

# Energia Escura no Contexto de Teorias Alternativas da Gravitação

R.O. DE BRITO\*      V.C. DE ANDRADE †

Universidade de Brasília

## Resumo

*A teoria da Relatividade Geral (RG), desde a sua concepção, nos permitiu explicar e descobrir uma série de fenômenos gravitacionais.*

*A partir dos dados observacionais de supernovas do tipo Ia (SN Ia) acumuladas até o ano 1998, dois grupos de pesquisadores relataram independentemente que o presente Universo está acelerando [8],[9]. A fonte para esta aceleração cósmica foi apelidada de "Energia escura".*

*Para buscar novas interpretações para o problema foram propostas as hipóteses: Constante Cosmológica, Quintessência e Teoria  $f(R)$ , entre outras. Revisamos estas hipóteses ao longo do trabalho.*

## INTRODUÇÃO

A teoria da Relatividade Geral de Einstein [1], [2], [3] aparece como uma teoria que veio tornar mais preciso o estudo da dinâmica dos corpos celestes. Apesar da teoria da gravitação newtoniana explicar com sucesso grande parte da dinâmica dos planetas do sistema solar, pequenas discrepâncias surgem quando tentamos abordar alguns fenômenos como o da rotação da órbita de Mercúrio em torno do Sol e cenários com a presença de fortes campos gravitacionais. Somente por meio da RG foi possível explicar tais discrepâncias.

Com o crescente aumento das técnicas observacionais astrofísicas e cosmológicas, foi possível aos cientistas a observação de maiores detalhes sobre a evolução do universo e desses avanços tecnológicos surgiram algumas questões.

A teoria mais aceita para a origem do universo é conhecida como Big Bang. Esta teoria diz que tudo começou da expansão de um ponto singular, nos primeiros  $10^{-30}$  segundos [2], [6], quando o universo expandiu exponencialmente. Posteriormente em outra etapa ocorreu o desacoplamento dos fótons com a matéria. Estes fótons remanescentes originaram o que atualmente chamamos de CMB

---

\*E-mail: faelcuru@gmail.com

†E-mail: andrade@fis.unb.br

[10].

Algumas etapas depois, a matéria bariônica começou a se unir originando os elementos leves, na sequência os elementos pesados, e passado algum tempo começaram a surgir os planetas, estrelas, galáxias e aglomerados, resultando no universo hoje conhecido. Nestas etapas a taxa de expansão e as condições físicas eram bem distintas.

Apesar de muitos anos de pesquisa a origem da Energia Escura não foi identificada ainda. A mesma é distinta de espécies de matéria comuns tais como bárions e radiação, no sentido de que ela tem uma pressão negativa. Esta pressão negativa leva à expansão acelerada do Universo, contrabalançando a força gravitacional. As observações SN Ia mostraram que cerca de 70% da energia presente do universo consiste Energia Escura[8], [9].

Esse conceito de Energia Escura difere do conceito de Matéria Escura, pois esta não interage com a matéria e apresenta uma pressão negativa, o que resulta na expansão do universo.

Podemos buscar modelos alternativos para conseguirmos abordar este problema. O candidato mais simples para a Energia Escura é a Constante Cosmológica  $\Lambda$ . Esse modelo, o qual atribui a  $\Lambda$  a aceleração medida, tem sistematicamente provado consistência com um grande número de observações.

Existem basicamente duas aproximações para a construção do modelo de Energia Escura. A primeira aproximação é baseada no "modelo de matéria modificada" em que o tensor energia momento no lado direito da equação de Einstein contém uma fonte de matéria exótica com uma pressão negativa, sendo um exemplo desse modelo a Quintessência. A segunda aproximação é baseada no "modelo de

gravidade modificada", em que o tensor de Einstein no lado esquerdo da equação de Einstein  $G_{\mu\nu}$  é modificado.

## I. CONCEITOS BÁSICOS

A expressão Energia Escura confunde-se frequentemente com a expressão Matéria Escura, que tem sido utilizada para descrever uma matéria sem pressão que interage muito fracamente com as partículas de matéria bariônica.

A existência de Matéria Escura já foi destacada por Zwicky em 1930 [4], medindo a velocidade de rotação dos discos de galáxias e observando-se divergência entre esse dados e os previstos pela teoria.

Uma vez que a Matéria Escura não apresenta efeitos eletromagnéticos, sua presença é principalmente inferida dos efeitos gravitacionais em matéria visível. A fração de energia para Matéria Escura [5] no presente universo é cerca de 25%, enquanto que para bárions é cerca de 5%.

### I. Equação de Friedmann

O elemento linha que descreve um espaço-tempo quadridimensional homogêneo e isotrópico é dito um espaço-tempo Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) e é dado por

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + a^2(t) d\sigma^2, \quad (1)$$

com  $g_{\mu\nu}$  o tensor métrico,  $a(t)$  um fator de escala com o tempo cósmico  $t$ , e  $d\sigma^2$  a métrica independente do tempo do espaço tridimensional com uma curvatura constante  $k$

$$d\sigma^2 = \gamma_{ij} dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (2)$$

Aqui  $k = +1, 0, -1$ , o que corresponde à geometria fechada, plana e aberta, respectivamente.

A equação dinâmica do movimento no universo expandindo pode ser obtida a partir da equação de Einstein pelo seguinte passo. Da métrica  $g_{\mu\nu}$  obtemos o símbolo de Christoffel

$$\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} = \frac{1}{2} g^{\mu\alpha} (g_{\alpha\nu,\lambda} + g_{\alpha\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\alpha}), \quad (3)$$

em que  $g_{\alpha\nu,\lambda} \equiv \partial g_{\alpha\nu} / \partial x^{\lambda}$ . O tensor de Ricci é definido por

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\alpha,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} \Gamma_{\alpha\beta}^{\beta} - \Gamma_{\mu\beta}^{\alpha} \Gamma_{\alpha\nu}^{\beta}. \quad (4)$$

A contração do tensor de Ricci dá o escalar de Ricci (curvatura escalar)

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}. \quad (5)$$

Podemos então calcular o tensor de Einstein

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R. \quad (6)$$

A dinâmica cosmológica pode ser obtida resolvendo a equação de Einstein

$$G_{\nu}^{\mu} = 8\pi G T_{\nu}^{\mu}, \quad (7)$$

em que  $T_{\nu}^{\mu}$  é o tensor energia momento dos componentes da matéria. O lado esquerdo da equação (7) caracteriza a geometria do espaço tempo, enquanto o lado direito da equação descreve a energia e momento dos componentes da matéria.

Após alguns cálculos envolvendo as equações anteriores [6], chegamos à expressão

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2}, \quad (8)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -8\pi G P - \frac{k}{a^2}, \quad (9)$$

na qual  $H$ ,  $\rho$  e  $k$ , são respectivamente, parâmetro de Hubble, densidade de energia e curvatura. Estas são duas equações de Friedmann independentes para modelar um universo isotrópico e homogêneo. Eliminando o termo  $k/a^2$ , temos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3P) \quad (10)$$

Multiplicando a expressão (8) por  $a^2$ , diferenciando com relação ao tempo e usando a equação (10), encontramos

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0 \quad (11)$$

A expressão (11) é a equação de continuidade e conservação. A equação (8) pode ser escrita na forma

$$\Omega_M + \Omega_k = 1 \quad (12)$$

com

$$\Omega_M \equiv \frac{8\pi G \rho}{3H^2}, \quad \Omega_k \equiv -\frac{k}{(aH)^2}. \quad (13)$$

Frequentemente nos referimos aos presentes valores acima de parâmetro de densidade da matéria e curvatura, respectivamente. As densidades definidas para as partículas relativísticas, matéria não relativística, energia escura e curvatura, são, respectivamente

$$\Omega_r^{(0)} = \frac{8\pi G \rho_r^{(0)}}{eH_0^2}, \quad \Omega_m^{(0)} = \frac{8\pi G \rho_m^{(0)}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{DE}^{(0)} = \frac{8\pi G \rho_{DE}^{(0)}}{3H_0^2}, \quad \Omega_k^{(0)} = -\frac{k}{(aH_0)^2}, \quad (14)$$

Os índices (0) significam que essas expressões são para o tempo presente.

## II. Lei de Hubble

Em 1920 Sliper e Hubble [7] encontraram que o comprimento de onda observado  $\lambda_0$  das linhas de absorção de uma galáxia distante era maior que o comprimento de onda  $\lambda$  em repouso. Isto se deve ao fato de que o comprimento de onda é esticado proporcionalmente ao fator de escala num universo em expansão. A fim de quantificar esse efeito, introduzimos o *redshift*

$$z \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 = \frac{a_0}{a} - 1, \quad (15)$$

em que a época presente corresponde à  $z = 0$ . A seguir tomamos o fator de escala  $a_0$  do presente igual à um, salvo indicação contrária. Como nós vamos voltar ao passado,  $z$  fica maior. Dado que a velocidade recessional  $v$  de um objeto é muito menor que a velocidade da luz  $c$ , temos  $\lambda_0 \simeq (1 + v/c)$  e o efeito Doppler resulta em

$$z \simeq v/c. \quad (16)$$

Após alguns cálculos, chegamos ao resultado

$$v \simeq H_0 r. \quad (17)$$

Em 1929, Hubble relatou a lei (17) traçando a velocidade recessional versus a distância  $r$ . Seus dados foram escassos e superficiais, mas Hubble concluiu corretamente que o universo estava expandindo.

## II. EVIDÊNCIAS OBSERVACIONAIS

A existência de Energia Escura é suportada por um número significativo de observações. Isto inclui (i) observação de supernovas [8], [9] (ii) Radiação Cósmica de Fundo em Micro ondas (CMB, da sigla em inglês) [10] (iii) oscilação acústica de bárions (BAO, da sigla em inglês). A primeira forte evidência para a aceleração do Universo hoje vem da

medida de distâncias (luminosidade) das supernovas tipo Ia (SN Ia). As observações da CMB são também consistentes com a presença de Energia Escura, embora as restrições oriundas da CMB somente não são fortes. As medidas do BAO têm fornecido outros testes independentes para a existência de Energia Escura.

## I. Observações de supernovas

Em 1998, Ries et al. [*High-redshift Supernova Search Team* (HSST)] [8] e Perlmutter et al. [Supernova Cosmology Project (SCP)] [9] independentemente reportaram a aceleração cósmica, observando distantes supernovas do tipo Ia (SN Ia).

Supernova é um dos estágios finais de vida de uma estrela, quando ela produz uma explosão de enorme luminosidade. As supernovas podem ser classificadas de acordo com as linhas de absorção de elementos químicos. Se o espectro de uma supernova inclui uma linha espectral de Hidrogênio, ela é classificada Tipo II. Caso contrario, ela é dita Tipo I.

Se uma supernova contém uma linha de absorção do silício isoladamente ionizado é ainda classificada Tipo Ia. A explosão da supernova ocorre quando a massa de uma anã branca num sistema binário excede o limite de Chadrasekhar por gás absorvido da outra estrela. Uma vez que a luminosidade absoluta de uma SN Tipo Ia é bastante constante no pico de maior brilho, a distância para uma SN Ia pode ser determinada pela medida de sua magnitude aparente. Devido a essa constância no brilho ela é considerada "vela padrão" e sua luminosidade pode ser utilizada para medições observacionalmente.

A magnitude aparente,  $m$ , é frequentemente

usada como uma medida de brilho das estrelas observadas na Terra. Devemos considerar dois objetos cujo o fluxo aparente é dado por  $F_1$  e  $F_2$ . As magnitudes aparentes dessas estrelas ( $m_1$  e  $m_2$ ) são relacionadas com os fluxos conforme

$$m_1 - m_2 = -\frac{5}{2} \log_{10} \left( \frac{F_1}{F_2} \right). \quad (18)$$

Definimos magnitude absoluta  $M$  de um objeto, em termos da magnitude aparente e à distância de luminosidade  $d_L$

$$m - M = 5 \log_{10} \left( \frac{d_L}{10pc} \right). \quad (19)$$

Se a distância está em Megaparsec então

$$m - M = 5 \log_{10} d_L + 25. \quad (20)$$

Em outras palavras, a magnitude absoluta é igual à magnitude aparente localizada numa distância  $d_L = 10pc$ . A magnitude absoluta de SN Ia é conhecida ser em torno de  $M = -19$  no pico de maior brilho.

Com a equação (20) descobrimos  $d_L$  e medindo o comprimento de onda determinamos o *redshift*.

## II. Radiação cósmica de fundo em Micro ondas (CMB)

As observações de temperaturas anisotrópicas na CMB forneceram outro teste independente para a existência de Energia Escura. O céu mais antigo que podemos ver é a chamada superfície de ultimo espalhamento, momento em que ocorre a última interação entre fótons e elétrons livres, que logo serão aprisionados por íons para formar átomos.

Os fótons foram fortemente acoplados à bárions e elétrons antes da época de desacoplamento  $z \simeq 1090$ , mas eles puderam se mover livremente

depois disso.

Em 1963, Penzias e Wilson [10] foram os primeiros a detectar fótons de CMB termalizados a uma temperatura quase uniforme em todo o céu.

A presença de Energia Escura afeta o espectro de potência da CMB de duas maneiras: o primeiro efeito é a mudança de posição dos picos acústicos vindo da modificação da distância do diâmetro angular. O segundo efeito é o chamado efeito Sachs-Wolfe Integrado (ISW)[11] causado pela variação do potencial gravitacional.

## III. MODELOS ALTERNATIVOS

### I. Constante Cosmológica

Albert Einstein construiu a Relatividade Geral em 1915-1916 [1] e em 1917 aplicou sua teoria para o universo. Na ausência de constante cosmológica é evidente que o fator de escala  $a$  pode mudar dinamicamente no tempo. Em 1910, entretanto, Einstein acreditava que o universo era estático e assim introduziu a constante cosmológica para realizar tal universo.

A constante cosmológica é a teoria mais simples que apresenta uma explicação para a Energia Escura, e em especial  $\Lambda$  é importante pois em todas as teorias teremos uma relação com a constante cosmológica, de tal modo que nas demais teorias necessitamos de que a constante cosmológica seja nula ou com valor muito pequeno. Com isso torna-se importante entender o comportamento da constante cosmológica e os motivos que a fazem assumir um pequeno valor.

O tensor energia momento  $T_{\mu\nu}$  da Equação de Einstein (7) obedece a lei de conservação  $T_{\mu\nu}^{;\nu} = 0$ , com o símbolo  ${}_{;\mu} = \nabla_{\mu}$  representando a derivada

covariante. Assim a equação de Einstein com constante cosmológica  $\Lambda$  fica

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (21)$$

Esta equação (21) pode ser derivada pelo princípio de mínima de ação. Baseado na ação linear em termos do escalar Ricci  $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$  e na ação da matéria  $S_m$ , a ação total é dada por

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\Lambda) + S_m. \quad (22)$$

A variação da ação (22) com respeito à  $g^{\mu\nu}$  nos dá

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x [\delta(\sqrt{-g})(g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} - 2\Lambda) + \sqrt{-g}\delta g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} + \sqrt{-g}g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu}] + \delta S_m. \quad (23)$$

Efetuada algumas manipulações nas equações acima [5], obtemos

$$\delta S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} - 8\pi G T_{\mu\nu}) \delta g^{\mu\nu} \equiv dV/d\Phi. \quad (24)$$

A equação de Einstein (21) segue do princípio de mínima ação,  $\delta S = 0$ .

As expressões (8) e (10) para a RG com constante cosmológica não nula ficam [6]

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (25)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3} \quad (26)$$

De (26) é possível ver que  $\Lambda$  trabalha como uma força repulsiva contra a gravidade. E esta força repulsiva seria a anergia escura nesse modelo.

## II. Quintessência

O conceito de campo escalar está muito presente na Física de Campos e Partículas. Usamos o termo "Quintessência" [12], que denota um campo escalar canônico  $\Phi$  com um potencial  $V(\Phi)$  que interage com todas as outras componentes somente através da gravidade padrão. O modelo de Quintessência é portanto descrito pela ação

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [\frac{1}{2}R + \mathcal{L}_\Phi] + S_M, \quad \mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\Phi\partial_\nu\Phi - V(\Phi) \quad (27)$$

com  $k^2 = 8\pi G$  e  $R$  o escalar de Ricci. Suprimindo cálculos, [6], obtemos

$$H^2 = \frac{k^2}{3} \left[ \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2 + V(\Phi) + \rho_M \right], \quad (28)$$

A variação da ação (27) com respeito a  $\Phi$  é dada por

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + V_\Phi = 0 \quad (30)$$

Assim, a presença da contribuição do campo escalar na ação total simula o efeito da expansão acelerada do universo.

## III. Teoria $f(R)$

O último modelo que procura explicar a Energia Escura se baseia em realizar uma mudança no lado esquerdo da equação de Einstein, ou seja, modificar o conteúdo da contribuição dos campos, chamado de modelo de gravitação modificada [13], [14].

Um dos mais simples modelos de gravitação modificada é o chamado gravidade  $f(R)$  em que a

ação quadridimensional é dada por alguma função geral  $f(R)$  do escalar de Ricci  $R$

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_m), \quad (31)$$

ao passo que, como usual  $k^2 = 8\pi G$ , e  $S_m$  é a ação da matéria com campo material  $\Psi_m$ .

### III.1 O formalismo métrico

Existem duas formulações para a obtenção das equações generalizadas de campo a partir da ação com  $f(R)$ : a formulação de Palatini e a formulação métrica. Optaremos por utilizar a formulação métrica considerando  $\Gamma_{\nu\lambda}^\mu$  função de  $g_{\mu\nu}$  e realizando a variação funcional com respeito a métrica.

A equação de campo resultante fica

$$F(R)R_{\mu\nu}(g) - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - \nabla_\mu \nabla_\nu F(R) + g_{\mu\nu}F(R) = k^2 T_{\mu\nu}, \quad (32)$$

com  $F(R) \equiv \partial f / \partial R$  (Também usamos a notação  $f_{,R} \equiv \partial f / \partial R$ ,  $f_{,RR} \equiv \partial^2 / \partial R^2$ ) e  $T_{\mu\nu}$  o tensor energia momento da matéria. Os passos para derivação dessa equação são semelhantes aos utilizados para obter a equação (24). O traço da equação (32) é dado por

$$3F(R) + F(R)R - 2f(R)g_{\mu\nu} = k^2 T_{\mu\nu}, \quad (33)$$

com  $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu} = -\rho + 3P$ . Aqui  $\rho$  e  $P$  são densidade de energia e pressão da matéria, respectivamente.

## IV. CONCLUSÃO

A Energia Escura foi proposta no ano de 1998 [9], logo após a análise dos dados das supernovas tipo Ia, e depois de tantos anos de pesquisa teórica

e experimental a Energia Escura continua uma questão não respondida.

Esses modelos mencionados podem todos serem inapropriados, mas serão de grande valia, no tocante ao *background* matemático. Nesse século, estão em curso diversos projetos que poderão ajudar na compreensão da natureza da Energia Escura, auxiliando a indicar as abordagens mais adequadas. Esse é o maior problema da Cosmologia da atualidade em aberto.

## V. AGRADECIMENTOS

Agradecimento especial ao CNPq por ter financiado este trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] EINSTEIN, A. *The Foundation of the General Theory of Relativity* Annalen der Physik 49, 1916
- [2] D'INVERNO. Clarendon Press: Oxford, 2005. *R. Introducing Einstein's Relativity* 21, 116, 2004.
- [3] SCHUTZ, B. *A first course in General Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [4] ZWICKY. *On the Red Shift of Spectral Lines through Interstellar Space*. F.Proceedings of the National Academy of Science 15, 1929.
- [5] ADE, P. A. R.; AGHANIM, N.; ARMITAGE-CAPLAN, C.; (Planck Collaboration) et al.

- Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results* - Table 9. *Astronomy and Astrophysics* 571, 2013.
- [6] AMENDOLA, L.; TSUJIKAWA, S. *Dark Energy: Theory and Observations*. Cambridge, 2010.
- [7] HUBBLE, E. P. *The Observational Approach to Cosmology*. The Clarendon Press, 1937.
- [8] RIESS, A. et al. *Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant* *Astron. J.* 116, 1998.
- [9] PERLMUTTER, S et al. *Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 high-redshift supernovae*. *Astrophys. J.* 517, 1999.
- [10] PENZIAS, A. A. ; WILSON, R. W. *A measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s*. *Astrophys. J.* 142, 1965.
- [11] SACHS, R. K. ; WOLFE, A. M. *Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background*. *Astrophys. J.* 147, 1967.
- [12] ATRA, P.; PEEBLES, L. *Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field*. *Physical Review D* 37, 1988.
- [13] BUCHDAHL, H. A. *Non-linear Lagrangians and cosmological theory*. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 150, 1970.
- [14] MÜLLER, D. ; DE ANDRADE, V. C. ; MAIA, C. ; REBOUÇAS, M. J. ; TEIXEIRA, A. F. F. *Future dynamics in  $f(R)$  theories*. *European Physical Journal C. Particles and Fields*, v. 75, p. 13, 2015..