰⁾[N. T.] Nota-se que se referiam à margem de tolerância, ou *erro*, e não à *precisão*. Verifica-se isto quando se lê que “O experimento forneceu verificação detalhada da teoria dentro margem de erro (por volta de 10 %)” [17, p. 88].

Referências

- [1] Albert Einstein e Wander Johannes De Haas. Experimenteller nachweis der ampèreschen molekularströme. *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, 17:152–170, 1915.
- [2] André Koch Torres Assis e João Paulo Martins de Castro Chaib. *Eletrodinâmica de Ampère*. Editora da Unicamp, Campinas, 2011.
- [3] Albert Einstein. Experimenteller nachweis der ampèreschen molekularströme. *Die Naturwissenschaften*, 3:237–238, 1915.
- [4] Albert Einstein e Wander Johannes De Haas. Proefondervindelijk bewijs voor het bestaan der moleculaire stromen van Ampère. *Natuurkundig Afdeeling, Verslagen van de Gewone Vergaderingen*, 23:1449–1464, 1915.
- [5] Albert Einstein. Ein einfaches experiment zum nachweis der ampèreschen molekularströme. *Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen*, 18:173–177, 1916.
- [6] Albert Van Helden. Biographies: Wander Johannes de Haas. Em: *A History of Science in the Netherlands* [73], pp. 454–456.
- [7] Albert Einstein e Wander Johannes De Haas. Experimental proof of the existence of Ampère’s molecular currents. *KNAW, Proceedings*, 18 I:696–711, 1915. <http://www.dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00012546.pdf>, 21 set. 2014. Tradução para a língua inglesa do artigo “Proefondervindelijk bewijs voor het bestaan der moleculaire stromen van Ampère”.
- [8] Albert Einstein. *Conclusions drawn from the phenomena of capillarity*, chapter 1. Volume 2 of Stachel [72], 1901. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [9] Albert Einstein. *A new determination of molecular dimensions*, chapter 15, pages 104–122. Volume 2 of Stachel [72], 1905. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [10] Albert Einstein. *On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light*, chapter 14, pp. 86–103. Volume 2 of Stachel [72], 1905. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [11] Albert Einstein. *On the movement of small particles suspended in stationary liquids required by the molecular-kinetic theory of heat*, chapter 16, pages 123–134. Volume 2 of Stachel [72], 1905. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [12] Albert Einstein. *On the electrodynamics of moving bodies*, chapter 23, pages 140–171. Volume 2 of Stachel [72], 1905. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [13] Albert Einstein. On the limit of validity of the law of thermodynamic equilibrium and on the possibility of a new determination of the elementary quanta. Em: Stachel [72], chapter 39, pp. 225–228. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.

- [14] Alice Calaprice e Trevor Lipscombe. *Albert Einstein*. Greenwood Press, Westport, 2005.
- [15] Albert Einstein. To Hendrik A. Lorentz. Em: Schulmann et al. [75], pp. 59–63. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [16] Albert Einstein. To Michele Besso, pp. 68–69. Volume 8 of Schulmann et al. [75], 1915. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [17] Albert Einstein. To Heinrich Zangger. Em: Schulmann et al. [75]. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [18] Viktor Ya. Frenkel. On the history of Einstein-de Haas effect. *Soviet Physics Uspekhi*, 1979.
- [19] C. J. Gorter. Levensbericht W.J. de Haas, 1959–1960.
- [20] J. A. Prins. De Haas, Wander Johannes. Em: Charles C. Gillispie, editor, *New Dictionary of Scientific Biography*, volume 5, p. 600. Charles Scribner's Sons, New York, 1972.
- [21] Unknow. International solvay institutes, 2015.
- [22] Wander Johannes De Haas e H. Kamerlingh Onnes. Isotherms of diatomic substances and of their binary mixtures. xii. the compressibility of hydrogen vapour at, and below the boiling point. *KNAW, Proceedings*, 15 I:405–417, 1912. <http://www.dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00012986.pdf>, acessado em 31 out. 2015.
- [23] Wander Johannes de Haas. The effect of temperature and transverse magnetisation on the continuous-current resistance of crystallized antimony. *KNAW, Proceedings*, 16 II:1110–1123, 1914. <http://www.dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00012879.pdf>, acessado em 31 out. 2015.
- [24] Wander Johannes de Haas. Further experiments on the moment of momentum existing in a magnet. *KNAW, Proceedings*, 18 II:1281–1299, 1916.
- [25] Wander Johannes De Haas e G. L. De Haas-Lorentz. An experiment of Maxwell and Ampère's molecular currents. *KNAW, Proceedings*, 19 I:248–255, 1917.
- [26] Wander Johannes de Haas. On the diffraction phenomenon caused by a great number of irregularly distributed apertures or opaque particles. *KNAW, Proceedings*, 20 II:1278–1288, 1918.
- [27] Wander Johannes De Haas, G. J. Sizoo, e H. Kamerlingh Onnes. On the magnetic disturbance of the supraconductivity with mercury i. *KNAW, Proceedings*, 29:233–249, 1926.
- [28] Wander Johannes de Haas, E. van Aubel, e J. Voogd. New super-conductors. *KNAW, Proceedings*, 32:218–225, 1929.
- [29] Wander Johannes De Haas, Hans A. Kramers, e J. Becquerel. Experimental verification of the theory of the paramagnetic rotatory polarisation in the crystals of xenotime. *KNAW, Proceedings*, 32:1206–1211, 1929.
- [30] Wander Johannes de Haas e P. M. van Alphen. The testing of monocrystalline wires. *KNAW, Proceedings*, 33:128–129, 1930.

- [31] Schubnikow L. e Wander Johannes de Haas. Magnetische widerstandsvergrößerung in einkristallen von wismut bei tiefen temperaturen. *KNAW, Proceedings*, 33:130–133, 1930.
- [32] A. M. Ampère. Mémoire présenté à l'académie royale des sciences, le 2 octobre 1820, ou se trouve compris résumé de ce qui a été lu à la même académie les 18 et 25 septembre 1820, sur les effets des courans électriques. *Annales de Chimie et de Physique*, 15:59–76, 1820. <http://www.ampere.cnrs.fr/>, acessado em set. 2015.
- [33] James Clerk Maxwell. *A Treatise on Electricity and Magnetism*, volume 2. Oxford, London, 1881.
- [34] Samuel Jackson Barnett. The theory of magnetization by rotation. *Science*, 42:459–460, 1915.
- [35] Richard Chace Tolman e Thomas Dale Stewart. The electromotive force produced by the acceleration of metals. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 2:189–192, Mar 1916.
- [36] Richard Chace Tolman e Thomas Dale Stewart. The mass of the electric carrier in copper, silver and aluminium. *Physical Review*, IX:164–167, 1917.
- [37] Joseph John Thomson. Cathode rays. *Philosophical Magazine*, 14:293–316, 1897.
- [38] Peter Galison. Theoretical predispositions in experimental physics: Einstein and the gyromagnetic experiments, 1915-1925. *Historical Studies in the Physical Sciences*, 12(2):285–323, 1982.
- [39] H.A. Lorentz. *The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*. Mathematischen Wissenschaften. Teubner/G.E. Stechert, Leipzig/New York, 2 edition, 1916.
- [40] Albert Einstein. Zur elektrodynamik bewegter körper. *Annalen der physik*, 322(10):891–921, 1905.
- [41] Walter Kaufmann. Über die konstitution des elektrons. *Annalen der Physik*, 324(3):487–553, 1906.
- [42] Owen Willians Richardson. A mechanical effect accompanying magnetization. *Physical Review*, 1908.
- [43] Samuel Jackson Barnett. The magnetization of iron, nickel, and cobalt by rotation and the nature of the magnetic molecule. *Physical Review*, pp. 178–181, 1917.
- [44] A. Schuster. A critical examination of the possible causes of terrestrial magnetism. *Physical Society of London, Proceedings*, 24:121–137, 1912.
- [45] J. P. M. C. Chaib e A. K. T. Assis. Ampère e a origem do magnetismo terrestre. Em: Programa de Pós-graduação em Ensino e História em Ciências da Terra, editor, *I Simpósio de pesquisa em ensino e história em ciências da Terra*, pp. 315–320, Campinas, 2007. IGE-Unicamp.
- [46] Samuel Jackson Barnett. On magnetization by angular acceleration. *Science*, 30, 1909.
- [47] Albert Einstein e Wander Johannes De Haas. Comment on our paper. Em: Kox et al. [74].
- [48] Editor-News. Experimental demonstration of an ampere molecular current in a nearly perfect conductor. *Nature*, 93, 1914.
- [49] Heike Kamerlingh Onnes. Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium, 1913.

- [50] Heike Kamerlingh Onnes. Further experiments with liquid helium. j. the imitation of an ampère molecular current or a permanent magnet by means of a supra-conductor. (cont.). *KNAW, Proceedings*, 17:278–283, 1914.
- [51] Hendrik Antoon Lorentz. From Hendrik A. Lorentz. Em: Schulmann et al. [75], pp. 218–221. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [52] André Koch Torres Assis e João Paulo Martins de Castro Chaib. *Ampère's Electrodynamics*. Apeiron, C. Roy Keys Incorporated, Montreal, 2015. <http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Amperes-Electrodynamics.pdf>, acesso em 01 fev. 2016.
- [53] Joseph John Thomson. Carriers of negative eletricity, 1906.
- [54] N. Bohr. On the constitution of atoms and molecules. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1913.
- [55] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, e David B. Newell. Codata recommended values of the fundamental physical constants: 2010. *Rev. Mod. Phys.*, 84:1527–1605, Nov 2012. <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.84.1527>, acessado em 29 ago. 2015.
- [56] Albert Einstein. To Fritz Weishut. Em: Schulmann et al. [75], pp. 89–90. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [57] Albert Einstein. To Geertruida de Haas. Em: Schulmann et al. [75]. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [58] John Quincy Stewart. On the moment of momentum accompanying magnetic moment in iron and nickel. *Physical Review*, 1918.
- [59] Emil Beck. Zum experimentellen nachweis der ampèreschen molekularströme. *Annalen der Physik*, 1919.
- [60] Gustaf Arvidsson. Eine untersuchung über die ampèreschen molekularströme nach der methode von A. Einstein and W. J. de haas. *Physikalische Zeitschrift*, 1920.
- [61] Albert Einstein. To Paul Ehrenfest. Em: Diana Kormos Buchwald, Robert Schulmann, József Illy, Daniel J. Kennefick, and Tilman Sauer, editors, *The Collected Papers of Albert Einstein*, volume 9, pp. 9–10. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1919. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol9-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [62] Gomes, G. G. and Pietrocola, M. *Revista Brasileira de Ensino de Física* **33**(2), 2604 (2011).
- [63] Hans C Ohanian. *Einstein's mistakes*. WW Norton & Company, New York, London, 2009.
- [64] Thomas S. Kuhn. The function of measurement in modern physical science. *Isis*, 52(2):161–193, 1961.
- [65] A. Pais. Einstein and the quantum theory. *Rev. Mod. Phys.*, 51:863–914, Oct 1979.
- [66] A. K. T. Assis, K. H. Wiederkehr, e G. Wolfschmidt. *O Modelo Planetário de Weber para o Átomo*. Apeiron, Montreal, 2014. <http://www.ifi.unicamp.br/~assis/Modelo-Planetario-de-Weber.pdf>, acesso em 01 fev. 2016.

- [67] Robert A. Millikan. The electron and the light-quant from the experimental point of view, 1924.
- [68] Douglas Harper. “wich”. *Online Etymology Dictionary*, 2010.
- [69] Herch Moysés Nussenzveig. *Curso de Física Básica*, volume 3. Edgard Blücher, São Paulo, 1997.
- [70] Francis Perrin. Weiss, pierre. Em: Charles C. Gillispie, editor, *New Dictionary of Scientific Biography*, volume 14, pp. 243–247. Charles Scribner’s Sons, New York, 1976.
- [71] Enciclopædia Britannica. Ballistic galvanometer, 2015. <http://global.britannica.com/technology/ballistic-galvanometer>, acessado em 27 set. 2015.
- [72] John Stachel, editor. *The Collected Papers of Albert Einstein*, volume 2. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1987. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans>, acessado em 31 out. 2015.
- [73] Klass Van Berkel, Albert Van Helden, e Lodewijk Palm. *A History of Science in the Netherlands: survey, themes and reference*. Brill, Leiden, Boston, Köln, 1999.
- [74] A. J. Kox, Martin J. Klein, e Robert Schulmann, editors. *The Collected Papers of Albert Einstein: The Berlin years: Writings, 1914–1917*, volume 6. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1997. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-trans> acessado em 31 out. 2015.
- [75] Robert Schulmann, A. J. Kox, Michel Janssen, e József Illy, editors. *The Collected Papers of Albert Einstein: The Berlin years: Correspondence, 1914–1918*, volume 8. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1998. <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans>, acessado em 31 out. 2015.