

# A VIDEOANÁLISE DE UMA BOLA SALTITANTE: UM ESTUDO SOBRE AS PERDAS DE ENERGIA UTILIZANDO APLICATIVOS PARA SMARTPHONES

FRANCISCO ADEIL GOMES DE ARAÚJO\*

Secretaria de Educação Básica do Ceará- SEDUC

EEMTI Estado do Amazonas, Bela Vista, Fortaleza-CE CEP 60441-750

MEIRIVÂNI MENESES DE OLIVEIRA

Secretaria de Educação Básica do Ceará- SEDUC, Av. Gen.

Afonso Albuquerque Lima, Cambeba, Fortaleza - CE CEP: 60822-325

ELONEID FELIPE NOBRE

Universidade Federal do Ceará - UFCE Campus do Pici, BL 902

Av. Mister Hull, s/n - Pici, Fortaleza - CE, 60455-760

ALEXANDRE GONÇALVES PINHEIRO

Faculdade de Educação, Universidade Estadual do Ceará- UECE,

Planalto Universitário, Quixadá-CE, CEP: 63.900-000

MARCONY SILVA CUNHA

Departamento de Física, Universidade Estadual do Ceará - UECE

Av. Dr. Silas Munguba, 1700, Itaperi, 60714-903, Fortaleza-CE

## Abstract

*O tema das colisões nem sempre é bem compreendido pelos estudantes das escolas secundárias. Este trabalho apresenta uma atividade experimental para alunos do ensino secundário com o objetivo de consolidar o estudo de colisões e nortear a ação pedagógica dos professores. Foram utilizados dois aplicativos de videoanálises para estudar as perdas de energia em uma colisão entre uma bola de tênis e uma mesa. Obtivemos e analisamos as velocidades em cada eixo, as alturas máximas alcançadas pela bola, a perda de energia cinética após cada impacto com a mesa e o coeficiente de restituição da colisão. A utilização dos recursos do smartphone permitiu estabelecer uma interação entre a teoria e a aplicação do conhecimento físico a situações concretas, possibilitando o aprendizado com diferentes representações como gráficos, diagramas, tabelas, imagens e o próprio vídeo. Isso permitiu aos alunos desempenhar um papel mais ativo a partir da utilização do smartphone como instrumento de medição e análise.*

*Palavras-chave: Energia; Colisões; Ensino de Física; Videoanálise; Tecnologias Educacionais.*

---

\*chicoadeil@gmail.com

## 1 Introdução

Bolas de bilhar que se chocam, correntes de água que colidem com as pás de uma turbina, nêutrons que se chocam com núcleos atômicos em um reator nuclear, colisões entre dois carros e o impacto de um meteoro na superfície terrestre. Todos estes eventos são exemplos de colisões, presentes, em maior ou menor escala, no cotidiano dos cidadãos.

O que é então uma colisão? De acordo com Sears e Zemansky [1], “colisão é qualquer vigorosa interação entre dois corpos com uma duração relativamente curta”.

No intuito de explorar e desenvolver esse tema com os estudantes, este trabalho buscou explorar o coeficiente de restituição e a perda de energia cinética após a colisão entre uma bola de tênis e uma mesa, utilizando aplicativos de videoanálises para smartphones.

A utilização de smartphones em sala de aula apresenta várias vantagens, principalmente em escolas que sofrem com a falta de laboratórios equipados. Segundo Rath [2], os smartphones são verdadeiros “canivetes suíços digitais”. Eles possuem diversos sensores e aplicativos que facilitam a aprendizagem e o ensino de Física, embora não tenham sido fabricados com este propósito. Kunh, Müller, Hirth, Hochberg, Klein e Molz [3] explicam que

*[...] o sensor de aceleração é usado para determinar a inclinação e ajustar a orientação da tela do dispositivo, o sensor de força de campo magnético é usado como uma bússola para ajudar a navegação para o aparelho. Outros sensores são usados, por exemplo, para informar ao usuário dados específicos do local (clima), ambiente (temperatura, pressão, umidade, etc).*

A possibilidade de realizar diversos experimentos utilizando sensores e aplicativos de smartphones e analisá-los através de gráficos e tabelas faz com que os alunos adquiram uma maior capacidade de lidar com múltiplas representações e segundo Hirth Kunh, Müller, Rohs, Klein [4]: “os alunos com maior capacidade de lidar com representações têm maiores competências nas resoluções de problemas”. Já Klein, Kuhn, Müller, Gröber [5], vão além e afirmam que

*A utilização de dispositivos móveis como um instrumento de medição e análise permitirá aos alunos desempenharem um papel mais ativo nos processos de resolução de problemas. Eles se envolvem no experimento, coletam e analisam dados experimentais e, portanto, experimentam autonomia, o que é dito para estimular a motivação.*

Desta maneira, com o objetivo de contribuir para o ensino de mecânica em sala de aula no primeiro ano do ensino secundário, este trabalho busca:

- (a) Fazer com que os smartphones sejam vistos como recurso didático em sala de aula;
- (b) Estabelecer uma interação entre a teoria e a aplicação do conhecimento físico a situações concretas;
- (c) Possibilitar o aprendizado com diferentes representações como gráficos, diagramas, tabelas, imagens e o próprio vídeo;

- (d) Permitir aos alunos um papel mais ativo a partir da utilização do smartphone como instrumento de medição e análise.

Para alcançar estes objetivos, o artigo está organizado da seguinte forma: Na primeira seção, será apresentada uma revisão teórica abordando o coeficiente de restituição e a perda de energia cinética após cada impacto. Na segunda seção, será descrito como o experimento foi realizado e as análises dos resultados. Na terceira seção, será feita uma reflexão sobre como o professor poderá explorar este tipo de experimento em sala de aula e finalmente, será feitas algumas considerações sobre a viabilidade deste trabalho e as perspectivas para o seu desenvolvimento.

## 2 Coeficiente de restituição e a perda de energia cinética por impacto: uma revisão teórica

O objetivo desta seção é verificar o que acontece em uma colisão em que um dos objetos é uma bola de tênis e o outro é uma mesa, com a massa muito maior que esta.

Quando a bola é solta de uma determinada altura, ela cai com uma certa velocidade em relação à mesa. Esta é a chamada de velocidade de aproximação. Após a colisão com a mesa a velocidade de afastamento terá um valor que é diferente da velocidade de aproximação porque parte da energia cinética inicial é perdida.

Para verificar se a colisão está próxima do caso elástico ou do caso perfeitamente inelástico, podemos encontrar o coeficiente de restituição da colisão, que é a medida da elasticidade da colisão e definida como

$$e = \frac{v_{afastamento}}{v_{aproximacao}}. \quad (1)$$

Se o coeficiente de restituição for igual a 1, as colisões serão elásticas, mas se for igual a 0, serão colisões perfeitamente inelásticas.

Para se calcular o coeficiente de restituição em relação à altura,  $h_1$ , em que a bola foi abandonada, e a altura,  $h_2$ , para a qual a bola retorna após quicar na mesa, usa-se a lei da conservação da energia

$$mgh_1 = \frac{mv_{aproximacao}^2}{2} \rightarrow v_{aproximacao} = \sqrt{2gh_1}, \quad (2)$$

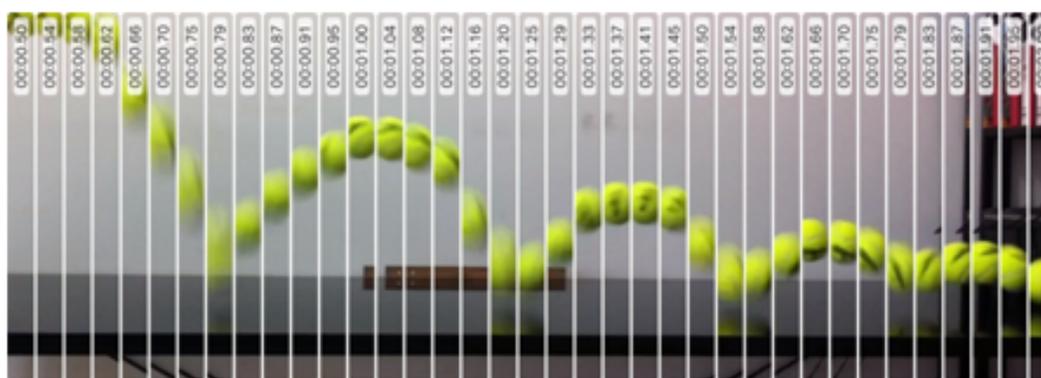
e

$$mgh_2 = \frac{mv_{afastamento}^2}{2} \rightarrow v_{afastamento} = \sqrt{2gh_2}. \quad (3)$$

Substituindo (2) e (3) em e (1), tem-se que

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}. \quad (4)$$

Pode-se também encontrar a expressão que relaciona o coeficiente de restituição com a fração de energia perdida durante o impacto. Para isso basta elevar a equação 1 ao quadrado e multiplicar o



**Figure 1:** A queda de uma bola de tênis mostrada através de uma série de imagens verticais. Fonte: Imagem gerada pelo aplicativo NewtonDV durante a realização do experimento.

numerador e o denominador por  $m/2$

$$e^2 = \frac{v_{afastamento}^2 \cdot \frac{m}{2} K_2}{v_{aproximacao}^2 \cdot \frac{m}{2} K_1}, \quad (5)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são as energias cinéticas entre dois pontos de impacto subsequentes. Das equações (4) e (5), pode-se encontrar uma expressão que relaciona o coeficiente de restituição, as alturas máximas antes e após o impacto com a mesa e suas respectivas energias cinéticas. Desta maneira, temos que

$$e^2 = \frac{h_2}{h_1} = \frac{K_2}{K_1}; \quad (6)$$

Pela equação 6, percebe-se que as diferentes alturas máximas que a bola alcança após a colisão com a mesa é proporcional a sua energia cinética e, por sua vez, proporcional ao quadrado do coeficiente de restituição.

### 3 2. Desenvolvimento do experimento

O experimento consistiu em filmar a trajetória de uma bola de tênis saltitante que foi abandonada de uma altura de aproximadamente  $0,53 \text{ m}$  sobre uma superfície plana horizontal. A escolha deste experimento relativamente simples, deve-se ao fato de sua análise, na maioria das vezes, ser reduzida ao estudo de queda livre. A Figura 1 a seguir mostra uma imagem em série na vertical do experimento, obtidas com o aplicativo *NewtonDV*<sup>1</sup>

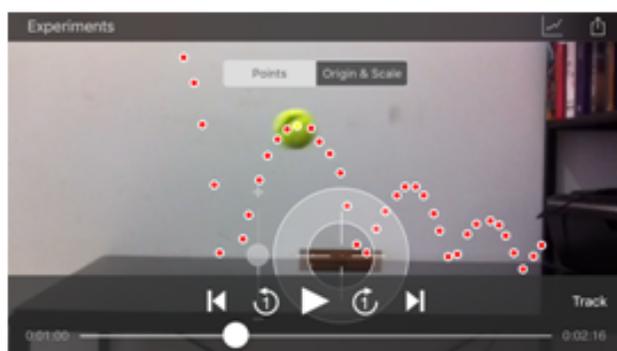
O vídeo, com uma duração de aproximadamente  $3 \text{ s}$ , foi analisado utilizando os aplicativos *Video Physics*<sup>2</sup> e *Graphical Analysis*<sup>3</sup>. Caso o leitor opte pelo sistema operacional Android, poderá utilizar o aplicativo *VidAnalysis*<sup>4</sup> descrito em [6].

<sup>1</sup><https://itunes.apple.com/pt/app/newtondv/id717653395?mt=8>.

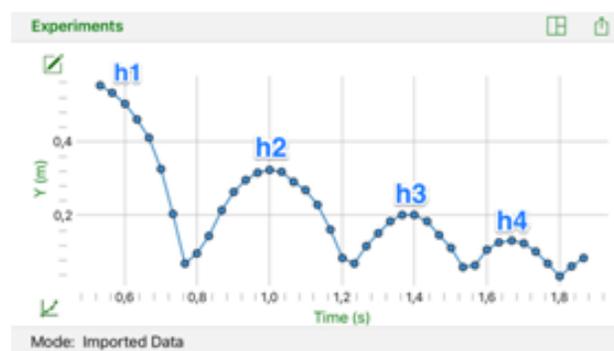
<sup>2</sup><https://itunes.apple.com/pt/app/vernier-video-physics/id389784247?mt=8>

<sup>3</sup><https://itunes.apple.com/pt/app/vernier-graphical-analysis/id522996341?mt=8>

<sup>4</sup>[https://play.google.com/store/apps/details?id=com.vidanalysis.free&hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.vidanalysis.free&hl=pt_BR)



**Figure 2:** Pontos marcados com o aplicativo Video Physics, que mostra a trajetória seguida pela da bola de tênis durante o experimento.



**Figure 3:** O gráfico gerado pelo aplicativo Graphical Analysis mostra as alturas máximas atingidas pela bola de tênis em relação a mesa.

Para captar o movimento da bola foi utilizado um *iPhone 4*, que possui uma câmera que filma a uma taxa de aquisição de 30 quadros por segundos. As câmeras de um smartphone possuem um sensor chamado de CMOS (*Complementary Metal Oxide Semiconductor*) e sua principal tarefa, de acordo com Kunh, Müller, Hirth, Hochberg, Klein e Molz [3] é

*[...] a conversão pixel a pixel da luz em impulsos elétricos mensuráveis, onde um (“elemento de imagem”) representa um único pixel. Isto é feito com sensores CMOS por uma pluralidade de circuitos amplificadores, tendo cada pixel individual o seu próprio circuito eletrônico ou leitura eletrônica.*

## 4 Videoanálise do experimento

O vídeo utilizado para a videoanálise tem uma duração de 3 s. Durante este tempo a bola se chocou com a mesa por quatro vezes sobre a mesa como mostra a Figura 2. Durante as colisões parte da energia cinética da bola de tênis foi perdida, com isso a bola atingiu diferentes alturas máximas, como se pode observar na Figura 3.

Os valores correspondentes às alturas máximas apresentadas na Figura 3 estão discriminados na Tabela 1 e foram obtidas por videoanálise utilizando o aplicativo *Graphical Analysis*.

Com os valores das alturas máximas é possível encontrar o coeficiente de restituição que, consequentemente, servirá para calcular as perdas de energia após cada colisão. Como pode ser visto na Tabela 1, o coeficiente de restituição permanece quase que completamente constante para os quatro primeiros impactos, mesmo sendo as alturas muito diferentes ( $h_1 = 0,53 \text{ m}$ ,  $h_4 = 0,12 \text{ m}$ ).

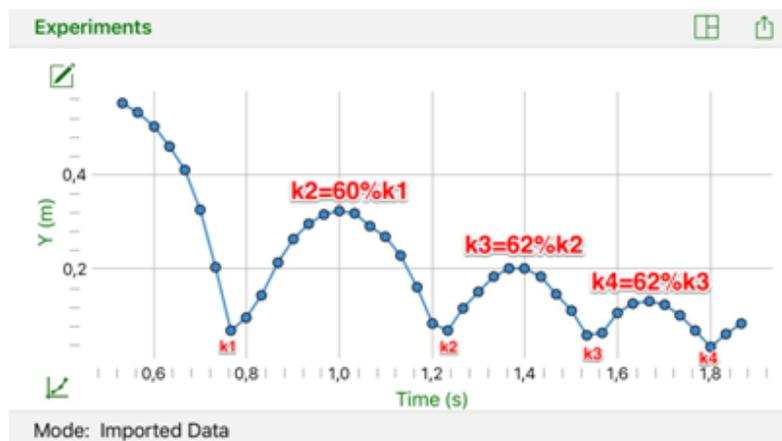
Utilizando a equação (5), é possível estimar a porcentagem da energia que é perdida após cada colisão. Os valores são mostrados na Tabela 1 e na Figura 4.

Pode-se perceber que a cada dois impactos subsequentes há uma perda de aproximadamente 38% da energia cinética.

O aplicativo também gera os gráficos das velocidades versus tempo na horizontal e na vertical. A

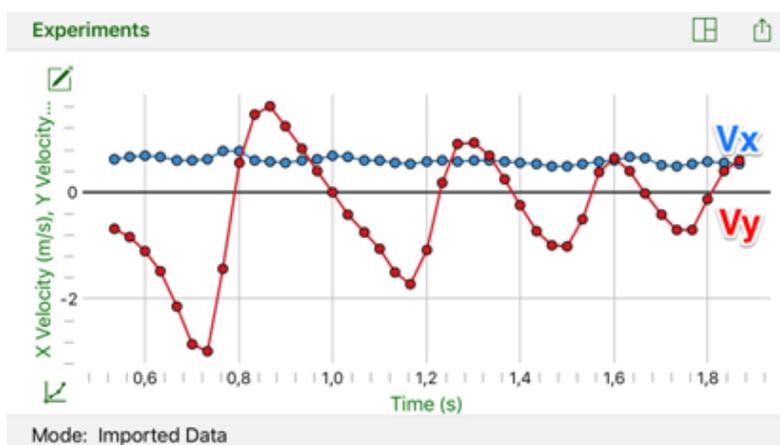
**Table 1:** Dados obtidos por videoanálise utilizando o aplicativo Video Physics para as quatro primeiras alturas máximas da bola de tênis e os valores para a perda de energia após as colisões

Altura máxima (m)	$e$	$e^2$	Perda de energia ( $K_f = e^2 K_i$ )
$h_1 = 0,5311$			
$h_2 = 0,3227$	$\sqrt{h_2/h_1} = 0,77$	0,60	40%
$h_3 = 0,2007$	$\sqrt{h_3/h_2} = 0,78$	0,62	38%
$h_4 = 0,1258$	$\sqrt{h_4/h_3} = 0,78$	0,62	38%



**Figure 4:** Gráfico gerado pelo aplicativo Graphical Analysis e modificado pelo autor, que mostra a perda de energia após cada impacto subsequente.

Figura 5 apresenta estes gráficos.



**Figure 5:** O gráfico gerado pelo aplicativo Graphical Analysis mostra as velocidades horizontais e verticais.

Como se pode observar no gráfico, ocorre uma mudança de sentido da velocidade da bola de tênis na vertical ( $v_y$ ), que inicialmente estava próxima de zero e que depois aumentou na direção negativa devido à ação descendente da aceleração da gravidade.

Uma vez que ela toca o solo, inverte-se a direção de sua velocidade que tem sua intensidade reduzida por um fator de aproximadamente 0,78 (coeficiente de restituição). Enquanto que a velocidade horizontal ( $v_x$ ), permanece praticamente constante com o tempo. De acordo com a Princeton University [7]: “a bola será acelerada pela gravidade na direção  $y$ , mas não na direção  $x$ , e seu movimento deverá obedecer às equações,  $X = X_0 + v_{0x}t$  e  $Y = Y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2$ .”

## 5 Refletindo sobre o uso da videoanálise em sala de aula

Quando um experimento de queda dos corpos é realizado em sala de aula, normalmente se solta uma bola a partir do repouso e exploram-se assuntos como queda livre, conservação da energia mecânica, através dos dados qualitativos, reduzindo-se assim o estudo dos dados quantitativos a exercícios propostos pelo livro didático.

Em escolas onde há laboratórios de Ciências/Física equipados, monitora-se sua queda por equipamentos que possuem diversos fotosensores colocados ao longo do percurso e, quase sempre, mede-se a aceleração de queda do corpo estimando o valor da aceleração da gravidade.

Com o avanço das tecnologias de telefonia ficou mais simples explorar este tipo de atividade em sala de aula. Kunh, Müller, Hirth, Hochberg, Klein e Molz [3] afirmam que,

*A captura com sensores internos de dados físicos particularmente no ensino de Física tornam possíveis vários experimentos qualitativos e quantitativos. Smartphones e tablets são, portanto, laboratórios portáteis pequenos que podem substituir aparelhos de testes confusos.*

Além de tornarem possível que os alunos filmem outros exemplos de quedas de corpos e investiguem sobre:

- (a) Os resultados das videoanálises com os resultados teóricos;
- (b) As velocidades horizontais e verticais;
- (c) As alturas máximas e a perda de energia cinética após cada impacto com a mesa;
- (d) Relacionar o coeficiente de restituição da colisão com as alturas máximas, as velocidades e as energias cinéticas antes e depois da colisão.
- (e) É importante ressaltar que estas atividades devem ser realizadas como forma de aprofundar os assuntos já estudados em sala de aula e que o professor apresente o funcionamento do aplicativo para seus alunos.

## 6 Considerações finais

Neste artigo, o uso do smartphone é proposto para fazer uma videoanálise do movimento de uma bola de tênis que realiza múltiplas colisões com uma mesa. Com as análises dos resultados, pôde-se observar que as diferentes alturas máximas que a bola alcança, após a colisão com a mesa, é proporcional a sua energia cinética; o coeficiente de restituição permanece quase que completamente constante, mesmo para alturas muito diferentes; a velocidade vertical varia devido à ação da gravidade, enquanto que a velocidade horizontal permanece praticamente constante com o tempo; entre outras observações.

Diante destas análises quantitativas, verificou-se que inserir recursos tecnológicos nas aulas é um caminho simples e possível a todo professor. Desta maneira, espera-se que este trabalho norteie a ação pedagógica do professor, sem que haja uma redução das experiências realizadas em laboratórios, já que o objetivo é reduzir o fosso entre a Ciência e a experiência cotidiana em locais onde estes laboratórios não sejam funcionais, através das tecnologias presentes no cotidiano dos estudantes.

Como última consideração, indicamos ao leitor outros aplicativos como o *Lablet*<sup>5</sup>, disponível para usuários do sistema operacional Android e o software de utilização online *Web Tracker*<sup>6</sup>.

## References

- [1] Sears, Zemansky, Física, Vol. 01, 12<sup>a</sup> Edição. Pearson, 2009.
- [2] Rath, G; Smartphones in Physikunterricht, PLUS LUCIS, 1-2, 2015, p. 8-13. Disponível em: <<http://pluslucis.univie.ac.at/PlusLucis/151/s08.pdf>>. Último acesso: 11 de fevereiro de 2018.

---

<sup>5</sup><https://play.google.com/store/apps/details?id=nz.ac.auckland.lablethl=en>

<sup>6</sup><https://www.splab.io/wt/>

- [3] Kunh, J; Muller, A.; Hirth, M.; Hochberg, K.; Klein, P.; Molz, A. Naturwissenschaften im Unterricht Physik: Materialien & Methoden. Experimentieren mit Smartphone und Tablet-PC. p. 4-9, v. 145, Feb, 2015.
- [4] Hirth, M.; Kunh, J; Müller, A.; Rohs, M.; Klein, P, iMobile-Physics:Seamless Learning durch Experimente mit Smartphones & Tablets in Physik, ZFHE Jd.11, n. 4, August 2016, p. 17-37. Disponível em: < [https://www.researchgate.net/publication/308723033\\_iMobilePhysics\\_Seamless\\_Learning\\_durch\\_Experimente\\_mit\\_Smartphones\\_Tablets\\_in\\_Physik](https://www.researchgate.net/publication/308723033_iMobilePhysics_Seamless_Learning_durch_Experimente_mit_Smartphones_Tablets_in_Physik) >. Último acesso: 11 de fevereiro de 2018.
- [5] Klein, P; Kunh, J; Muller, A.; Gröber, S., Video Analysis Exercises in regular Introductory Physics Courses: Effects of Conventional Methods and Possibilities of Mobile Devices, p. 270-288, Multidisciplinary Research on Teaching and Learning, 2015. Disponível em:< [https://link.springer.com/chapter/10.1057/9781137467744\\_15](https://link.springer.com/chapter/10.1057/9781137467744_15) >. Último acesso: 11 de fevereiro de 2018.
- [6] Araújo, F.A.G; Oliveira, M.M.; Nobre, E.F.; Pinheiro, A.G.; Cunha, M.S. Estudo do Movimento com o Aplicativo VidAnalysis: Possibilidades no Estudo de Lançamento de projéteis. Revista do Professor de Física. v1, n.2, 2017. Disponível em: <<http://periodicos.unb.br/index.php/rpf/article/view/25088/19826>>. Último acesso em: 11 de Fevereiro de 2018.
- [7] Princeton University, Physics 101 Lab Manual, Setembro, 2009. Disponível em: < [http://www.physics.princeton.edu/mcdonald/examples/ph101\\_2013/Labs/PHY101\\_2013\\_Lab\\_Manual.pdf](http://www.physics.princeton.edu/mcdonald/examples/ph101_2013/Labs/PHY101_2013_Lab_Manual.pdf)>. Último acesso: 11 de fevereiro de 2018.