

# Deduzindo $d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$ da eletrodinâmica de Ampère

J. P. M. C. CHAIB\*

Universidade Católica de Brasília - UCB, Departamento de Física  
QS 7 LT 01 - Águas Claras, Brasília - DF, 71966-700

## Resumo

*Este artigo apresenta uma forma de deduzir a expressão,  $d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$ , a partir da Força de Ampère considerando o caso geral da interação entre um circuito fechado de forma qualquer  $l'$  e um elemento de corrente  $id\vec{l}$ .*

Keywords: Força de Ampère, Eletrodinâmica, Campo Magnético

## 1 Introdução

Apesar do nome de A. -M. Ampère (1775 – 1836) ser reconhecido por conta da denominação dada para a intensidade de corrente elétrica, o mesmo ainda não ocorre quando se trata de seus trabalhos. Em [1] encontra-se o alerta para a distorção de conceitos e fatos a respeito do trabalho de Ampère e de seus contemporâneos. Entre os erros mais comuns encontra-se a atribuição de autoria à Ampère para a lei de Maxwell denominada “lei de Ampère (!)”. Ou dar autoria à Biot e Savart para a expressão para o campo magnético devido a um elemento de corrente.<sup>1</sup> A análise dos passos de Ampère que culminaram na publicação de seu livro *Teoria dos Fenômenos Eletrodinâmicos Deduzida Unicamente da Experiência* — o *Principia* da eletrodinâmica segundo [2] — bem como a primeira tradução integral desse livro para língua estrangeira (português!), encontra-se em [3].

No sentido de enriquecer o material sobre o assunto, apareceram trabalhos de história e ensino de física envolvendo a *Eletrodinâmica de Ampère* e seus debates. Por exemplo, a exploração no ensino de física do debate entre Biot e Ampère para a interpretação do experimento de Oersted, [4]. Recentemente fundamentados em [5] e usando da notação da época, Dias e Dias apresentaram um resumo dos cálculos principais desenvolvidos por Ampère relacionados aos casos de equilíbrio, [6]. Mais recente ainda, em [7] usa-se da configuração específica da força entre o fio condutor retilíneo infinito e uma espira condutora

---

\*e-mail:jopachaib@gmail.com

<sup>1</sup>A origem das denominações que levam a essas autorias mal atribuídas ainda nos é um mistério.

para ilustrar a equivalência do resultado integrado e levantar o debate sobre o ensino da (correta) Força de Ampère nos ambientes formais.

Na verdade, é de conhecimento entre os pesquisadores da Eletrodinâmica de Ampère que a forma diferencial da Força de Ampère obedece a terceira lei de Newton em todas as configurações, o que não vale para a forma diferencial moderna, [3, p. 269]. Sabe-se também que, apesar dessa diferença, elas são equivalentes na forma integrada, como se demonstrará aqui. E esse fato não é mera coincidência, como destacou J. Bertrand (1822 – 1900):

As leis descobertas por Ampère permanecem na ciência como uma base sólida e incontestável sobre a qual se apoiam com confiança mesmo aqueles que tem tentado substituí-las por outras. É, com efeito, pela concordância completa de seus princípios propostos com os de Ampère — dentro de todos os casos onde a verificação é realizável — que se crê poder justificar as novas teorias. [8, p. 297]

Notou-se, entretanto, a carência de um material demonstrando a dedução da força eletrodinâmica  $d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$  a partir da Força de Ampère, de uma maneira mais geral, e usando de notação moderna. Sendo assim, para ajudar no desenvolvimento de discussões futuras, neste artigo se fará a dedução geral da força de um circuito fechado com forma qualquer sobre um elemento de corrente disposto de forma arbitrária. Esta demonstração pode ser usada em cursos de eletrodinâmica ou cálculo vetorial.

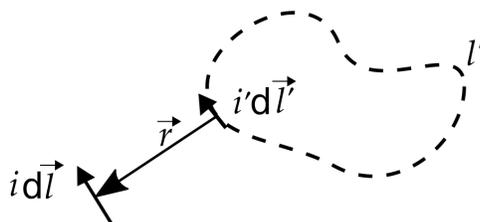
## 2 Transformações convenientes para integração

### 2.1 Primeiro passo: expressar a força em termos de derivadas parciais

Tomemos antes a interação entre dois elementos de correntes  $id\vec{l}$  e  $i'd\vec{l}'$  a uma distância  $\vec{r}$  segundo a Força de Ampère:

$$d^2\vec{F} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ii'}{r^2} \hat{r} \left[ 2 \left( d\vec{l} \cdot d\vec{l}' \right) - 3 \left( \hat{r} \cdot d\vec{l} \right) \left( \hat{r} \cdot d\vec{l}' \right) \right]. \quad (1)$$

Para realizar a integração da força de um circuito fechado  $l'$  de forma qualquer sobre o elemento de corrente  $id\vec{l}$ , nos interessa reescrever (1) em termos de derivadas parciais.



**Figura 1:** Elementos de corrente  $id\vec{l}$  e  $i'd\vec{l}'$  a uma distância  $\vec{r}$

No sistema cartesiano, temos:

$$\vec{r} = (x - x')\hat{x} + (y - y')\hat{y} + (z - z')\hat{z}, \quad (2a)$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}, \quad (2b)$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}. \quad (2c)$$

Como um ponto no circuito  $l$  define as coordenadas  $x, y, z$ , podemos parametrizar  $x(l)$ ,  $y(l)$  e  $z(l)$ . O mesmo vale para o circuito  $l'$  e as coordenadas  $x', y', z'$ . De maneira que no fundo  $r(l, l')$ . Assim:

$$\frac{\partial r}{\partial l} = \frac{1}{r} \left( (x - x') \frac{\partial x}{\partial l} + (y - y') \frac{\partial y}{\partial l} + (z - z') \frac{\partial z}{\partial l} \right), \quad (3a)$$

$$\frac{\partial r}{\partial l'} = \frac{-1}{r} \left( (x - x') \frac{\partial x'}{\partial l'} + (y - y') \frac{\partial y'}{\partial l'} + (z - z') \frac{\partial z'}{\partial l'} \right). \quad (3b)$$

Também temos que,

$$\frac{\partial(r^2)}{\partial l} = 2 \left( (x - x') \frac{\partial x}{\partial l} + (y - y') \frac{\partial y}{\partial l} + (z - z') \frac{\partial z}{\partial l} \right), \quad (4a)$$

$$\frac{\partial^2(r^2)}{\partial l \partial l'} = -2 \left( \frac{\partial x}{\partial l} \frac{\partial x'}{\partial l'} + \frac{\partial y}{\partial l} \frac{\partial y'}{\partial l'} + \frac{\partial z}{\partial l} \frac{\partial z'}{\partial l'} \right). \quad (4b)$$

Por outro lado,  $d\vec{l} = dl_x \hat{x} + dl_y \hat{y} + dl_z \hat{z}$ . Além disso, por terem a mesma dimensão,  $dl_x = dx$ ,  $dl_y = dy$  e  $dl_z = dz$ . Então:

$$dl_x = \frac{\partial x}{\partial l} dl; \quad dl_y = \frac{\partial y}{\partial l} dl \quad \text{e} \quad dl_z = \frac{\partial z}{\partial l} dl. \quad (5)$$

Assim, temos que,

$$\begin{aligned} \hat{r} \cdot d\vec{l} &= \frac{(x - x')}{r} dl_x + \frac{(y - y')}{r} dl_y + \frac{(z - z')}{r} dl_z = \\ &= \frac{(x - x')}{r} \frac{\partial x}{\partial l} dl + \frac{(y - y')}{r} \frac{\partial y}{\partial l} dl + \frac{(z - z')}{r} \frac{\partial z}{\partial l} dl \Rightarrow \\ \Rightarrow \hat{r} \cdot d\vec{l} &= \frac{1}{r} \left( (x - x') \frac{\partial x}{\partial l} + (y - y') \frac{\partial y}{\partial l} + (z - z') \frac{\partial z}{\partial l} \right) dl. \end{aligned} \quad (6)$$

Ao comparar (3a) e (6), chegamos:

$$\hat{r} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial r}{\partial l} dl. \quad (7)$$

De maneira análoga,

$$\hat{r} \cdot d\vec{l}' = \frac{-1}{r} \left( (x - x') \frac{\partial x}{\partial l'} + (y - y') \frac{\partial y}{\partial l'} + (z - z') \frac{\partial z}{\partial l'} \right) dl'. \quad (8)$$

Ao comparar (3b) e (8), chegamos:

$$\hat{r} \cdot d\vec{l}' = -\frac{\partial r}{\partial l'} dl' . \quad (9)$$

Continuando,

$$\begin{aligned} d\vec{l} \cdot d\vec{l}' &= dl_x dl'_x + dl_y dl'_y + dl_z dl'_z = \\ &= \left( \frac{\partial x}{\partial l} \frac{\partial x'}{\partial l'} + \frac{\partial y}{\partial l} \frac{\partial y'}{\partial l'} + \frac{\partial z}{\partial l} \frac{\partial z'}{\partial l'} \right) dl dl' . \end{aligned} \quad (10)$$

Comparando (4b) com (10), temos

$$\begin{aligned} d\vec{l} \cdot d\vec{l}' &= -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 (r^2)}{\partial l' \partial l} = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial l'} \left( 2r \frac{\partial r}{\partial l} \right) = \\ &= -\left( r \frac{\partial^2 r}{\partial l' \partial l} + \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Substituindo (7), (9) e (11) em (1):

$$\begin{aligned} d^2 \vec{F} &= -\frac{\mu_0 ii'}{4\pi r^2} \hat{r} \left[ -2 \left( r \frac{\partial^2 r}{\partial l' \partial l} + \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right) dl dl' + 3 \left( \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right) dl dl' \right] \\ &= -\frac{\mu_0 ii'}{4\pi r^2} \hat{r} \left[ -2r \frac{\partial^2 r}{\partial l' \partial l} + \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right] dl dl' \end{aligned} \quad (12)$$

Manipulando mais um pouco,

$$\begin{aligned} d^2 \vec{F} &= \frac{\mu_0 ii'}{2\pi r} \hat{r} \left[ \frac{\partial^2 r}{\partial l' \partial l} - \frac{1}{2} r^{-1} \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right] dl dl' = \\ &= \frac{\mu_0 ii'}{2\pi r^{\frac{1}{2}}} \hat{r} \left[ r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^2 r}{\partial l' \partial l} - \frac{1}{2} r^{-\frac{3}{2}} \frac{\partial r}{\partial l} \frac{\partial r}{\partial l'} \right] dl dl' = \\ &= \frac{\mu_0 ii'}{2\pi r^{\frac{1}{2}}} \hat{r} \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial l} \right) \right] dl dl' . \end{aligned} \quad (13)$$

## 2.2 Segundo passo: Tratar as componentes em separado

Ao realizar o produto escalar, temos o seguinte:

$$d\vec{l}' \cdot \hat{x} = dl \cos(\theta_x) \quad \text{e} \quad d\vec{l}' \cdot \hat{x} = dl_x . \quad (14)$$

Assim, usando das relações obtidas em (5), temos que:

$$\cos(\theta_x) = \frac{\partial x}{\partial l} ; \quad \cos(\theta_y) = \frac{\partial y}{\partial l} \quad \text{e} \quad \cos(\theta_z) = \frac{\partial z}{\partial l} . \quad (15)$$

O que faz bastante sentido pensando geometricamente. Usaremos a forma do cosseno, ao invés da derivada parcial, para não confundir na notação. Assim, também se atribui uma intuição geométrica para o cálculo desenvolvido.

Igualmente para reduzir um pouco a quantidade dos símbolos, vamos considerar — sem perda nenhuma na generalização — que o ponto central do elemento de corrente  $id\vec{l}$  se encontra na origem do sistema de coordenadas. De maneira que  $(x,y,z) = (0,0,0)$  e

$$\vec{r} = (-x'\hat{x} - y'\hat{y} - z'\hat{z}) . \quad (16)$$

Desenvolvendo como fizemos em (3a), e usando (15) chegamos que:

$$\frac{\partial r}{\partial l} = \frac{1}{r} [-x' \cos(\theta_x) - y' \cos(\theta_y) - z' \cos(\theta_z)] . \quad (17)$$

Ao mesmo tempo, de (13), temos que a componente  $x$  da força entre elementos de correntes fica:

$$d^2 F_x \hat{x} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{ii'}{r^{\frac{1}{2}}} \frac{-x'}{r} \hat{x} \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( r^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial r}{\partial l'} \right) \right] dl dl' . \quad (18)$$

Para aliviar a notação, por enquanto, não escreveremos o versor  $\hat{x}$ . Assim, substituindo (17) em (18) temos:

$$d^2 F_x = \frac{\mu_0}{2\pi} ii' dl dl' \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \frac{\partial}{\partial l'} \left[ \frac{1}{r^{\frac{3}{2}}} (x' \cos(\theta_x) + y' \cos(\theta_y) + z' \cos(\theta_z)) \right] . \quad (19)$$

Manipulando,

$$\begin{aligned} d^2 F_x &= \frac{\mu_0}{2\pi} ii' dl dl' \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial l'} \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_x) + \left( \frac{\partial}{\partial l'} \frac{y'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_y) + \left( \frac{\partial}{\partial l'} \frac{z'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_z) \right] = \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} ii' dl dl' \left[ \left( \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \frac{\partial}{\partial l'} \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_x) + \frac{x'}{y'} \left( \frac{y'}{r^{\frac{3}{2}}} \frac{\partial}{\partial l'} \frac{y'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_y) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x'}{z'} \left( \frac{z'}{r^{\frac{3}{2}}} \frac{\partial}{\partial l'} \frac{z'}{r^{\frac{3}{2}}} \right) \cos(\theta_z) \right] = \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} ii' dl dl' \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{r^{\frac{3}{2}}} \right)^2 \cos(\theta_x) + \frac{x'}{y'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{y'}{r^{\frac{3}{2}}} \right)^2 \cos(\theta_y) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x'}{z'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{z'}{r^{\frac{3}{2}}} \right)^2 \cos(\theta_z) \right] = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} ii' dl dl' \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'^2}{r^3} \right) \cos(\theta_x) + \frac{x'}{y'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{y'^2}{r^3} \right) \cos(\theta_y) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{x'}{z'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{z'^2}{r^3} \right) \cos(\theta_z) \right] . \quad (20) \end{aligned}$$

Por outro lado temos que, pela regra da derivada do produto

$$\begin{aligned} \frac{y'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \right) + \frac{x'}{y'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{y'^2}{r^3} \right) &= \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \cdot \frac{y'^2}{r^3} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x'}{y'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{y'^2}{r^3} \right) &= \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x' y'}{r^3} \right) - \frac{y'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Igualmente,

$$\frac{x'}{z'} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{z'^2}{r^3} \right) = \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x' z'}{r^3} \right) - \frac{z'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{z'} \right). \quad (22)$$

Assim, usando (21) e (22) em (20), temos:

$$\begin{aligned} d^2 F_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} i i' dl dl' \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'^2}{r^3} \cos(\theta_x) + \frac{x' y'}{r^3} \cos(\theta_y) + \frac{x' z'}{r^3} \cos(\theta_z) \right) + \right. \\ &\quad \left. - \cos(\theta_y) \frac{y'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \right) - \cos(\theta_z) \frac{z'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{z'} \right) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Para simplificar o primeiro termo entre parênteses de (23) usamos do produto escalar  $\hat{r} \cdot d\vec{l} = dl \cos(\theta)$ , que combinado com (17):

$$-\frac{x'}{r} \cos(\theta_x) - \frac{y'}{r} \cos(\theta_y) - \frac{z'}{r} \cos(\theta_z) = \cos(\theta). \quad (24)$$

Disto temos que:

$$\left( \frac{x'^2}{r^3} \cos(\theta_x) + \frac{x' y'}{r^3} \cos(\theta_y) + \frac{x' z'}{r^3} \cos(\theta_z) \right) = -\frac{x'}{r^2} \cos(\theta) \quad (25)$$

Assim, substituindo (25) em (23), encontramos:

$$\begin{aligned} d^2 F_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} i i' dl dl' \left[ \frac{\partial}{\partial l'} \left( -\frac{x'}{r^2} \cos(\theta) \right) + \right. \\ &\quad \left. - \cos(\theta_y) \frac{y'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \right) - \cos(\theta_z) \frac{z'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{z'} \right) \right] \end{aligned} \quad (26)$$

Tomando, em (26) o produto dos elementos  $dl$  e  $dl'$  com os termos dentro dos colchetes, quando olhamos para a variável  $y'$  temos:

$$\begin{aligned} dl \cos(\theta_y) \frac{y'^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{x'}{y'} \right) dl' &= \\ = dl_y \frac{y'^2}{r^3} \left( \frac{y' \frac{\partial x'}{\partial l'} - x' \frac{\partial y'}{\partial l'}}{y'^2} \right) dl' &= \\ dl_y \left( \frac{y' dl'_x - x' dl'_y}{r^3} \right) &. \end{aligned} \quad (27)$$

Assim, e retomando a escrita suprimida do versor  $\hat{x}$ , (26) fica:

$$d^2F_x \hat{x} = \frac{\mu_0}{4\pi} ii' \left[ dl \frac{\partial}{\partial l'} \left( \frac{-x'}{r^2} \cos(\theta) \right) dl' + \right. \\ \left. - dl_y \left( \frac{y' dl'_x - x' dl'_y}{r^3} \right) - dl_z \left( \frac{z' dl'_x - x' dl'_z}{r^3} \right) \right] \hat{x}. \quad (28)$$

Pode-se obter as demais componentes da força elementar de maneira análoga, de maneira que,

$$d^2F_y \hat{y} = \frac{\mu_0}{4\pi} ii' \left[ dl \frac{\partial}{\partial l'} \left( -\frac{y'}{r^2} \cos(\theta) \right) dl' + \right. \\ \left. - dl_x \left( \frac{x' dl'_y - y' dl'_x}{r^3} \right) - dl_z \left( \frac{z' dl'_y - y' dl'_z}{r^3} \right) \right] \hat{y} \quad (29)$$

e

$$d^2F_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{4\pi} ii' \left[ dl \frac{\partial}{\partial l'} \left( -\frac{z'}{r^2} \cos(\theta) \right) dl' + \right. \\ \left. - dl_x \left( \frac{x' dl'_z - z' dl'_x}{r^3} \right) - dl_y \left( \frac{y' dl'_z - z' dl'_y}{r^3} \right) \right] \hat{z} \quad (30)$$

### 3 Obtendo $d\vec{F} = id\vec{l} \times \vec{B}$

Lembrando também que  $\vec{r} = (-x' \hat{x} - y' \hat{y} - z' \hat{z})$ , note-se que ao integrar a força sobre um circuito  $l'$  começando na extremidade  $l'_1$  e terminando na extremidade  $l'_2$ , o primeiro termo entre os colchetes da resultante de (28), (29) e (30) adquire a seguinte forma:

$$-(x'_2 \hat{x} + y'_2 \hat{y} + z'_2 \hat{z}) \frac{\cos(\theta_2)}{r_2^2} + (x'_1 \hat{x} + y'_1 \hat{y} + z'_1 \hat{z}) \frac{\cos(\theta_1)}{r_1^2} = \quad (31a)$$

$$= \cos(\theta_2) \frac{\hat{r}_2}{r_2} - \cos(\theta_1) \frac{\hat{r}_1}{r_1}. \quad (31b)$$

Cujo valor é zero para uma integral fechada, ou se os limites de  $r_1$  e  $r_2$  forem para o infinito.

Assim, tomando (28), (29), (30) e trocando a ordem dos fatores para rearranjar em uma forma um pouco mais familiar, pode-se escrever que,

$$d\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} ii' \left[ \left( dl_y \oint_{l'} \frac{x' dl'_y - y' dl'_x}{r^3} - dl_z \oint_{l'} \frac{z' dl'_x - x' dl'_z}{r^3} \right) \hat{x} + \right. \\ + \left( dl_z \oint_{l'} \frac{y' dl'_z - z' dl'_y}{r^3} - dl_x \oint_{l'} \frac{x' dl'_y - y' dl'_x}{r^3} \right) \hat{y} + \\ \left. + \left( dl_x \oint_{l'} \frac{z' dl'_z - x' dl'_x}{r^3} - dl_y \oint_{l'} \frac{y' dl'_z - z' dl'_y}{r^3} \right) \hat{z} \right] \quad (32)$$

Ao definirmos,

$$B_x \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} i' \oint_{l'} \frac{y' dl'_z - z' dl'_y}{r^3} ; \quad (33a)$$

$$B_y \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} i' \oint_{l'} \frac{y' dl'_z - z' dl'_y}{r^3} ; \quad (33b)$$

$$B_z \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} i' \oint_{l'} \frac{x' dl'_y - y' dl'_x}{r^3} e \quad (33c)$$

$$\vec{B} \equiv B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z} , \quad (33d)$$

chegamos a dois resultados.

O primeiro consiste que, lembrando que as componentes de  $\vec{r}$  são negativas no nosso cálculo, pode-se usar a definição de produto vetorial para simplificar as expressões acima em:

$$\vec{B} \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l'} \frac{i' d\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3} . \quad (34)$$

Ampère foi o primeiro a chegar nessa expressão. Na época denominou a integral  $\oint_{l'} \frac{d\vec{l}' \times \vec{r}}{r^3}$  — note que o termo  $i'$  foi deixado de fora — como *Diretriz*, [3, p. 177]. Uma grandeza que depende apenas da forma do circuito.

E finalmente, o segundo resultado leva à simplificação de (32) :

$$\begin{aligned} d\vec{F} = & i [ (dl_y B_z - dl_z B_y) \hat{x} + \\ & + (dl_z B_x - dl_x B_z) \hat{y} + \\ & + (dl_x B_y - dl_y B_x) \hat{z} ] . \end{aligned} \quad (35a)$$

Que ao usar também a definição de produto vetorial fica:

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B} \quad (35b)$$

O que significa que qualquer circuito fechado exercerá uma força perpendicular ao elemento de corrente interagente. Ao contrário do que se pensa, esta consequência expressa matematicamente foi obtida em primeira mão por Ampère, o desenvolvedor original da teoria da interação entre elementos de corrente.

## 4 Considerações finais

Sabendo do resultado da direção da força de um circuito fechado ser perpendicular ao elemento de corrente, J. C. Maxwell (1831-1879) interpretou que a força eletromagnética era uma expressão da *pressão do éter eletromagnético* sobre esse elemento. Isto provavelmente foi um dos pontos principais que o motivou admitir somente a existência de correntes fechadas na sua concepção eletromagnética. Soma-se

também que a partir de (34) se deduz a *lei da não existência do monopolo magnético* das equações de Maxwell, e — somando a equação da conservação das cargas — a forma completa da *lei circuital magnética* (a também chamada lei de Ampère-Maxwell), [9, p. 82].

Deve-se destacar igualmente que a demonstração desenvolvida aqui, tem a mesma validade didática de — como fazemos em mecânica — deduzir as leis de Kepler da força gravitacional newtoniana. Esses procedimentos são um caminho “de volta” se comparados ao processo histórico. Tal como Newton usou como referência as leis de Kepler para encontrar (ou fundamentar) sua força gravitacional, Ampère usou em seu livro o teorema extraído experimentalmente no *caso de equilíbrio da não existência de força tangencial* primeiro, para depois chegar à forma final de sua expressão para a força entre elementos de corrente, [3, p. 191].

Por fim, espera-se que este artigo contribua para discussões futuras, dentro e fora de sala de aula.

## Referências

- [1] Chaib, J. P. M. C. e Assis, A. K. T. . Distorção da obra eletromagnética de Ampère nos livros didáticos. *Rev. Bras. de Ensino de Física*, **29**(1), 65, (2007).
- [2] Williams, L. P., Ampère, André-Marie Em: Gillispie, C. C. (Ed.) *Dictionary of Scientific Biography* Vol.1, Nova York: Charles Scribner's Sons, (1981) p. 139–147.
- [3] A. K T, Assis e Chaib, J. P. M. C., *Eletrodinâmica de Ampère*. Campinas: Editora da Unicamp, (2011).
- [4] Braga, M., Guerra, A. e Reis, J. C. *Science & Education*, **21**(6), 921, (2012).
- [5] Chaib, J. P. M. C. *Análise do Significado e da Evolução do Conceito de Força de Ampère, juntamente com a Tradução Comentada de sua Principal Obra sobre Eletrodinâmica*, Campinas, pp. 386, Tese (doutorado), Unicamp (2009).
- [6] Dias, V. H. A. e Dias, P. M. C. *Rev. Bras. de Ensino de Física*, **37**(4), 4601, (2015).
- [7] dos Santos, H. S. T. e Gardelli, D. *Cad. Bras. de Ensino de Física*, **34**(3), 864, (2017).
- [8] Bertrand, J. *Jour. de Physique Théorique et Appliquée*, **3**(1), 297, (1874).
- [9] Assis, A. K. T. *Eletrodinâmica de Weber*. Campinas: Editora da Unicamp, (1995).