MODELOS DE MÉTODO ANALÍTICO-SINTÉTICO[1]

https://doi.org/10.26512/rfmc.v11i3.48753

Fábio César Scherer*
Universidade Estadual de Londrina

http://lattes.cnpq.br/3151397241510844
https://orcid.org/0000-0003-0784-6220
schererfabio@uel.br

* Professor Associado da Universidade Estadual de Londrina. Membro permanente do Programa de Pós-graduação stricto sensu da Uel. Realizou estágio de pós-doutorado em Filosofia pela Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (bolsa AvH e Daad) e pela Humboldt-Universität zu Berlin (bolsa AvH) e pela Unicamp (bolsa Fapesp). Possui doutorado (bolsa Fapesp) e mestrado (bolsas Fapesp e Cnpq) em Filosofia pela Unicamp e graduação em Filosofia pela Unioeste (bolsa Pibic/Cnpq).

1 Publicação original: Hans-Jürgen Engfer, cap. II „Analytisch-synthetische Methodenmodelle“. *In*: Hans-Jürgen Engfer. *Philosophie als Analysis*. Studien zur Entwicklung philosophischer Analysiskonzeptionen unter dem Einfluß mathematischer Methodenmodelle im 17. und frühen 18. Jahrhundert. (= FMDA II,1). © frommann-holzboog Verlag e.K. · Eckhart Holzboog, Stuttgart-Bad Cannstatt, 1982, Seiten 68-121.

Apresentação

A presente tradução tem por base o segundo capítulo da obra *Philosophie als Analysis* de Hans-Jürgen Engfer, de 1982, tida como uma das principais referências para o estudo do método no século XVII e início do século XVIII, sobretudo na literatura alemã (*cf*. Falkenburg, 2000, 61-96). No segundo capítulo, Engfer ocupa-se com a caracterização de cinco diferentes concepções do método analítico-sintético que tiveram influência direta na discussão metodológica da filosofia moderna, a saber: o método sintético dos gregos, o método analítico na antiga geometria, o modelo *regressus* da ciência da natureza empírica, o conceito de análise da matemática moderna e a combinatória de Lúlio. O objetivo de Engfer (1982, 68-121), com a tipificação dos modelos de métodos, foi fornecer subsídio para a sua investigação sobre o desenvolvimento das concepções de análise em Descartes, Leibniz, Wolff e no Kant pré-crítico. Tal investigação, realizada nos demais capítulos da obra, busca demonstrar que e como a formação das concepções de filosofia analítica nesses autores racionalistas foi influenciada pela orientação por modelos metodológicos matemáticos.

O estudo da implicação metodológica do método matemático na reflexão filosófica do século XVII e XVIII não é novo. Ele foi realizado por muitos autores, tais como Tonelli (1959), Vleeschauver (1961), Angelis (1964), Schüling (1969), Röd (1970), Arndt (1971) e, Hintikka e Remes (1974). Todavia, de acordo com Engfer (1982, 22), grande parte desses estudos se concentra numa determinada tradição matemática e acabam, por conseguinte, por desperdiçar a chance de entender as divergentes reflexões metodológico-filosóficas modernas enquanto consequência de uma tradição metodológica-matemática não unitária.

Em Tonelli, Vleeschauver, Angelis, Schüling e Röd, por exemplo, o método axiomático orientado nos *Elementa* de Euclides e na concepção metodológica de Aristóteles, conhecido como o método *mos geometricus*, é apresentado enquanto o método matemático em que a filosofia moderna se orientou. Com efeito, segundo Engfer (1982, 22), esse método é relevante para a epistemologia moderna, contudo, isso não implica que ele abarque toda a tradição metodológico-matemática presente na filosofia moderna, como se torna explicito nas pesquisas de Arndt e, Hintikka e Remes. Em seu livro *Methodo scientifica pertractatum* (1971), Arndt confronta o *mos geometricus* com o conceito de cálculo, tal como esse é tratado pelo novo método da álgebra, e distingue dois tipos de abordagens metodológico-matemáticas que são relevantes para a metodologia filosófica do século XVII e XVIII. Por outro lado, na obra *The method of analysis* (1974), Hintikka e Remes chamam a atenção para uma tradição analítica da metodologia matemática, que teria a sua origem na geometria antiga e teria influenciado as reflexões metodológico-filosóficas até Kant.

De acordo com Engfer (1982, 23), ambas investigações contribuíram para alargar a sua perspectiva, ainda que de diferentes maneiras. O estudo de Arndt rompe, por meio de sua distinção das duas concepções metodológico-matemáticas, com a simples identificação do método matemático com o *mos geometricus* — a até então dominante na pesquisa histórico-filosófica —, indicando, desta forma, a necessidade de diferenciações no interior da referência comum ao método matemático. Entretanto, para Engfer (1982, 23), Arndt não se atenta para o carácter analítico específico da álgebra moderna: ele a considera inteiramente sob a perspectiva da introdução de uma linguagem simbólica artificial e do aduzir via cálculo de novas verdades, acabando por fundir, de forma quase imperceptível, a álgebra com abordagens combinatórias. Por conseguinte, em sua discussão do emprego filosófico do conceito de cálculo, o modelo combinatório sintético fica em primeiro plano, tornando praticamente indistinguível a influência de uma matemática, que se autointerpreta enquanto analítica, sobre a discussão metodológico-filosófica. Não à toa, continua Engfer (1982, 23), que Arndt finaliza a história da metodologia do século XVII e XVIII, orientada pelo modelo matemático, com Lambert, cuja *ars* combinatória, enquanto modelo de método sintético, encontra-se praticamente isolada no interior de uma larga tendência da filosofia do esclarecimento que se autointerpreta como analítica.

No estudo de Hintikka e Remes, é tematizado, sobretudo a partir de Pappus, uma tradição analítica do método da geometria antiga. Além disso, busca-se destacar o seu significado para a discussão metodológico-filosófica da idade moderna. Segundo Engfer (1982, 23), esse estudo também influenciou duplamente o seu trabalho. Primeiro, aprofundou a sua compreensão sobre o método analítico da geometria antiga presente em Pappus. Segundo, o influenciou indiretamente, à medida que considera unilateral e exagerado o emprego indiscriminado desse modelo de método analítico para a discussão metodológico-filosófica em Galileu, Descartes, Newton e Kant e, portanto, para as principais posições do filosofar moderno. Para Engfer (1982, 23), a discussão metodológico-filosófica do século XVII e XVIII – tal como mostra no segundo capítulo de sua obra, aqui traduzido – não tinha somente à disposição a concepção analítica de método da geometria antiga, mas outros modelos de método, divergentes em sua estrutura lógica e construção metodológica, os quais também influenciaram as concepções filosófico-analíticas.

Com a finalidade de retratar a "diversidade" da tradição metodológica a que a metodologia filosófica do século XVII e XVIII recorre, Engfer diferencia cinco concepções do método analítico-sintético. Os dois primeiros modelos são oriundos de interpretações dos antigos geômetras gregos, sobretudo dos *Elementa* de Euclides, realizadas nos séculos III e IV: o método análise e síntese de Pappus e o método sintético de Proclo. O terceiro modelo surge no século XIII da Combinatória de Lúlio. Os quarto e quinto modelos são concebidos no século XVI, a saber, o método regressivo da ciência empírica da natureza de Zabarella e o conceito de análise dos matemáticos modernos, desenvolvido, em especial, por Viète. Com a exposição desses cinco modelos do método analítico-sintético, além de explicitar a diversidade de caracterizações e de empregos do método analítico e sintético, Engfer (1982, 71-72) pretende apontar para a relevância e a extensão da orientação metodológica da filosofia moderna na matemática, bem como fornecer uma ferramenta para auxiliar a interpretação da discussão metodológica dos filósofos modernos.

Para bonificar os dados e as posições interpretativas assumidas no seu livro *Philosophie als Analysis*, assim como possibilitar o acesso direto do leitor, Engfer optou por trazer nas notas de rodapé os trechos correspondentes no original, sem fazer a sua tradução. Optamos por acompanhar a proposta do autor. Na sua maioria, as citações são de obras latinas e do grego, mas há também em língua inglesa e em italiano.

Recepção dos modelos de métodos antigos no século XVI

Já na primeira formação de uma consciência metodológica em geral na filosofia antiga, as reflexões matemáticas sobre o método têm um papel decisivo[I]. A sua influência diminui no período medieval, frente ao avanço da concepção de ciência de Severino Boécio e, *posterior*mente, de Aristóteles, de modo que os termos metodológico-matemáticos, incorporados por essas concepções antigas, são os conceitos norteadores da discussão também na Idade Média (*cf*. Régis, 1948, 303-330), sem que com isso — posta de lado a influência temporária de Euclides[II] — haja uma orientação metodológica geral que esteja vinculada à matemática (*cf*. Dolan, 1950, 9-62). Isso se dá novamente, no essencial, só no pensamento moderno, em que a determinação do proceder racional em geral e do método científico em particular se orienta amplamente na direção do método matemático até Kant.

Essa época da história da ciência se anuncia, na verdade, já na tendência de quantificação e matematização da escola de Oxford no século XIII e é introduzida no século XV, por meio da incorporação das reflexões matemáticas na discussão geral sobre método feita pelo aristotelismo italiano de viés científico-natural; do mesmo modo, o grande apreço pelo procedimento matemático ou pseudo-matemático deixa-se documentar na retomada da Combinatória Luliana[III], por exemplo, por Giordano Bruno. Todavia, a virada decisiva para o conceito de ciência orientado pelo modelo matemático ocorre apenas após a publicação e

I Confira o segundo tópico (O método sintético da geometria antiga – modelo A) e o terceiro tópico (O método analítico na geometria antiga – modelo B) desta tradução.
II Confira as notas de rodapé V e VI.
III Confira o sexto tópico (A combinatória luliana – modelo E) desta tradução.

tradução dos escritos matemáticos de Proclo[IV] e Pappus na metade do século XVI (*cf*. Pappus, 1589; Gilbert, 1960, 82). Isso porque, apesar de os *Elementa* de Euclides já estarem disponíveis em latim desde o século XII[V] e terem sido utilizados oportunamente na escolástica enquanto modelo metodológico, inclusive nos escritos teológicos (Schüling, 1969, 21 ss)[VI], é, no entanto, com a tradução latina dos comentários de Proclo e de Pappus que se tem acesso às reflexões metodológicas em torno da matemática dos antigos, o que, por sua vez, enriquece as interpretações dos *Elementa* de Euclides, tornando-as frutíferas para a discussão metodológica em geral.

A recepção dos escritos de Proclo e Pappus no século XVI foi facilitada no início preponderantemente pela real ou suposta compatibilidade com o ideal aristotélico de ciência. Em especial, o comentário de Proclo foi interpretado como complemento dos *Analytica posteriora* e como substituto da obra perdida de Aristóteles sobre matemática (*cf*. Gilbert, 1960, 86 ss.). Dessa forma, o ideal de ciência, formado pelas concepções metodológicas de Aristóteles e da matemática, pode rivalizar com a arbitrariedade do modelo escolástico *disputatio in forma*; donde, mesurado nas exigências de rigor da teoria aristotélica de demonstração e dos modelos matemáticos de método, a *disputatio* passa a ser vista como a "fonte do ceticismo e da insegurança nas ciências" (*cf*. Gibert, 1960,

IV A primeira edição da obra de Proclo foi publicada em 1533 por Grynaeus, em seu volume dedicado a Euclides, com o título "Commentariorum Procli editio prima, quae Simonis Grynaei opera addita est Euclidis elementis graece editis Basileae apud Ioan. Hervagium anno MDXXXIII". A primeira tradução latina de Proclo foi publicada por Barocio em 1560, com título: "Procli in primum Euclidis elementorum librum comentariorium libri IIII a Francisco Barocio, patricio veneto editi, Patavii 1560". *Cf*. Proclo, 1945, p. 7 ss.). No período medieval, o legado de Proclo foi transmitido somente através da *Elementa theologiae* (traduzido para o latim em 1268 por Wilhelm de Moerbeke) e por meio da compilação desse escrito em *Liber de causis* (primeira tradução latina em 1167-87 por Gerhard von Cremona). *Cf*. Bardenhewer, 1882.

V A primeira tradução completa conhecida dos *Elementa* de Euclides do árabe para o latim se deu ainda antes de 1142-46 por Adelard von Bath. Para maiores detalhes, incluindo análise particularizadas das diferentes versões de Adelard von Bath, Hermann von Carinthia e Gerhard von Cremona, veja Clagett, 1953, 16-42.

VI Schüling (1969, 21 ss) elenca, como primeiro escrito, *De arte seu articulis catholicae fidei libri* 5 de Nicholas de Amiens no ano de 1189 e remete à suposta influência de Proclo na construção dedutiva da *Summa contra gentiles* de Tomás de Aquino.

78 ss)[VII]. Se, dessa maneira, a matemática vinculada ao ideal aristotélico de ciência é inicialmente percebida como ciência exemplar e seu estudo propedêutico — ancorado na máxima pseudo-platônica ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω —, pode ser exigido também por aristotélicos, como, por exemplo, na Alemanha, por Philipp Melanchthon, assim, no século XVII, a matemática se desprende de sua incorporação na teoria aristotélica e desponta isoladamente enquanto ponto de referência para reflexões metodológicas. Ela avança agora para se tornar o modelo de cientificidade para todas as áreas do saber, em especial, para a filosofia, e desde então domina diretamente também a discussão filosófica genuína sobre o método: a máxima "do método matemático" torna-se o conceito-chave dessa época, sem o qual as contribuições filosóficas de Descartes, Pascal, Espinoza, Leibniz e Wolff — para citar aqui somente os maiores nomes — não seriam pensáveis.

O que Kant afirma, na *Kritik der reinen Vernunft*, sobre a relação da matemática e da filosofia e sobre as esperanças depositadas no emprego do método matemático também no campo da filosofia, reflete, por isso, não apenas a expectativa dos seus diretos predecessores, mas também a tendência geral que dominou os esforços filosóficos nos dois séculos anteriores:

> A matemática fornece o exemplo mais brilhante de uma razão pura que se estende com êxito por si mesma, sem o auxílio da experiência. Os exemplos são contagiosos [...]. Por isso, a razão pura espera poder alargar-se, no uso transcendental, com a mesma felicidade e solidez que conseguiu no uso matemático, sobretudo se aplicar aí o mesmo método, que, neste caso, foi de tão evidente utilidade (KrV, AA 03: 468. 26-469.03).

VII Essa abnegação contra a *disputatio* escolástica se mantém por todo o período, em que a matemática é o modelo para a ciência em geral como tema relativamente constante. Ainda a descrição kantiana da antinomia como um "duelo" "da razão consigo mesma", no qual "ambas as posições querem julgar equivocadamente", pode ser vista como um reflexo tardio dessa desconfiança humanista contra a *Disputatio*: aqui como lá, a *disputatio* é diagnosticada como resultado de um conflito desnorteado de opiniões, entre um "desespero da razão consigo mesma" e o "estado do ceticismo dogmático" (FM, AA 20: 347. 10-12).

> A grande fortuna, que a razão obtém pela matemática, leva muito naturalmente a presumir que, se não esta ciência, pelo menos o seu método daria resultado também fora do campo das grandezas [...] (KrV, AA 03: 475. 36-476.02).

Justamente estas esperanças citadas por Kant levam a uma explícita equiparação do método filosófico e da ciência em geral com o método matemático e formam o motivo central para o programa de uma ciência unitária, que domina, durante dois séculos, principalmente a filosofia continental europeia. Quando, pois, Descartes (1971-1982, X, 376) afirma que no método matemático encontram-se "as primeiras sementes da razão humana" e o faz modelo para sua metodologia em geral, quando Pascal orienta seu conceito de método no "espírito geométrico", quando Espinoza demonstra a sua ética segundo o método *more geometrico*, quando Leibniz esboça a ciência em geral enquanto uma *mathesis universalis* e pretende verificar a verdade sobre todas as coisas somente através do cálculo, quando, por fim, Wolff iguala pura e simplesmente o método filosófico ao matemático, então encontram-se todas essas indicações e, com eles, os principais representantes de dois séculos de história da filosofia continental europeia sob a esteira da máxima do método matemático e das esperanças associadas com o seu emprego no campo da filosofia.

Todavia, atrás dessa aparente unitária evocação do método matemático escondem-se, na realidade, profundas diferenças. O que se entende, pois, por método matemático, e com isso também o que se entende por método científico e filosófico, é respondido de maneiras totalmente distintas por cada um dos autores. A razão, para tal, encontra-se, primeiro, no fato de que a antiga tradição matemática, à qual se passa a se remeter diretamente deste o século XVI, em si não é unitária, porém nos transmitiu diferentes modelos matemáticos, que podem, por sua vez, ser interpretáveis de formas distintas. Além disso, esses diferentes modelos matemáticos, na sua recepção no século XVI e XVII, contraem novas relações tanto entre si como com a tradição metodológica aristotélica. E, por fim, o século XVII desenvolve a sua própria concepção *do* método matemático e isso ocorre — para completar o aturdimento — novamente em remissão a um dos antigos modelos.

O "caos" e "mistura" desses diferentes modelos de métodos matemáticos resultam em consideráveis complicações também nas discussões filosóficas orientada por esses modelos, as quais surgem, não por último, porque os conceitos-chave dos modelos de métodos matemáticos são empregados também nos métodos filosóficos. Em especial, isso é válido, ainda em Kant, para os conceitos centrais: "analítico" e "sintético", respectivamente, "*resolutio*" e "compositio", que assumem diferentes funções em diferentes concepções e, em consequência disto, já na metodologia do século XVII se destacam pela diversidade dos seus empregos.

Para determinar a influência que os diferentes modelos de métodos matemáticos tiveram na metodologia filosófica, é necessário, dessa forma, diferenciar uns dos outros os diferentes modelos do método matemático — como eles foram compreendidos e empregados até chegarem a Kant como modelo para o método filosófico —, fazendo isso primeiramente no quadro da própria discussão metodológica na matemática. Nessa tarefa, não se trata tanto de uma análise dos procedimentos matemáticos empregados enquanto tais na práxis geométrica quanto de uma caracterização das diferentes e históricas teorias desses procedimentos matemáticos, dado que a discussão metodológico-filosófica foi determinada muito mais indiretamente através de tais exegeses e interpretações do procedimento matemático do que diretamente pela própria práxis matemática; por essa razão, na sequência, se falará de "modelos de métodos matemáticos" e não de métodos matemáticos.

Para a determinação e diferenciação desses diferentes modelos de métodos matemáticos será lançado mão, para cada caso, de um texto antigo e fundamental da tradição metodológico-matemática, em que a estrutura formal do respectivo modelo de método seja, em via de regra, mais clara do que nas *posterior*es exposições, em que, não raramente, já se encontram sobrepostos diferentes aspectos metodológicos. Nessa tarefa não se tem a pretensão de completude e, menos ainda, de fazer um resumo da história da metodologia matemática. Trata-se muito mais de identificar aqueles modelos de métodos matemáticos que tiveram influência direta na discussão metodológico-filosófica dos séculos XVII e XVIII e caracterizar esses modelos até que as diferentes abordagens metodológicas fiquem evidentes e discerníveis.

O método sintético da geometria antiga (modelo A)

O modelo de método matemático mais proeminente, que atua até os meados do século XVIII como modelo para o método científico em geral e para o método filosófico em específico, assenta-se na estrutura dos *Elementa* de Euclides (300 a. C). É bem verdade que, no texto conservado dos *Elementa* (Euclides, 1883-88; 1969), não há propriamente quase nenhuma consideração metodológica de caráter geral; no entanto, a estrutura dessa obra e as distintas abordagens de diferentes grupos de proposições nela presentes permitem uma interpretação no sentido dos *Analytica posteriora* de Aristóteles, na qual os *Elementa* puderam tornar-se em geral modelo do proceder metodológico e exemplo de emprego exitoso do método científico ali desenvolvido. Um tal paralelo dos *Elementa* com a metodologia aristotélica já se encontra esboçado no comentário do neoplatônico Proclo Diádoco, do século V (Proclo, 1873)[VIII]. A recepção dos *Elementa* de Euclides no início da Idade Moderna se deu predominantemente sob essa interpretação (*cf*. Schüling, 1969, 35-109), de forma que uma exposição que trate do modelo de método matemático, que se tornou profícuo, deve tê-la em vista.

Nos *Elementa* de Euclides são distinguidos, ainda que não expressamente, mas pela forma com que são tratados, dois grupos de proposições: as proposições do primeiro grupo são introduzidas sem comentários e as proposições do segundo grupo são derivadas das proposições do primeiro grupo. No texto conservado são diferenciados, através de conceitos-chave (provavelmente adicionados *posterior*mente), três tipos de proposições no interior do primeiro grupo. O comentário de Proclo

VIII Proclo Diádoco, nascido em 411 d. C em Constantinopla e falecido em 485 em Atena. Para biografia, confira Noe, 1937. *Cf*. também nota de rodapé V.

apresenta as mesmas diferenciações numa terminologia ligeiramente modificada e que se tornou influente[IX]:

> 1) As *definições* (no texto de Euclides ὅροι, em Proclo geralmente ὑποθέσεις), em que os conceitos geométricos que serão introduzidos são mais ou menos intuitivamente determinados e caracterizados. Por exemplo: "linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma" (Euclides, 1883-88, Elementos I, 4. Definição; 1969, 2, 4 s; 2009, 97).
>
> 2) Os *postulados* (αἰτήματα), que, segundo Proclo, possibilitam um determinado fazer sem construções complementares[X]. Por exemplo: "Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto" (Euclides, 1883-88, Elementos I, 1. Postulado; 1969, 2, 4 s; 2009, 98).
>
> 3) Os *axiomas* (no texto de Euclides κοιναὶ ἔννοιαι; em Proclo, segundo o modelo de Aristóteles, geralmente ἀξιώματα), que apresentam as afirmações largamente evidentes e, por isso, mais vinculativas, tal como: "As coisas iguais à mesma coisa são também iguais entre si" (Euclides, 1883-88, Elementos I, 1. Axioma; 1969, I 10, 1; 2009, 99).

Tal como nesse primeiro grupo de proposições, em que se diferencia as proposições teóricas (axiomas) das proposições práticas (postulados), assim também se faz no segundo grupo (que trata das proposições derivadas). No texto de Euclides, essa diferenciação é sinalizada por meio dos diferentes modos de conclusão da dedução[XI]; em Proclo encontra-se, para a terminologia que se segue, a determinante diferenciação entre προβλήματα e θεωρήματα:

> 4) Os *problemas* expõem construções/tarefas práticas, por meio das quais recebemos uma incumbência prática de encontrar algo ou fazer algo. Por exemplo: "Construir um triângulo equilátero

IX Sobre a relação entre a terminologia de Euclides e a de Proclo, confira Szabó, 1965, 355-461.

X Para interpretações divergentes do postulado, confira a nota de rodapé XIV.

XI Confira a indicação sobre isso em Proclo (1873, 81, 5 ss).

> sobre a reta limitada dada". (Euclides, 1883-88, Elementos I, 1. Problema; 1969, 179, 1 s; 2009, 99).
>
> 5) Os *teoremas*, em contrapartida, são afirmações teóricas sobre as qualidades matemáticas de uma determinada figura. Por exemplo: "O maior lado de qualquer triângulo subtende o maior ângulo". (Euclides, 1883-88, Elementos I, 18. Teorema; 1969, I 46, 1 ss; 2009, 111; *cf*. tb. Proclo, 1873, 178, 14-179, 1).

Na recepção dos *Elementa* de Euclides enquanto modelo de método para o procedimento científico em geral, a interpretação de Proclo é importante sob várias perspectivas [das quais, três serão destacadas]. Em primeiro lugar, Proclo interpreta os *Elementa* de Euclides no sentido de um sistema axiomático, na medida em que estabelece uma separação nítida entre os três primeiros tipos de proposições, qualificados como princípios da geometria, e os dois últimos enquanto derivados daqueles. Em outras palavras, definições, postulados e axiomas, enquanto princípios gerais da geometria, devem poder ser introduzidos sem prova ou justificativa argumentativa, cabendo somente aos problemas e teoremas, enquanto derivados desses princípios, a obrigatoriedade da justificação. Neste contexto, Proclo se baseia claramente no conceito aristotélico de ciência, tal como esse é desenvolvido no segundo capítulo do primeiro livro dos *Analytica posteriora* (Aristóteles, 1831b, I 2; 1922, I 71b, 19 ss). Como lá, toda e qualquer ciência é compreendida enquanto uma concatenação de afirmações, em que, dos mais elevados princípios, não dedutíveis, todas as outras proposições devem ser deduzidas por meio de demonstrações; assim deve, para Proclo, "o autor de um livro *Elementa*r de geometria ensinar separadamente os princípios da ciência e os desdobramentos desses princípios; sobre os princípios ele não necessita de dar nenhuma justificativa, mas sim dos seus desdobramentos" (Proclo, 1873, 75, 6-14)[XII].

XII "ἐπειδὴ τὴν ἐπιστήμην ταύτην τὴν γεωμετρίαν ἐξ ὑποθέσεως εἶναί φαμεν καὶ ἀπὸ ἀρχῶν ὡρισμένων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύναι [...] ἀνάγκη δή που τὸν τὴν ἐν γεωμετρίᾳ στοιχείωσιν συντάττοντα χωρὶς μὲν παραδοῦναι τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης, χωρὶς δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν συμπεράσματα, καὶ τῶν μὲν ἀρχῶν μὴ διδόναι λόγον, τῶν δὲ ἑπομένων ταῖς ἀρχαῖς" (Proclo, 1873, 75, 6-14).

Em segundo lugar, Proclo considera tais princípios pressupostos não como designações axiomáticas, por meio das quais os conceitos que surgem são explicitamente ou — no caso de axiomas e postulados — implicitamente definidos, mas enquanto proposições verdadeiras. Uma vez que a verdade dessas proposições, conforme mencionado, pelo menos na geometria não pode ter uma fundamentação adicional, Proclo reivindica para esses princípios a autoevidência:

> [...] pois nenhuma ciência demonstra seus próprios princípios e os coloca à discussão, porém os considera por si seguros; eles são para ela mais claros do que as derivações; primeiro ela reconhece os princípios a partir de sua própria luz, as derivações, contudo, através dos princípios (Proclo, 1873, 75, 14-17)[XIII].

Nisso, Proclo se orienta novamente pelo conceito aristotélico de ciência presente nos *Analytica posteriora*. Assim como lá, a ciência demonstrativa repousa sobre premissas verdadeiras, que são as primeiras e imediatas, mais claras e anteriores às por elas demonstradas (Aristóteles, 1831b, I 2; 1922, I 71 b, 19 ss.); assim também reivindica Proclo para todos os princípios geométricos a autoevidência.

Vale mencionar que há também abordagens interpretativas no tratamento específico dos axiomas e postulados que divergem dessas qualificações gerais e que se remetem igualmente a uma tradição histórico-

XIII "οὐδεμία γὰρ ἐπιστήμη τὰς ἑαυτῆς ἀρχὰς ἀποδείκνυσιν, οὐδὲ ποιεῖται λόγος περὶ αὐτῶν, ἀλλ᾽ αὐτοπίστως ἔχει περὶ αὐτάς, καὶ μᾶλλόν εἰσιν αὐτῇ καταφανεῖς τῶν ἐφεξῆς" (Proclo, 1873, 75, 14-17).

-conceitual presente em Aristóteles (*cf*. Fritz, 1955, 13-103)[XIV]. Todavia, na discussão que se segue em Proclo, é determinante a pormenorizada doutrina dos princípios no início do terceiro livro, na qual se defende expressamente a autoevidência também dos axiomas e postulados: ambos, o axioma e o postulado, têm para Proclo aqui o caráter do simples e do facilmente compreensível; o axioma é "um conhecimento evidente sem demonstração" e o postulado descreve "um achar fácil e sem construção" (Proclo, 1873, 179, 8-10)[XV]. Se assim todos os princípios geométricos, inclusive os axiomas e postulados, são distinguidos "através da simplicidade, pela ausência de demonstração e por meio de sua própria evidência" (Proclo, 1873, 179, 12-14)[XVI], então a geometria se apresenta nessa interpretação também enquanto um sistema de afirmações no qual o positivo, evidente e imediato valor de verdade dos princípios simples são transferidos, por meio da dedução correta, para as proposições complexas, não mais imediatas e evidentes: "toda e qualquer ciência", também a geometria, "é de dois tipos: ou ela se ocupa com as proposições imediatas ou ela fornece, baseada nessas, demonstrações e

XIV Fritz (1955, 13-103) encontra, em sua minuciosa análise, três interpretações diferentes dos postulados e axiomas em Proclo e relaciona todas as três com os Analytica *posterior*a:

1. Uma interpretação no sentido da tradição dialética, a qual Proclo segue, sobretudo, na segunda introdução de seu comentário (Proclo, 1873, 76 ss) ao se referir a Aristóteles (1831b, I 10; 1922, 76b, 27-34): aqui os axiomas são vistos pelos aprendizes enquanto princípios imediatamente evidentes, as definições como princípios que se tornam evidentes após a análise e os postulados enquanto aqueles princípios que são assumidos sem que sejam evidentes para os aprendizes.

2. Uma interpretação dos axiomas e postulados como proposições autoevidentes (Proclo 1873, 178 ss), que as inclui entre as proposições que, segundo os Analytica *posterior*a (Aristóteles, 1831b, I 2; 1922, I 71b, 19 ss), são princípios autoevidentes da ciência e que nela não necessitam de nenhuma fundamentação; essa interpretação dos axiomas e postulados é dominante no século XVI e XVII.

3. Uma, alocação, rejeitada por Proclo, dos axiomas numa ciência básica matemática e dos postulados numa ciência particular da geometria (Proclo, 1873, 182), que tem o seu modelo nos Analytica *posterior*a (Aristóteles, 1831b, I 10; 1922, I 76a, 37f ss.).

XV "γνῶσις ἄρα ἐναργὴς καὶ ἀναπόδεικτος καὶ λῆψις ἀκατάσκευος διορίζουσι τά τε αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα" (Proclo 179, 8-10).

XVI "δεῖ γὰρ δὴ πανταχοῦ τὰς ἀρχὰς τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς διαφέρειν τῇ ἁπλότητι, τῷ ἀναποδείκτῳ, τῷ αὐτοπίστῳ" (Proclo 179, 12-14).

construções, extraindo, assim, desdobramentos a partir dos princípios e desenvolvendo o seu sistema" (Proclo, 1873, 200, 22-201,3)[XVII].

Decisivo na interpretação dos *Elementa* de Euclides enquanto modelo metodológico para todas as outras ciências é, porém, em terceiro lugar, o fato de que sua estrutura não é apenas compreendida como modelo de exposição ordenada para uma teoria científica, mas também como exposição do método empregado na geometria. Nesse sentido, o método geométrico se apresenta enquanto dedução de conclusões a partir de premissas verdadeiras e é identificado diretamente com a demonstração dos *Analytica posteriora*. Com efeito, já há, num aditivo ao texto de Euclides, uma distinção entre uma forma de proceder analiticamente e uma sinteticamente[XVIII], que o comentário de Proclo também conhece e que a expõe de acordo com a sua interpretação de Euclides. Para Proclo, a geometria procede sinteticamente quando ela "progride dos princípios para as derivações/consequentes". Tal método, deixa "toda a riqueza dos princípios se desenvolver e conduz assim aos caminhos múltiplos da teoria científica". O método analítico, em contrapartida, caminha dos desdobramentos para os princípios; ele "remete de volta as muitas derivações aos seus próprios pressupostos" (Proclo, 1873, 19, 6-10)[XIX]. Além dessa caracterização do procedimento analítico e sintético, Proclo reivindica ocasionalmente até mesmo uma maior diversidade metodológica para a matemática. Numa referência à dialética platônica, atribui à matemática o método analítico, o disjuntivo, o apodítico

XVII "Τῆς ἐπιστήμης πάσης διττῆς οὔσης καὶ τῆς μὲν περὶ τὰς ἀμέσους προτάσεις ἀσχολουμένης, τῆς δὲ περὶ τὰ ἐξ ἐκείνων δεικνύμενα καὶ ποριζόμενα καὶ ὅλως περὶ τὰ ἀκόλουθα ταῖς ἀρχαῖς ἐξελιττούσης τὴν ἑαυτῆς πραγματείαν" (Proclo, 1873, 200, 22-201,3).

XVIII "Uma análise é pôr na base o procurado enquanto aceito, tendo em vista os principais desdobramentos a partir do que é reconhecido como verdadeiro. Uma síntese é pôr na base o aceito, tendo em vista os principais desdobramentos, a partir da totalidade ou apreensão do procurado" (Euclides, 1969, IV 364,18-366.2). "Ἀνάλυσις μὲν οὖν ἐστι λῆψις τοῦ ζητουμένου ὡς ὁμολογουμένου διὰ ἀκολούθων ἐπί τι ἀληθὲς ὁμολογούμενον. Σύνθεσις δὲ λῆψις τοῦ ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἀκολούθων ἐπί τι ἀληθὲς ὁμολογούμενον" (Euclides, 1883-5, XIII, § 1, 654).

XIX "Δυνάμεις γε μὴν ἔχει διττάς, τὰς μὲν εἰς πλῆθος προαγούσας τὰς ἀρχὰς καὶ ἀπογεννώσας τὰς πολυειδεῖς τῆς θεωρίας ἀτραπούς, τὰς δὲ συναγωγοὺς τῶν πολλῶν διεξόδων εἰς τὰς οἰκείας ὑποθέσεις" (Proclo, 1873, 19, 6-10).

e o demonstrativo (Proclo, 1873, 42, 12-43, 21). E, por fim, Proclo diferencia, em seu comentário ao primeiro problema dos *Elementa* de Euclides, seis passos a serem realizados na resolução de todo problema geométrico: o enunciado, a exposição, a determinação, a construção, a demonstração, a conclusão (Proclo, 1873, 203, 4 ss)[XX]; além desses, enumera, como meios metodológicos largamente usados, as proposições auxiliares, os casos, os porismos, as réplicas e as reconduções (Proclo, 1873, 210, 25 ss).

Apesar de todas essas diferenciações, que em parte se apoiam estreitamente na práxis geométrica dos *Elementa* de Euclides, a intepretação que passa a predominar na recepção do comentário de Proclo no século XVI, sob a influência do conceito aristotélico de ciência, é aquela que identifica o método geométrico em geral com a demonstração científica no sentido dos *Analytica posteriora* (*cf*. Schüling, 1969, 41 ss). Nesse caso é possível se apoiar nas próprias afirmações análogas presentes nos *Analytica posteriora*, nas quais a geometria, primeiro, é incluída entre as ciências que realizam as suas demonstrações através de conclusões, preferencialmente na primeira figura conclusiva, isto é, que consideram meramente a inclusão de uma classe de conceito numa outra (*cf*. Aristóteles, 1831b, I 14; 1922, I 79a, 17 ss). E, segundo, as conclusões atribuídas à geometria são avaliadas enquanto procedimento de demonstração, que procede dos fundamentos ou causas em direção aos desdobramentos ou efeitos (ἀπ' ἀρχῶν; *demonstratio propter quid*): enquanto ciências subordinadas como a ótica demonstram frequentemente as causas a partir dos efeitos (ἐπ' ἀρχάς, *demonstratio quia*), os matemáticos possuem a demonstração a partir dos fundamentos (Aristóteles, 1831b, I 13; 1922, I 78 b, 32 ss).

Por meio dessa identificação do método geométrico com a perfeita demonstração científica no sentido aristotélico, o método geométrico se reduz, por conseguinte, a um procedimento que, a partir de princípios verdadeiros, entendidos enquanto definições, axiomas e postulados, deriva conclusões (teoremas e problemas) por meio de uma série de silo-

XX Compare o emprego desses passos na reconstrução do método analítico no interior da práxis geométrica de Pappus, presente no terceiro tópico desta tradução (O método analítico na geometria antiga – modelo B).

gismos. Dessa forma, são negligenciadas tanto as complexas estratégias de resolução — utilizadas no texto de Euclides em tarefas concretas e nos teoremas — quanto as afirmações teóricas sobre elas, presentes de forma genérica em Euclides e pormenorizadamente em Proclo, em favor — para falar com Lakatos — de uma "abordagem dedutivista", na qual o método científico é restringido à exposição demonstrativa das proposições tidas enquanto verdadeiras (*cf*. tb. Lakatos, 1976, 142-152). Se compararmos essa abordagem dedutivista com a diferenciação de Proclo entre procedimento analítico e sintético, presente também num aditivo ao texto de Euclides, teremos que, nessa interpretação moderna, o método geométrico corresponde somente ao método sintético, à medida que progride de princípios para as derivações/consequentes. E, nesse sentido, o *methodus Euclideae* passa também a ser regularmente interpretado enquanto procedimento sintético, quando, após a recepção dos comentários gregos, a terminologia grega se sobrepõe à latina.

A identificação da metodologia euclidiana com a aristotélica tem outras importantes consequências para a discussão metodológica do século XVII, inclusive para a compreensão de Euclides, por exemplo, por Wolff. A vinculação aqui exposta de um sistema axiomático realmente executado na geometria com o programa aristotélico de ciência demonstrativa é primeiramente responsável pelo fato de que o que é assim compreendido como método de Euclides ser recorrentemente entendido até o século XVIII enquanto o método matemático e isso a despeito da existência de modelos de métodos matemáticos divergentes e a despeito do advento das teorias modernas de análise. E segundo, essa identificação do método matemático com o programa geral de ciência de Aristóteles faz com que o *methodus Euclideae* avance por um longo período enquanto modelo para a ciência em geral e para a filosofia. O método matemático assim compreendido desempenha uma função importante na "mudança da concepção de ciência" no século XVI (*cf*. Schüling, 1969, 57 ss); ele forma o objetivo da tentativa de reconstrução de Pascal do método matemático ideal e em Espinoza, em sua ética apresentada "segundo o método geométrico", é empregado diretamente nas questões filosóficas. No século XVII, pertence aos mais respeitáveis inventários de métodos (*cf*. Vleeschauwer, 1961; Angelis, 1962) e marca o mais influente livro de lógica, inspirado, por um lado, em

Descartes e, por outro lado, em Pascal, a saber, a *Lógica de Port Royal* (*cf*. Arnauld e Nicole, 1965). E a metodologia de Wolff e de sua escola expõe as últimas manifestações dessa influente tradição e transmite a intepretação do método *mos geometricus* que será recepcionada no século XVIII.

Apesar disso, fica aberto e controverso até o final do século XVIII qual função exatamente esse método sintético pode preencher na ciência. O alinhamento do método sintético com o conceito de demonstração de Aristóteles não deixa dúvidas de que esse método pertence ao contexto da fundamentação da ciência: com sua ajuda, proposições deduzidas corretamente são fundamentadas a partir de princípios. Aberto e controverso, todavia, fica se esse método sintético preenche também a função de descoberta. Em outros termos, se a dedução, através da qual as proposições são demonstradas, ao mesmo tempo é o meio de descobrir ou de encontrar as proposições. Autores que se ocupam com outros modelos de método, além deste "método sintético", tal como Descartes e Leibniz, tendem a restringi-lo ao contexto de fundamentação. Já autores, para os quais esse método sintético é pura e simplesmente o método matemático e, enquanto tal, modelo para o método científico em geral, tendem a atribuir força inventiva também à dedução sintética de conclusões. Nesse sentido, por exemplo, Wolff vê ainda na dedução silogística um meio de descoberta.

O método analítico na geometria antiga (modelo B)

No segundo maior comentário de Euclides, a saber, a coleção de escritos matemáticos de Pappus de Alexandria (Pappus, 1875-78) — que, ao lado do comentário de Proclo, foi importante na discussão metodológica na idade moderna — encontra-se uma interpretação do método matemático que difere em pontos importantes do modelo sintético da geometria antiga (modelo A). O método seguido pela geometria antiga e por Euclides é entendido aqui não enquanto método sintético, mas enquanto método analítico ou analítico-sintético. A tese de que, na geometria, havia um método analítico era bastante partilhada entre os antigos. Ela é atribuída a Platão, o qual era tido também como o inventor desse método analítico (*cf*. Proclo, 1873, 211, 18 ss). Essa tese aparece também em Aristóteles, quando ele faz um paralelo entre o procedimento de resolução na geometria e o proceder analítico na ética (*cf*. Aristóteles, 1831c, III 5; 1922, I, 1112b ss). Ela se encontra — como dito — também na nota adicional ao texto de Euclides (1969, 72-3) e na interpretação de Proclo dessa nota (*cf*. Proclo, 1873, 75 ss); além disso, Apolônio de Perga e Aristeu, o Velho, são mencionados por Pappus (1875-78, 634, 8 ss), juntamente com Euclides, como fiadores. Uma exposição ampla desse método analítico se conservou, basicamente, somente nos escritos de Pappus. Ela se encontra no meio das tarefas geométricas concretas no início do livro VII de sua *Collectio*. O núcleo da descrição teórica desse método analítico, numa tradução usual, seria[XXI]:

> O assim chamado ἀναλυόμενος, meu filho Hermodoro, é, em poucas palavras, uma doutrina especial para os que querem, depois de já estarem familiarizados com os elementos comuns, adquirir a capacidade de resolver, por meio de construção, problemas que lhes são propostos; e ele é útil somente para esse propósito. Ele foi tratado por três homens: Euclides, o autor dos Elementos, Apolônio de Perga e Aristeu, o Velho, e procede por meio da análise e da síntese.
>
> A análise é o caminho do procurado, considerado como se fosse admitido, que, a partir dos desdobramentos daí decorrentes[XXII], avança até algo a ser admitido na síntese. Pois na análise pressupomos o que é procurado como se já tendo sido aceito e investigamos aquilo a partir do qual esse algo resulta[XXIII], e de novo qual é o antecedente deste último, até que, no nosso ca-

XXI A tradução se orienta, primeiramente, pela tradução latina feita por Hultsch (Pappus, 1875-78, 635, 637), pela tradução alemã de Gerhardt (Pappus, 1871, 3) e pela tradução inglesa de Heath (1908, vol. I, 138). Traduções ligeiramente divergentes podem ser encontradas em Commandino (Pappus, 1589, 156), Cornford (1932, 45) e Hintikka/Remes (1974, 8-10).
XXII Confira a nota de rodapé XXVII e XIX.
XXIII Confira a nota de rodapé XXXI.

minhar para trás, alcancemos algo que já é conhecido ou que possui a qualidade de um princípio. Chamamos tal proceder de análise, por ser uma solução para trás. Na síntese, ao contrário, pressupomos inversamente o que nós alcançamos por último na análise enquanto já tendo sido aceito, e tratamos o que lá ocorre segundo uma ordem natural aqui enquanto desdobramentos, ligamos uns com os outros e, assim, alcançamos ao final a construção do procurado. E a isso chamamos síntese.

Todavia, a análise é de dupla arte. Uma serve para a procura da verdade e se chama teórica. A outra serve para executar o que deve ser feito e se chama análise problemática. Na análise teórica pressupomos o procurado como existente e verdadeiro, e chegamos, por meio dos desdobramentos daí decorrentes[XXIV], os quais são também vistos enquanto verdadeiros e, por meio do nosso pressuposto, seguros, até uma afirmação. Se essa afirmação é verdadeira, é também o procurado, e a prova será o reverso da análise. Se, porém, a afirmação é falsa, então o procurado também será falso. Na análise problemática pressupomos o que será requerido enquanto conhecido e chegamos, por meio dos desdobramentos daí decorrentes, que serão admitidos como verdadeiros, a alguma afirmação. Se o que foi afirmado for possível e possa ser feito, isto é, se o afirmado é aquilo que os matemáticos designam enquanto "dado", então é também possível o que será requerido, e prova será novamente a inversão da análise. Mas se o que foi afirmado for impossível, então será impossível

XXIV Confira a nota de rodapé XXXIII.

> também o que será requerido (Pappus, 1875-78, 634, 3 – 636, 14)[XXV].

Esse texto é, ao menos numa segunda leitura, tão múltiplo de sentidos, impreciso e, em partes, contraditório, que a sequência de correções de interpretações se estende desde a recepção no século XVI até hoje. Uma primeira imprecisão, de caráter externo, do texto de Pappus refere-se à designação dos conceitos-chave de análise e síntese, posto que são usados para qualificar tanto o método no seu todo quanto o primeiro dos seus passos: o método no seu todo (ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος), utilizado por Euclides, Apolônio e Aristeu, o Velho, para Pappus, é formado de ambas as etapas de análise e síntese (κατὰ ἀνάλυσιν καὶ σύνθεσιν) (Pappus, 1875-78, 634, 3 e 10 ss). Nos empregos *posterior*es desse mé-

XXV "Ὁ καλούμενος ἀναλυόμενος, Ἑρμόδωρε τέκνον, κατὰ σύλληψιν, ἰδία τίς ἐστιν ὕλη παρεσκευασμένη μετὰ τὴν τῶν κοινῶν στοιχείων ποίησιν τοῖς βουλομένοις ἀναλαμβάνειν ἐν γραμμαῖς δύναμιν εὑρετικὴν τῶν προτεινομένων αὐτοῖς προβλημάτων, καὶ εἰς τοῦτο μόνον χρησίμη καθεστῶσα. γέγραπται δὲ ὑπὸ τριῶν ἀνδρῶν, Εὐκλείδον τε τοῦ στοιχειωτοῦ, καὶ Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου, καὶ Ἀρισταίου τοῦ πρεσβυτέρου,
κατά ἀνάλυσιν καὶ σύνθεσιν ἔχουσα τὴν ἔφοδον. ἀνάλυσις τοίνυν ἐστὶν ὁδὸς ἀπὸ τοῦ ζητουμένου ὡς ὁμολογουμένου διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ἐπί τι ὁμολογούμενον συνθέσει. ἐν μὲν γὰρ τῇ ἀναλύσει τὸ ζητούμενον ὡς γεγονὸς ὑποθέμενοι τὸ ἐξ οὗ τοῦτο συμβαίνει σκοπούμεθα, καὶ πάλιν ἐκείνου τὸ προηγούμενον, ἕως ἂν οὕτως ἀναποδίζοντες καταντήσωμεν εἴς τι τῶν ἤδη γνωριζομένων ἤ τάξιν ἀρχῆς ἐχόντων. καὶ τὴν τοιαύτην ἔφοδον ἀνάλυσιν καλοῦμεν, οἷον ἀνάπαλιν λύσιν. ἐν δὲ τῇ συνθέσει ἐξ ὑποστροφῆς τό ἐν τῇ ἀναλύσει καταληφθὲν ὕστατον ὑποστησάμενοι γεγονὸς ἤδη, καὶ ἑπόμενα τὰ ἐκεῖ προηγούμενα κατὰ φύσιν τάξαντες καὶ ἀλλήλοις ἐπισνθέντες, εἰς τέλος ἀφικνούμεθα τῆς τοῦ ζησουμένου κατασκευῆς. κα τοῦτο καλοῦμεν σύνθεσιν. Διττὸν δ᾽ ἐστὶν ἀναλύσεως γένος, τὸ μὲν ζητητικὸν τἀληθοῦς, ὃ καλεῖται θεωρητικόν, τὸ δὲ ποριστικὸν τοῦ προταθέντος, ὃ κωλεῖται προβληματικόν. ἐπὶ μὲν οὖν τοῦ θεωρητικοῦ γένους τὸ ζητούμενον ὡς ὂν ὑποθέμενοι καὶ ὡς ἀληθές, εἶτα διά τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶν καὶ ὣς ἔστιν καθ᾽ ὑπόθεσιν προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον, ἐὰν μὲν ἀληθὲς ᾖ ἐκεῖνο τὸ ὁμολογούμενον, ἀληθὲς ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, ἐὰν δὲ ψεύδει ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ψεῦδος ἔσται καὶ τὸ ζητούμενον. ἐπὶ δὲ τοῦ προβληματικοῦ γένους τὸ προταθὲν ὡς γνωσθὲν ὑποθέμενοι, εἶτα διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων ὡς ἀληθῶν προελθόντες ἐπί τι ὁμολογούμενον, ἐὰν μὲν τὸ ὁμολογούμενον δυνατὸν, ᾗ καὶ ποριστόν, ὅ καλοῦσιν οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων δοθέν, δυνατὸν ἔσται και τὸ προταθέν, καὶ πάλιν ἡ ἀπόδειξις ἀντίστροφος τῇ ἀναλύσει, ἐὰν δὲ ἀδυνάτῳ ὁμολογουμένῳ ἐντύχωμεν, ἀδύνατον ἔσται καὶ τὸ πρόβλημα" (Pappus, 1875-78, 634, 3 – 636, 14).

todo, essa imprecisão acabou gerando uma certa indefinição sobre se o método no seu conjunto, formado pela análise e síntese, ou somente o primeiro passo deveria ser denominado de método analítico.

Mais substancial é que o próprio texto de Pappus caracteriza a etapa de análise de diferentes maneiras. O procedimento inicia, em todo o caso, com o procurado tomado como se estivesse admitido e com a sua análise; no entanto, em que consiste especificamente essa análise, é descrito de formas diferentes. Por um lado, a análise na passagem A é compreendida enquanto o progredir do procurado em direção às suas condições: "na análise pressupomos o que é procurado como se já tendo sido aceito e investigamos *aquilo a partir do qual esse algo resulta*, e de novo qual é o antecedente deste último, até que, no nosso caminhar para trás, alcancemos algo que já é conhecido" (Pappus, 1589, 634, 13-17). Por outro lado, o progredir analítico na passagem B pode também ser entendido enquanto a derivação de desdobramentos a partir do que é posto por tentativa: "A análise é o caminho do procurado, considerado como se fosse admitido, *que a partir dos desdobramentos daí decorrentes*, avança até algo que já havia sido admitido na síntese" (Pappus, 1589, 634, 10-13; *cf*. 636, 1 ss e 7 ss). Essa ambiguidade do texto levou ao surgimento, ainda no século XX, de duas interpretações distintas do procedimento analítico: ele é interpretado ou enquanto um progredir "ascendente" em direção às condições ou como um progredir "descendente" em direção aos desdobramentos.

Cornford (1932, 37-52, 173-190) se apoia na passagem A e entende a análise respectivamente enquanto o ascender de uma proposição a ser provada para as suas condições; para tanto, ele busca enfraquecer a afirmação da passagem B e dos trechos paralelos 636, 2 e 636,9, visto que não traduz, em todos os três lugares onde aparece o termo διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων, como o usual "por meio de suas consequências"[XXVI], mas como "por meio de passos sequentes"[XXVII], e, por conseguinte, compreende a análise como mero progredir temporal para as condições da

XXVI Hultsch (1875-78, 635): "per ea, quae deinceps consequuntur"; Gerhardt (1871, 3): "mittelst der sich daraus ergebenden Folgerungen"; Heath (1908, 138): "through its successive consequences".
XXVII "through the sequente steps" (Cornford, 1932, 45).

proposição a ser provada[XXVIII]. De maneira similar, Hintikka e Remes (1974, 14) se apoiam, em sua ampla pesquisa sobre o método de análise, na interpretação do texto teórico de Pappus — não, porém, na reconstrução de sua práxis geométrica — sobre a passagem A. Eles traduzem a expressão τὸ ἀκόλούθον na passagem B e nos trechos paralelos como "caminhar junto": por entender que ela não significa "consequência lógica", mas é muito mais uma expressão vaga para tudo "aquilo que caminha junto com" a conclusão desejada nas premissas, das quais ela pode ser deduzida[XXIX]. Também Gulley (1958, 1-14) interpreta a passagem A no sentido de um avançar analítico em direção às condições da proposição a ser provada, porém, não adota — diferentemente de Conford e Hintikka/Remes — nenhuma correção na tradução usual da passagem B e, por isso, chega à conclusão de que Pappus mesclou dois tipos diferentes de análises geométricas em uma descrição do método.

Em contrapartida, Heath (1908, 139), Robinson (1969, 8 ss), Clerniss (1951, 395-425), Lakatos (1976, 64; 1978, 70-103) e Rehder (1982, 350-370) se apoiam na passagem B e procuram, a partir desta, interpretar a passagem A. A análise é compreendida por eles, por conseguinte, como o avançar da proposição a ser provada em direção aos seus desdobramentos e a passagem A é interpretada no sentido de que nela os passos da análise não são descritos como eles são apresentados quando se realiza a análise, mas como esses passos aparecem na síntese que se segue[XXX]: lá, pois, se mostra o que foi alcançado na análise enquanto condição, a partir da qual a proposição a ser provada pode ser

XXVIII Contra essa interpretação, confira a convincente argumentação de Robinson (1969, 1-15).

XXIX "We want to suggest that τὸ ἀκόλουθονin Pappus' description of analysis and synthesis does not mean a logical consequence, but is a much more vague term for whatever 'corresponds to', or better, 'goes together with' the desired conclusion in the premisses from which it can be deduced, perhaps in the sense of enabling one to deduce the conclusion from them. Hence our translation 'concomitant' instead of the usual 'consequence'" (Hintikka/Remes, 1974, 14). Contra essa posição, confira Rehder, 1980, 58-66.

XXX "The reason why he [Pappus] expresses himself here in this unexpected way is that he is looking at analysis as existing for the sake of synthesis; this makes him describe the steps of the analysis, not as they appear while you are doing the analysis, but as they appear in the subsequent synthesis" (Robinson, 1969, 14).

deduzida (*cf*. Heath, 1908, 139). Essa interpretação da análise enquanto um progredir da proposição a ser provada para os seus desdobramentos deixa-se também respaldar por uma análise crítica do texto da passagem A. Todas as traduções e intepretações supracitadas dessa passagem se baseiam no texto grego de Hultsch e na sua tradução latina, os quais, por sua vez, se apoiam nos trechos importantes nos Manuscritos B e S e citam as divergências com o antigo Manuscrito A somente em notas de rodapé. Commandino, o primeiro tradutor desse texto de Pappus, se apoia, em contrapartida, nesse mais antigo Manuscrito A e introduz uma modificação relevante no interior da passagem A, por meio da qual a análise aqui também aparece enquanto um avançar para os desdobramentos a partir do procurado: a análise pergunta, para ele, pelo *o que se segue do procurado* (*quid ex hoc contingat*) e não de onde se segue o procurado; entretanto, na sequência desta descrição da análise, Commandino volta a falar do avançar analítico em direção às condições (*antecendens*)[XXXI]. A primeira modificação na passagem A, porém, fornece exatamente o texto que Robinson, a partir do seu ponto de vista, teria esperado[XXXII]. Do mesmo modo, Commandino, na tradução da frase seguinte sobre a síntese, caracteriza a predecessora análise enquanto um progredir em direção aos desdobramentos: na síntese, para ele, aquelas proposições que lá — na análise — eram desdobramentos são postas enquanto condições[XXXIII].

Se nos voltarmos, em face dessa falta de clareza na descrição teórica do método em Pappus, para a práxis geométrica tal qual pode ser documentada nas numerosas resoluções de problemas na *Collectio*, torna-se claro, primeiramente, que, na argumentação geométrica, não se busca,

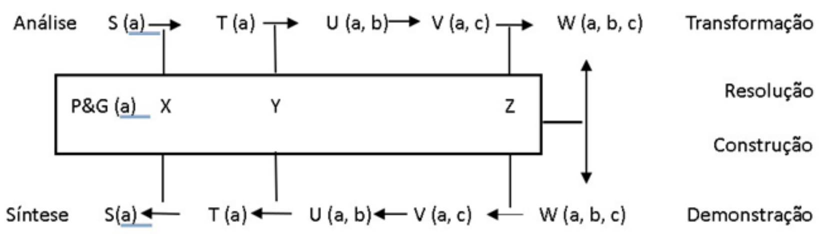
XXXI "[...] in *resolutio*ne enim id quod quaeritur tamquam factum ponentes, *quid ex hoc* contingat, consideramus: et rursum illius antecedens, quousque ita *progredients* incidamus in aliquod iam cognitum, vel quod sit è numero principiorum" (Pappus, 1589, 156). Os itálicos são nossos.

XXXII "On the conventional view of analysis we might have expected him to say 'what results from this' instead of 'what it is from which this results" (Robinson, 1969, 14).

XXXIII "[...] in compositione autem per conversionem ponentes tamquam iam factum id, quod postremum in *resolutio*ne sumpsimus: atque hic ordinantes secundum naturam ea *antecedentia, quae illic consequentia erant*" (Pappus, 1589, 157, os itálicos são nossos). *Cf*. também Rehder (1982, 13n).

de fato, pelas condições da proposição procurada em questão, mas que ela [proposição procurada] é "considerada como se fosse admitida" a fim de que se possam deduzir os desdobramentos. Esses desdobramentos não são derivados — como sugere a passagem B do texto de Pappus — unicamente do procurado; até porque, como é notório, de uma única proposição não se pode derivar muitos desdobramentos. Antes pelo contrário, na práxis geométrica, ao se formular o problema, são introduzidos enquanto dados uma determinada configuração de objetos geométricos e as relações entre eles (G), assim como é introduzido, enquanto procurado, uma relação anteriormente aceita entre elementos particulares da figura geométrica (S). Além disso, é pressuposta enquanto válida a classe (P) dos princípios geométricos fundamentais, das definições, axiomas, postulados e dos teoremas anteriormente já provados e dos problemas já solucionados. O problema consiste em demonstrar o procurado S a partir de G & P, cuja validade para a solução do problema é pressuposta.

Nesse caso, o primeiro passo da análise, denominado de transformação, em conformidade com a passagem B, consiste em considerar o procurado S enquanto aceito e derivar dele desdobramentos T, U, V, W. Essa derivação não se baseia, no entanto, somente na aceita validade de S, mas muito mais na aceita validade de P & G. Já Robinson prova em sua reconstrução da demonstração euclidiana do livro XVIII, 1, de que a dedução de T, U, V, W a partir de S requer, para a maior parte dos passos dedutivos, o uso de proposições adicionais X, Y, Z de P & G (*cf.* Robinson, 1969, 11 ss). Hintikka e Remes (1974, 22-30) mostram em sua precisa reconstrução da proposição quatro do livro IV da *Collectio* de Pappus de que, além disso, a dedução de desdobramentos de S(a) requer frequentemente a introdução de construções auxiliares, por meio das quais, novamente sobre a base de P & G(a) & S(a), novos objetos (b, c) são introduzidos na construção, de forma a resultar proposições da forma U(a,b), W(a,b,c).



O emprego dessas proposições adicionais a partir de P & G e a inserção dessas construções auxiliares indica que a argumentação geométrica não é trivial. É difícil estar seguro de que, na resolução de um problema, se tenham introduzido as proposições e as construções auxiliares que permitem derivar S de P & G. Nesse sentido, o primeiro passo da análise tem força inventiva.

A tarefa do segundo passo da análise, chamado de resolução, consiste em verificar se a proposição encontrada W também é derivada sozinha de P & G. Trata-se aqui de saber se a análise conduz "a algo já conhecido" (Pappus, 1875-78, 634, 16) e, por conseguinte, a uma afirmação verdadeira (*cf*. Pappus, 1875-78, 636,5). Neste caso, Pappus diferencia entre dois possíveis resultados: ou a análise alcança uma afirmação verdadeira ou uma afirmação falsa; ambas têm resultados positivos, mas com diferentes consequências.

Se deparamos na "transformação" com uma proposição que se mostra, na "resolução" a partir de P & G, enquanto falsa, então decorre uma simples interpretação: neste caso é comprovado que a proposição a ser provada S é falsa, pois se consideramos todas as proposições da classe P & G enquanto verdadeiras, então a proposição em questão S é a única fonte possível da falsidade de W. E sob o pressuposto do princípio do terceiro excluído, pode-se concluir que o contrário de S, ou seja, não S, é verdadeiro. A contradição que surge entre os resultados da transformação e da resolução decorre, não como poderia sugerir o texto de Pappus 636,6 ss, numa ausência de resultado, mas num resultado positivo, a saber, que o contrário da proposição inicialmente aceita é verdadeira. Atrás da formulação da passagem de Pappus 636,6 esconde-se a prova apagógica, tão frequentemente empregada por Euclides e Pappus. Nela, para se provar um "não S", assume-se como verdadeiro o contrário, "S", e se deduz com a sua ajuda uma contradição e, dessa forma, prova-se a verdade de "não S". Sobre o significado *Elementa*r dessa demonstração indireta para a argumentação geométrica e filosófica dos gregos tem chamado a atenção nos últimos tempos sobretudo Szabó (1969).

Pappus, todavia, não conhece somente a possibilidade do resultado contraditório desses dois passos analíticos, mas também considera com força demonstrativa o alcançar de uma proposição já reconhecida enquanto verdadeira: "se essa afirmação", a que se chegou via a etapa de transformação, é também, com base na etapa de resolução, "verdadeira, é também o procurado, e a prova será o reverso da análise" (Pappus, 1589, 636, 5-6). Essa afirmação é, por isto, mais difícil de ser compreendida, uma vez que é possível deduzir desdobramentos verdadeiros de premissas falsas; em outros termos, a dedução da proposição verdadeira W a partir de S & P & G não garante a verdade de S. Pappus constada a verdade do procurado S neste fragmento do texto, por assim dizer, muito cedo, isto é, antes ainda da demonstração propriamente dita, o que também explicita que, na sua frase, a demonstração, enquanto o reverso da análise, perde a sua função, quando ele acredita poder estabelecer a verdade de S antes do final da análise. Muito pelo contrário, aqui é necessária a demonstração enquanto o reverso da análise para comprovar a verdade de S: um resultado positivo da análise, ao contrário do negativo, torna a subsequente síntese incontornável. Por meio da síntese há de se demonstrar que S é deduzível de W, pois, posto que W foi deduzido na etapa de transformação de P & G e sem considerar S, prova-se, assim, que S deriva de P & G.

Essa demonstração sintética é descrita por Pappus como o "reverso da análise" (Pappus, 1875-78, 636, 5 e 12): a síntese coloca enquanto condições o que na análise eram desdobramentos[XXXIV] e passa, então, de volta pelos mesmos passos intermediários em direção ao procurado S. Isso significa que a demonstração poderá somente ser bem sucedida se podermos derivar, na síntese, numa sequência inversa, as proposições da análise; dessa forma, é demonstrada a dedutibilidade de S a partir de T, U, W e, por último, de P & G.

XXXIV Confira a nota de rodapé XXXI.

A necessidade dessa inversão dos passos na síntese foi interpretada, por vezes, como a exigência de equivalência das proposições S, T, U e W. Cada proposição precisaria ser uma condição necessária e suficiente para a próxima[XXXV] e entre elas deveria haver uma equivalência rigorosa: S↔T↔U↔W[XXXVI]. Essa exigência de equivalência de cada uma das proposições requer, a meu ver, demais; ela está muito estreitamente assentada na representação da transformação de equações[XXXVII] e não leva em conta de que na argumentação geométrica são necessárias também outras proposições além de S, T, U, W. Tal como, pois, já na análise, os desdobramentos não são extraídos apenas do procurado S, mas de S e outras proposições X, Y, Z da classe P & G, assim também na síntese são extraídos desdobramentos não somente de W, mas de W e outras proposições da classe P & G. E mesmo quando usamos, na síntese, nesse caso, a mesma proposição Z da classe P & G para a dedução de U a partir de W, com ajuda da qual [proposição Z] ocorre a dedução analítica de W a partir de U, disso não resulta nenhuma equivalência em sentido estrito: quando é concluído analiticamente W a partir de U & Z e sinteticamente U a partir de W & Z, então, uma relação de dependência não é simplesmente a inversão da outra. Nesse sentido, Robinson já chamava atenção: "em um uso realmente estrito da linguagem, a síntese não percorre exatamente os mesmos passos que a análise" (Robinson, 1969, 12; *cf*. tb. Lakatos, 1978, 75). Em outras palavras, para que a sequente demonstração seja bem sucedida, não é necessário que cada um dos passos deduzidos na análise seja inversivo em sentido estrito, porém é suficiente se S pode ser deduzido de W, ainda que eventualmente por outros passos intermediários do que os empregados na análise: com isso, pois, já é demonstrado a dedutibilidade de S a partir de P & G. Tal, contudo, é necessário para a demonstração da verdade de S, posto que o

XXXV "If we deduce from C the basic statement P and from P again C, then P is necessary and sufficient condition for C and vice versa" (Lakatos, 1978, 74).

XXXVI Rehder (1982, 360) reconstrói o método analítico-sintético em Pappus enquanto "equivalência de demonstração" e escreve: "por fim, cada um dos passos analíticos de Po para Pn devem ainda suceder logicamente também na direção inversa de Pn para Po, de modo que, numa bem sucedida análise e síntese, Po é equivalente até mesmo para P1 e P2 e...Pn".

XXXVII Confira o quinto tópico desta tradução (O conceito de análise dos matemáticos modernos – modelo D).

alcançar, na análise, de uma proposição já reconhecida enquanto verdadeira não é suficiente. Antes pelo contrário, a análise tem aqui somente a função de encontrar o caminho para a dedução de S a partir de P & G; nesse sentido, podemos considerar a etapa analítica, juntamente com Lakatos (1978, 96), enquanto um experimento inventivo de pensamento sobre o qual deve suceder a síntese enquanto prova do experimento de pensamento.

B1 – Essa reconstrução do método geométrico mostra que na práxis a dedução, tanto na etapa de análise quanto na etapa de síntese, ocorre na forma de que os desdobramentos são derivados das proposições dadas. As interpretações que defendem a análise enquanto um ascender em direção às condições da proposição inicialmente admitida não encontra aqui nenhuma confirmação. Entretanto, essas interpretações não foram simplesmente criadas do nada, mas puderam, para respaldar a relevante passagem A, recorrer à antiga tradição. E essa passagem A pertence — como comprovaram Gulley (1958, 5-10)[XXXVIII] e Hintikka/Remes (1974, 84-104) — a uma larga tradição, na qual a análise geométrica é regularmente compreendida enquanto ascender às premissas e ao princípio último. Para citar somente as principais fontes: nesse sentido, é atribuído a Platão a descoberta do método analítico: ele teria repassado a Leodamas de Thasos um método de "remeter o problema procurado por meio de um caminho analítico a um reconhecido princípio" (Proclo, 1873, 211, 18-23)[XXXIX]. Também Aristóteles compreende a análise geométrica como um método, em que o resultado desejado é admitido e em que, em seguida, se procura "analiticamente" pelas condições anteriores para se chegar a esse resultado, quando ele faz um paralelo entre análise e considerações sobre meio-fim na ética (Aristóteles, 1831c, III 5; 1922, I 47a, 2 ss). De maneira similar interpreta Proclo a análise,

XXXVIII Gulley (1958, 5 ss.) se remete a Platão, Aristóteles, Alexandre, Proclo, Amônio Sacas, João Filopono, Eustrácio etc.; e, em face do grande número de passagens em que a análise é interpretada enquanto o progredir para condições, se esforçou para identificar também aquelas em que, como em Pappus, a análise aparece como um progredir para os consequentes.

XXXIX "μέθοδοι δὲ ὅμως παραδίδονται, καλλίστη μὲν ἡ διὰ τῆς ἀναλύσεως ἐπ᾽ ἀρχὴν ὁμολογουμένην ἀνάγουσα τὸ ζητούμενον, ἣν καὶ ὁ Πλάτων ὡς φασὶν Λεωδάμαντι παραδέδωκεν, ἀφ᾽ ἧς καὶ ἐκεῖνος πολλῶν κατά γεωμετρίαν εὑρετὴς ιστόρηται γενέσθαι" (Proclo, 1873, 211, 18-23).

quando ela, para ele, “remete desdobramentos aos próprios pressupostos” (Proclo, 1873, 19, 6-9).

Se, na tradição antiga, uma tal interpretação divergente da práxis real do modelo de método geométrico B é tão difundida, então é imperioso, para uma investigação histórica-filosófica que se ocupa da influência de tais representações de método, também tecer algumas próprias considerações sobre a intepretação B1 do método analítico-sintético. Essa interpretação B1 do método geométrico é notoriamente determinada pela ideia de que a análise é o reverso daquela síntese exposta no modelo de método A. Lá o método sintético foi compreendido enquanto a dedução de teoremas a partir de princípios colocados no início; a inversão dessa síntese seria, então, o ascender a esses princípios. O que ocorre aqui é que uma distinção — exposta por Platão e desenvolvida por Aristóteles, segundo a qual há essencialmente dois caminhos de obter conhecimento, em que um avança dos particulares aos princípios e o outro, dedutivamente dos princípios aos particulares — influenciou a interpretação geométrica do método, que factualmente segue outras regras; isto é, porque a síntese é compreendida enquanto procedimento de demonstração (ἀπ’ ἀρχῶν) [a partir dos fundamentos], já a análise, que se lhe contrapõe, é identificada com o procedimento de demonstração (ἐπ’ ἀρχάς) [em direção aos fundamentos], no qual dos consequentes se progride para os aos fundamentos.

Nessa intepretação, a análise não aparece mais enquanto propriamente geométrica, mas como análise lógica de uma proposição tal como Aristóteles a descreveu nos *Analytica priora* (Aristóteles, 1831a, I 32; 1922, I 47a, 2 ss): por meio dela é investigado de quais premissas é deduzida a proposição dada. Nessa interpretação, em primeiro lugar, o ponto de partida da análise é formado unicamente pela proposição S. Enquanto que, na “transformação” da práxis geométrica, se analisa uma conjugação de proposições já conhecidas P, o dado G e o procurado S, aqui as premissas devem ser verificadas a partir a proposição isolada S. Como uma tal “análise lógica” opera permanece à primeira vista inexplicada: logicamente poderíamos deduzir as premissas só da proposição inicial, se previamente pressupusemos a implicação mútua entre a proposição inicial e as suas premissas. Em segundo lugar, se não aceitarmos esse pressuposto abrangente, então o avançar analítico poderia somente ser interpretado como uma apreensão intuitiva das premissas: a análise aparece assim como uma verdadeira arte de descoberta, posto que encontraria intuitivamente as premissas, a partir das quais a proposição inicial é deduzida. Se uma análise assim compreendida for bem-sucedida, ela deverá chegar ao final às premissas "que já são conhecidas ou tem o *status* de princípios". Isso não é uma alternativa viável, porque nessa interpretação analítica-demonstrativa do método geométrico, o já conhecido foi, ele mesmo, por sua vez, conhecido somente a partir dos princípios; no final das contas, a análise remete de volta à proposição inicial, portanto, em todos os casos, aos primeiros princípios, e encontra, por conseguinte, a demonstração completa da proposição em questão a partir dos princípios fundamentais da geometria.

Na passagem A e em outras fontes, na qual emerge essa interpretação do método geométrico, a análise segue regularmente uma etapa sintética, entendida, no sentido do modelo de método A, *enquanto demonstratio propter quid*. Essa etapa sintética seria, porém, conforme o exposto, não mais necessária. Se, pois, a análise realmente encontra as premissas a partir da qual a proposição inicial é deduzida e se ela com isso se depara com os princípios geométricos, então a dedução da proposição já se encontra demonstrada e a etapa sintética não teria nenhuma função, a não ser talvez a de uma etapa expositiva. A análise, nessa interpretação, já fornece a demonstração e a etapa sintética é, nessa interpretação — e em contraposição ao seu papel na práxis geométrica —, realmente nada mais do que a precisa inversão da etapa analítica, de modo que a repetida afirmação, "síntese nada mais é do que o reverso da análise", tem provavelmente a sua origem muito mais nessa interpretação ascendente da análise do que na práxis geométrica.

Se quisermos, no entanto, nessa interpretação, qualificar a sucessão regular de uma etapa sintética não meramente enquanto adoção de uma síntese necessária na práxis geométrica em um modelo de método em que ela não é necessária, então há a possibilidade de interpretar a etapa sintética como um teste: por meio da realização do procedimento sintético seria demonstrado que as premissas descobertas na análise são, de fato, *suficientes* para deduzir a proposição em questão, isto é, seria demonstrado que a proposição inicial não depende de outras premissas não trazidas às claras e possivelmente falsas, mas que ela é efetivamente deduzida dos princípios. A verificação de uma proposição ocorreria na interpretação B1, assim, por meio do encontrar analiticamente daquelas premissas intermediárias, por meio das quais a proposição inicial seria deduzida dos princípios, e pela demonstração na síntese de que as assim encontradas premissas são suficientes para a dedução da proposição inicial. E, dessa forma, essa interpretação B1 se apresentaria como nada mais sendo do que uma complementação do modelo de método A através de uma etapa analítica: tanto aqui como lá, trata-se de uma interpretação analítica-demonstrativa da práxis geométrica que busca deduzir regras metodológicas do ideal aristotélico de ciência demonstrativa. Diferente, no entanto, do que no modelo A, é possível distinguir aqui entre a etapa analítica e a sintética, entre o contexto de descoberta e o de justificação da ciência; o discurso de uma força inventiva na análise e de uma força demonstrativa na síntese marca, pois, também a história da recepção desse modelo de método.

O método *regressus* da ciência empírica da natureza (modelo C)

A história do emprego do modelo de Pappus e de suas diferentes interpretações é marcada acentuadamente pela influência de um modelo de método das ciências naturais, o qual, devido à semelhança na estrutura externa, entra em concorrência com o modelo matemático e é confundido frequentemente com ele. Este modelo de método das ciências naturais forma-se, por um lado, quando a pressuposta originária multiplicidade metodológica da ciência da natureza é reduzida aos dois tipos de procedimentos de demonstração de Aristóteles: *demonstratio quia* (ἐπ' ἀρχάς) e *demonstrativo propter quid* (ἀπ' ἀρχῶν), e, por outro lado, quando esses dois tipos de demonstração são identificados com os dois primeiros métodos de Cláudio Galeno[XL], expostos na sua obra *Ars medica*, a saber, *doctrina resolutiva e doctrina compositiva*. Um tal modelo de método resolutivo-compositivo emerge já na escola de Oxford do século XIII, sobretudo em Robert Grosseteste (*cf*. Crombie, 1971, 52-90), e será desenvolvido no século XV e XVI na escola de Pádua. O método resolutivo-compositivo, segundo a forma que adquire na escola de Pádua (*cf*. Strong, 1936; Randall, 1961; Gilbert, 1960; Edwards, 1967; Crescini, 1965 e 1972; Mittelstraß, 1970), irá influenciar as reflexões metodológicas de Galileu e se torna, após Newton, o programa dominante da ciência empírica moderna.

Uma exposição detalhada deste método encontra-se em Zabarella[XLI], considerado o representante mais importante da escola de Pádua. Em sua Opera logica, terceiro livro de *De methodis*, Zabarella (1597) distingue o método científico, segundo o qual se investiga o desconhecido a partir do conhecido, da ordem, por meio da qual o que foi investigado é exposto[XLII], e conclui que somente o método científico é um meio para se chegar a novos conhecimentos[XLIII]. Essa concepção estrita de método possibilita Zabarella excluir tanto a *definitio* quanto a *divisio* da lista dos

XL Galeno (130-210 d. C) — ao lado de Aristóteles, a autoridade para a Idade média e o início da Idade Moderna, em especial para a medicina e para a ciência da natureza — diferencia em sua *Ars medica* três tipos de método: a *analysis*, que investiga as condições do que deve ser esclarecido, a *synthesis*, que progride das condições ao condicionado, e a *dissolution* de uma definição. *Cf*. Galeno, 1821, I 305. Veja a exposição resumida da concepção de método de Galeno feita por Gilbert, 1960, 13-24.

XLI Jacopo Zabarella (1533-1589) foi professor na universidade italiana de Pádua a partir 1563. Ele tratou da discussão dos aristotélicos do século XVI em sua *Opera logica*. Sobre a sua importância enquanto instância intermediadora entre o aristotelismo e a nova ciência empírica da natureza chamaram atenção sobretudo Cassirer (1922, Bd. I, 117-120), Randall (1961, 50-68) e Gilbert (1960, 167-173).

XLII "Quo discrimine methodus ab ordine discrepet, iam in praecedentibus declaratum est: quum enim ambo sint instrumenta logica, et processus a noto ad ignotum, ordo tamen...vim colligendi non habet, sed disponendi solum: methodus vero vim habet illatricem, et hoc ex illo colligit" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. I; 1966, 223c).

XLIII "Methodus est intellectuale instrumentum faciens ex notis *cognitio*nem ignori...: facere autem ex notis *cognitio*nem ignoti est differentia, qua methodus ab ordine separatur" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 2; 1966, 224e-225a).

métodos transmitidos por Galeno[XLIV], posto que ambas não procedem do conhecido para o desconhecido[XLV]. Dos métodos presentes no inventário de Galeno restam, para ele, somente dois métodos que fazem *jus* a esse termo, em seu sentido estrito: primeiro, o método demonstrativo, que Zabarella também denomina de *demonstratio potissima* ou *demonstratio propter quid* e caracteriza como compositio, e, segundo, o método resolutivo, também chamado de *demonstrativo quia*[XLVI].

A diferença entre o método compositivo e o método resolutivo é determinada por Zabarella à medida que confronta a relação subjetiva do conhecimento — entre o que nos é mais bem conhecido e o que nos é ainda desconhecido — com a relação ontológica do anterior (*prior*) ou posterior (*posterior*) Ser das coisas: ambos os métodos podem avançar somente do que nos é mais bem conhecido para o que ainda é desconhecido; todavia, no método demonstrativo, deve haver um progredir das proposições necessárias, princípios ou causas em direção às proposições deduzidas ou efeitos, ao passo que o método resolutivo parte das

XLIV "Est hac tempestate communis omnium sententia, quattuor esse methodos, demonstrativam et resolutivam ... et praeter has etiam definitivam, ac divisivam" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 5; 1966, 231e).

XLV "si hoc modo intelligatur via divisiva, nullam habet illationis necessitatem, neque ex noto notificat aliquid ignotum: quare methodus appellanda non est" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 7; 1966, 235e). "definitivo ... est simplex quaedam essentiae expressio..., in qua nullum processum ab aliqua re ad aliam rem notare queamus: ideo per magnum errorem ab omnibus fuit inter methodos collocata" (Ibid., cap. 11; 1966, 246c).

XLVI "duae igitur scientificae methodi oriuntur, non plures, nec pauciores, altera per excellentiam demonstrativa methodus dicitur, quam Graeci, κύριον ἀπόδειξιν, vel ἀπόδειξιν τοῦ διότι vocant; nostri, potissiman demonstrationem, vel demonstrationem *propter quid* appellare consueverunt: altera, quae ab effectu ad causam progreditur, resolutiva nominatur: huiusmondi enim progressus *resolutio* est, sicuti a cuasa ad effectum compositio. methodum hanc vocant Graeci συλλογσμὸν τοῦ ὅτι, vel διὰ σημεῖον, nostri demonstrationem quia, vel syllogismum a signo, vel secundi gradus demonstrationem" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 4; 1966, 230e-f).

coisas, que são *posterior* ou efeitos, e de lá progride para descobrir coisas que são *prior* ou causas[XLVII].

Atrás da relação do *prior* e do *posterior* de Zabarella escondem-se dois diferentes estados das coisas: *prior* são, para Zabarella, tanto as causas em contraposição aos efeitos quanto o universal em contraposição ao particular. Tal torna-se claro quando Zabarella subdivide o método resolutivo em dois tipos: um é a demonstração da causa a partir dos efeitos (*demonstrativo ab effectu, demonstratio a signo*) e o outro é a indução[XLVIII]. Através da indução são encontrados apenas aqueles princípios que são "naturalmente conhecidos"[XLIX]; "conhecido em conformidade com a natureza" é, porém, para Zabarella, o que é perceptível sensivelmente. Entre eles, Zabarella considera também as proposições universais que se assentam sobre a percepção sensível: a proposição, por exemplo, "o homem é um ser sensível" sabe-se estar em conformidade com a natureza não porque o homem em geral, mas porque os homens individualmente são sensíveis[L]. Por meio da indução, por conseguinte, as proposições universais são investigadas a partir de proposições oriundas de observações particulares. Zabarella chama esse método de

XLVII "[...] omnis enim a noto ad ignotum scientificus progressus vel a causa est ad effectum, vel ab effectu ad causam; illa quidem est methodus demonstrativa, haec autem resolutiva" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 17; 1966, 265f-266a). "Methodus demonstrativa est syllogismus scientiam pariens ex propositionibus necessariis, medio carentibus notioribus, et causis conclusionis...; Methodus autem resolutiva est syllogismus ex propositionibus necessariis constans, qui a rebus posterioribus, et effectis notioribus ad priorum et causarum inventionem ducit" (Ibid., cap. 18; 1996, 268c-d).

XLVIII "Methodus autem resolutiva in duas *species* dividitur...; altera est *demonstratio ab effectu*....; altera est inductio" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 19; 1966, 268f-269a).

XLIX "[...] duo principiorum genera nobis offeruntur: alia quidem naturaliter nota sunt: ideo nullo egent instrumento logico, nisi inductione" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 19; 1966, 270c).

L "[...] notum secundum naturam illud dicitur, quod sensile est. eiusmodi autem sunt non ea solum, quae singularia sunt, sed ea quoque universalia, quorum singularia sensu percipi possunt; hominem enim rem sensilem esse dicimus, no quod hominem universalem sensus cognoscat, sed quia singuli individui homines sensiles sunt" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 19; 1966, 26e).

resolutivo, porque se trata de progredir do *posterior* para o *prior*: o universal antecede (*prior*) o particular[LI].

Mais relevante para Zabarella, no entanto, é o outro tipo de método resolutivo, a *demonstrativo ab effectu*, que investiga não somente o conhecido naturalmente, mas também o desconhecido naturalmente, as causas, a partir dos efeitos. Essa investigação das causas é resolutivamente possível, porque, para Zabarella, no objeto em que observamos um determinado efeito, a causa também deve estar contida[LII]; em vista disso, uma análise do objeto em questão pode apontar a causa enquanto predicado necessário e inseparável[LIII]. Nesse caso, não é preciso investigar todos os casos particulares em que o efeito aparece. Trata-se aqui de uma indução demonstrativa, que se move no campo da necessidade, de modo que a investigação de alguns casos é suficiente para notar a conexão necessária entre efeito e causa e fazê-la valer também para os casos não investigados[LIV].

Zabarela atribui funções distintas para o método resolutivo e o método demonstrativo. O objetivo do método demonstrativo é a ciência perfeita, isto é, o conhecimento das coisas por meio de suas causas. Já o método resolutivo tem em vista "antes a descoberta do que a ciência", pois por meio da *resolutio* buscamos investigar as causas a partir dos efeitos,

LI "Est autem inductio processus a posterioribus ad priora: quia universale est natura prius particularibus, et habet rationem causae: ideo a particularibus ad universale progredi, est a posterioribus ad priora procedere, idque dicit clare Aristoteles". (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 19; 1966, 269e).

LII "[...] ex eo enim quod illi subiecto hunc effectum inesse accipimus, colligimus in eodem inesse causam quoque illius effectus, non quod eam esse illius causam cognoscamus, sed quia novimus, duo illa perpetuo coniuncta esse" (Zabarella, 1597, Liber de specibus demonstrationis, cap. 4; 1966, 418e).

LIII "Hic itaque est primus processos in regressu, quo solam invenimus inhaerentiam causae in subiecto proposito...ut praedicatum quoddam necessarium, et inseparabile" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4; 1966, 486d).

LIV "[...] inductio autem demonstrativa fit in materia necessaria, et in rebus, quae essentialem inter se conexionem habent. ideo in ea non omnia sumuntur particularia, quoniam mens nostra quibusdam inspectis statim essentialem connexum animadvertit, ideoque spretis reliquis singularibus statim colligit universale: cognoscit enim necessarium esse, ut ita res se habeat in reliquis" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4; 1966, 485d).

não para ficarmos estagnados no conhecimento das causas, mas, para, posteriormente, reconhecer os efeitos a partir das causas[LV]. Nesse sentido, o método resolutivo é "servo" do método demonstrativo (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 266e) e, de certa forma, um caminho secundário: apenas porque, em virtude das limitações de nosso espírito e de nossas forças, os princípios, a partir dos quais se demonstra, são desconhecidos para nós e porque não podemos progredir a partir do desconhecido, somos compelidos a nos refugiar no método resolutivo, que nos leva à descoberta dos princípios[LVI]. Aqui, o contexto de descoberta e o contexto de fundamentação em que as proposições se encontram são, por conseguinte, claramente separados: no método resolutivo, os princípios são *encontrados* e no método demonstrativo eles são *demonstrados*.

Esse modelo de método alcança o seu completo desenvolvimento no escrito *De regressu* de Zabarella. Sob a designação de *regressus* entende Zabarella não apenas a *resolutio* tal como apresentada até agora, mas a concepção de método em seu todo:

> O *regressus* se dá entre a causa e o efeito, quando eles se condicionam reciprocamente e o efeito nos é mais conhecido do que a causa. Pois, porque devemos sempre partir do que nos é mais conhecido, demonstramos, por primeiro, a partir dos efeitos conhecidos as causas desconhecidas e retornamos, então, da agora conheci-

LV "Ex his colligere possumus, finem methodi demonstrativae esse perfectam scientiam, quae est rei *cognitio* per suam causam. methodi autem resolutivae finem esse inventionem potius, quam scientiam; quoniam enim *resolutio*ne causas inquirimos ex effectivs, ut postea ex causis effecta cognoscamus, non ut in ipsarum *cognitio*ne quiescamus" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 267d-e).

LVI "quum enim propter ingenii nostri viriumque nostrarum imbecillitatem ignota nobis occurrant *Principia*, ex quibus demonstrandum est, ab ignotis autem progredi non possimus: ideo necessitate coacti ad secundariam quandam viam confugimus, quae est methodus resolutiva ad principiorum inventionem ducens, ut ex eis inventis postea effectus naturales demosntremus" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 267b).

> da causa para os efeitos a serem provados. (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 1; 1966, 481b)[LVII].

Essa descrição do *regressus* encontra-se, para Zabarella, perigosamente perto de um círculo lógico; por isso, salienta, como uma característica diferenciadora, de que num círculo são deduzidos, respectivamente, B de A e A de B, por meio da mesma demonstração *propter quid*, ao passo que no *regressus*, o primeiro passo dedutivo, ao contrário, é uma *demonstratio quod* e somente o segundo, uma *demonstratio propter quid*[LVIII]. Essa diferenciação resguarda o modelo, de fato, do risco de um círculo lógico: o ponto de partida e o ponto de chegada desse "círculo" são, por assim dizer, o mesmo com vista aos objetos: o efeito; mas esse efeito é conhecido de outra maneira no começo do *regressus* do que no seu final.

Com vistas a caracterizar isso, Zabarella introduz uma distinção entre dois tipos de conhecimentos sobre o mesmo objeto, a qual *posteriormente* deverá ser de fundamental importância para a história da filosofia analítica no século XVII e XVIII: ele diferencia entre a *cognitio confusa* e *cognitio distincta* de um objeto, entre seu conhecimento "indistinto" [undeutlich] e "distinto" [deutlich], como esses conceitos foram mais tarde traduzidos para o alemão. Um efeito é considerado indistinto para Zabarella "quando nós sabemos, sem o conhecimento da causa, que é ele, e, por sua vez, distinto quando o conhecemos através do conhecimento da sua causa; aquele se chama *cognitio quod est*, este porém, *cognitio propter quid est*" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4;

LVII "*Regressus* vero est inter causam, et effectum, quando reciprocantur, et effectus est nobis notior, quam causa, quum enim semper a notioribus nobis progrediendum sit, prius ex effectu noto causam ignotam demonstramus, deinde causa cognita ab ea ad effectum demonstrandum regredimur, ut sciamus *propter quid* est" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 1; 1966, 481b).

LVIII "Hoc igitur inter circulum, et regressum interest, quod in circulo uterque processus est demonstratio propter quid...; in regressu autem prior processus est demonstratio quod, posterior vero est demonstratio propter quid" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 1; 1966, 481b-c).

1966, 484e)[LIX]. Em outras palavras, no começo do *regressus* encontra-se o conhecimento indistinto sobre o efeito: sabemos que o efeito existe, mas não por quê; já ao final do *regressus*, por sua vez, temos um conhecimento distinto do efeito: conhecemos a sua causa, sabemos, por conseguinte, o porquê do efeito e conhecemos distintamente o que o efeito é. A mesma diferenciação entre conhecimento distinto e indistinto é aplicado por Zabarella para a causa: uma causa é conhecida de forma indistinta "quando somente conhecemos que ela é, mas não sabemos realmente como ela é, e de forma distinta, porém, quando nos também conhecemos o que ela é e penetramos a sua natureza" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4; 1966, 484f)[LX].

Essa distinção de dois níveis de conhecimento, também no âmbito da causa, faz com que Zabarella amplie o seu agora bifásico modelo de método *regressus*, adicionando uma importante fase intermediária: por meio da primeira fase do *regressus*, a *resolutio*, as causas são conhecidas indistintamente, por isso é necessário, antes de se regressar ao efeito, "um terceiro intermediário esforço [labor], por meio do qual podemos alcançar um conhecimento distinto dessa causa, conhecido até agora somente indistintamente" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 486f)[LXI]. Tal fase intermediária é denominada por Zabarella de "exame mental" da causa. Nele, a natureza da causa, por um lado, é averiguada por meio de pressupostos hipotéticos[LXII] e, por outro lado, é in-

LIX "effectum confuse cognoscimus, quando absque causae cognitione novimus ipsum esse: disticte vero, quando per cognitionem causae: illa quidem dicitur cognitio quod est, haec vero propter quid est, et simul etiam quid est" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4; 1966, 484e).

LX "datur [...] causae quoque cognitio tum confusa, tum distinta: confusa quidem, quando ipsam esse cognoscimus, sed quidnam sit ignoramus: distincta vero, quando cognoscimus etiam quid sit, et ipsius naturam penetramus" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 4; 1996, 484f).

LXI "Facto itaque primo processu, qui est ab effectu ad causam, antequam ab ea ad effectum retrocedamus, tertium quendam medium laborem intercedere necesse est, quo ducamur in cognitionem distinctam illius causae, quae confuse tantum cognita est" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 486f).

LXII "Duo sunt, ut ego arbitror, quae nos iuvant ad causam distincte cognoscendam; unum quidem cognitio quod est, quae nos praeparat ad inveniendum quid sit: quando enim in re aliquid praenoscimus, in ea aliquid aliud indagare, et invenire possumus" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 487b).

dicada por meio de comparação com o efeito[LXIII]. Esse "exame mental" da causa figura, no interior da concepção empírica de ciência de Zabarella, como um elemento que não é somente vinculado à percepção, mas também à razão[LXIV], por meio da qual é verificada a consistência interna das causas empiricamente encontradas e sua natureza é evidenciada. O método *regressus* completo contém agora três partes:

> A primeira é a *demonstratio quod*, por meio dela somos conduzidos do conhecimento indistinto do efeito para o conhecimento indistinto da causa; a segunda é esse 'exame mental', com o seu auxílio adquirimos, a partir do conhecimento indistinto da causa, o seu conhecimento distinto; a terceira, porém, é a *demonstratio potissima*, por meio da qual nós chegamos finalmente do conhecimento distinto da causa ao conhecimento distinto do efeito (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 489c-d)[LXV].

Os paralelos entre esse modelo de método da ciência empírica e a descrição do método geométrico de Pappus são mais do que claros. A interpretação a partir da práxis geométrica de Pappus (B1), particularmente, apresenta pontos comuns com as do modelo de método de Zabarella e pode ter sido influenciado também por ele. A primeira semelhança consiste em que, em ambos os casos, há algo ainda não seguro

LXIII "Alterum vero, sine quo illud non sufficeret, est comparativo causae inventae cum effectu, per quem inventa fuit" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 487c).

LXIV Esse ponto em Zabarella passa despercebido por Mittelstraß (1970, 186), como também elementos racionais bem determinados no interior do *regressus*, quando ele compara o modelo *regressus* de Zabarella com a mecânica racional de Galileu e o qualifica como empírico. A diferença entre ambos deveria encontrar antes na determinação do conteúdo da fase intermediária do *regressus*: em Zabarella, trata-se de uma verificação das características qualitativas da causa; em Galileu, por sua vez, na determinação das relações quantitativas.

LXV "Ex tribus igitur partibus necessário constat regressus; prima quidem est demonstratio quod, qua ex effectus cognitione confusa ducimur in confusam cognitionem causae: secunda est consideratio illa mentalis, qua ex confusa notitia causae distinctam eiusdem cognitionem acquirimus: tertia vero est *demonstratio potissima*, qua ex causa dictincte cognita ad distinctam effectus cognitionem tandem perducimur" (Zabarella, 1597, *Liber de regressu*, cap. 5; 1966, 489c-d).

ou esclarecido que se encontra no início da investigação: em Pappus, o procurado, que é pressuposto já enquanto aceito, e em Zabarella, o primeiro efeito, conhecido indistintamente. A segunda semelhança decorre de que, tanto em Zabarella quanto na interpretação B1 do modelo de Pappus, o método no seu todo é composto de uma etapa resolutiva ou analítica e outra etapa demonstrativa, compositiva ou sintética, bem como de que ambas as etapas são interpretadas na tradição dos *Analytica posteriora*, quer como a ascensão às premissas ou quer como a derivação de conclusões. Em consequência disso, terceira semelhança, são atribuídas as mesmas funções às etapas no interior do método como um todo: na primeira etapa é encontrada a demonstração e, na segunda etapa, ela é efetuada. E, por fim, em ambos os casos, o ponto de partida e o ponto final do procedimento são objetivamente idênticos; em um "círculo" não vicioso, o que não era claro ou seguro no começo é tornado, no final, claro ou seguro.

Todas essas semelhanças favoreceram que esses dois modelos de método tenham sido frequentemente misturados ou considerados como métodos idênticos ou, pelo menos, que as suas interpretações tenham sido mutuamente influenciadas. Zabarella, no entanto, buscou separar de maneira explícita o seu modelo de método científico do modelo de método matemático. Numa comparação entre a *resolutio* do seu modelo *De regressus* e a *resolutio* matemática (análise), ele conclui que elas não são idênticas. Na *resolutio* matemática não se avança do conhecido para o desconhecido, mas do desconhecido para o conhecido, posto que nela são dissolvidos os teoremas *posterior*es em anteriores e esses, por sua vez, em princípios primeiros, o que teria provavelmente, para um experiente matemático, o valor de um exercício, não merecendo ser chamado de "método", pois nada de novo foi descoberto[LXVI]. Ainda segundo Zabarella, a matemática pertence às ciências em que dispomos do conhecimento de todos os princípios e em que a *resolutio*, por con-

LXVI "resolutio illa mathematica, qua post factas onmes demonstrationes retrocedimus, et posteriora theoremata in priora, et haec denique in prima *Principia* resolvimus, est potius quaedam eruditorum exercitatio, quam methodus resolutiva, de qua in praesentia loquimur; est enim processus ab ignotioribus ad notiora, qui cuilibet rudi ad eam scientiam capessendam accedenti esset prorsus inutilis: quia nullam cognitionem pareret" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 267a).

seguinte, torna-se dispensável, posto que nessas ciências podemos avançar diretamente com o auxílio do método demonstrativo, sem o uso da *resolutio*, dos princípios conhecidos para os desdobramentos. O método resolutivo, portanto, não pertence à matemática[LXVII], mas ao inventário metodológico de outras ciências, em especial, da ciência da natureza[LXVIII].

A interpretação da matemática de Zabarella pode ser qualificada, em primeiro lugar, como um exemplo para a acima constatada identificação do método geométrico [de Euclides] com a demonstração científica aristotélica [no sentido dos *Analytica posteriora*][LXIX], O método da matemática é, para Zabarella, a *demonstratio potissima*. Em segundo lugar, Zabarella entende a etapa analítica do modelo de Pappus no sentido da interpretação B1 enquanto análise de demonstração, isto é, enquanto regresso dos teoremas para os princípios. Em terceiro lugar, a distinção de Zabarella entre a análise de Pappus e a *resolutio* no *regressus* chama a atenção para importantes diferenças entre ambos os procedimentos analíticos de demonstração, as quais nem sempre foram claramente vistas[LXX]: a análise do modelo de Pappus movimenta-se no interior do sistema fechado de axiomas da geometria euclidiana, na etapa analítica, as proposições ainda não provadas e aceitas a título de hipótese são remetidas a esses axiomas seguros; o caminho conduz — para falar com Zabarella — do desconhecido para o conhecido. Em contrapartida, o

LXVII "certum est, si nos ad aliquam scientiam accedentes *Principia* omnia nota haberemus, supervacuam ibi resolutionem fore: quia statim methodo demonstrativa a principiis notis ad effectus, qui sem*per se*cundum naturam sunt ignoti, absque resolutionis usu progrederemur, quod in mathematicis evenit: proinde in ipsis locum non habet methodus resolutiva" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 266 f -267a).

LXVIII "nos autem de illa resolutiva methodo sermonem facimus, quae [...] in aliis scientiis locum habet, praesertim in scientia naturali" (Zabarella, 1597, *De methodis*, lib. 3, cap. 18; 1966, 267b).

LXIX [N.T.] Tal como apontado no final do tópico sobre o modelo de método sintético, quando se trata da interpretação dos comentários de Proclo que passou a predominar no século XVI.

LXX Randall (1961, 30-50) e Edwards (1967, 56-66) recapitulam a acalorada discussão na escola de Pádua sobre se deve-se-ia ou não identificar a doctrina resolutiva de Galeno com a análise dos matemáticos gregos, como fez o comentador árabe de Galeno, Hali (Ali ibn Ridwan, † 1061).

regressus de Zabarella não se encontra no interior de um tal pressuposto sistema de axiomas: não é um sistema qualquer de axiomas pressupostos, mas são os efeitos observados, ainda não esclarecidos, porém que sabemos que existem, dos quais parte a *resolutio*, que formam a base empírica do *regressus*: já no conhecimento indistinto do efeito presente no início do regresso sabe-se que ele [efeito] é. A *resolutio* não tem aqui a tarefa de meramente *encontrar um caminho* da proposição a ser provada para os princípios "já conhecidos", mas de *achar os ainda desconhecidos princípios* ou causas a partir dos efeitos conhecidos. Em outros termos, ambos os modelos de método, com efeito, não se servem do círculo vicioso, mas o requerimento do "critério de verdade" se dá em lugares diferentes desse círculo: no modelo de Pappus se dá apenas no lado dos princípios pressupostos, ao passo que, em Zabarella, somente no lado das observações empíricas; o "critério de verdade" é transportado lá dos princípios para as proposições dele deduzidas e aqui das proposições deduzidas da observação para os seus princípios.

Nesse ponto, Zabarella, todavia, não vai tão longe de considerar os princípios encontrados na *resolutio* enquanto meras hipóteses; em uma tal interpretação do modelo *regressus*, a *demonstratio propter quid* das hipóteses não seria tanto uma demonstração do deduzido, mas, em sentido moderno, uma prova de hipóteses pela experiência. Se, agora, pois, uma tal dedução do observável a partir das pressupostas hipóteses malograsse, isso exigiria a revisão das hipóteses; dessa maneira, haveria a possibilidade de uma contínua correção das hipóteses pela experiência. Sem dúvida, essa é uma possível compreensão do modelo *De regressus* que já havia sido defendida pelos conterrâneos de Zabarella (*cf*. Randall, 1961, 42-48, 60). Em Zabarella, contudo, não há espaço para tal interpretação: para ele, os princípios e as causas não são postos de um modo meramente hipotético, mas *demonstrados* com o auxílio da *demonstratio ab effectu*, a partir dos efeitos, e essa *demonstratio ab effectu* é para ele uma demonstração totalmente válida: as proposições aqui deduzidas, se as considerarmos em si, têm igual necessidade do que as decorrentes de uma *demonstratio potissima*[LXXI]. Assim sendo, o caminho da observação para os princípios mostra-se tão seguro que a possibilidade de uma mera aproximação gradual aos princípios pela experiência por meio da repetição do percurso metodológico não é cogitada.

Zabarella desenvolve esse método *regressus* tendo como pano de fundo a concepção aristotélica de ciência da natureza, em que as relações qualitativas, como entre causas e efeitos, estão em primeiro plano, e não as quantitativas, como na ciência da natureza moderna. Mesmo assim, esse modelo de método e o seu modificado aristotelismo de Pádua tiveram grande influência nas reflexões metodológicas dos modernos, sobretudo na ciência da natureza. Todavia, a matematização da ciência da natureza implicou algumas modificações no método de Zabarella, as quais podem ser emblematicamente observadas nas afirmações metodológicas de Galileu.

C1 – Galileu, cujo vínculo direto ou indireto com Zabarella[LXXII], Robert Grosseteste (*cf*. Crombie, 1971), Nicolas de Oresme[LXXIII] e outros autores antigos[LXXIV] não será aqui abordado, vê o método da ciência da natureza, tal como Zabarella, determinado por meio do duplo proceder do *metodo resolutivo* e *metodo compositivo* (Galileu, 1965 ss, vol. XVII, 88-93; vol. IV, 521). Assim como em Zabarella, o *metodo resolutivo* deve

---

LXXI “propositiones acceptae in demonstratione ab effectu, si rem ipsam spectemus, non minus sunt necessariae, non minus *per se*, et quatenus ipsum, quam propositiones demonstrationis potissimae” (Zabarella, 1597, *Liber de speciebus demonstrationis*, cap. 10; 1966, 429c)

LXXII Para maiores detalhes sobre essa questão, confira Randall (1961, 15-27, 61-68), Cassirer (1946, 277-297), Gilbert (1963, 223-231), Edwards (1967, 365-387), Mittelstraß (1970, 179-187).

LXXIII Confira Duhem (1906-1913; 1909). Para crítica à tese de Duhem, veja Rosen (1964, 77-103) e Mittelstraß (1970, 188-193).

LXXIV A importância da tradição aristotélica é posta em relevo sobretudo por Duhem (1906-1913), Randall (1961), Edwards (1967), Cassirer (1946, 1967) e Koyré (1943). Da correspondência entre a estática de Arquimedes e a mecânica de Galileu, ocupa-se Mittelstraß (1970, 243-263) e dos paralelos com Ptolomeu trata Drake (1978). Hintikka & Remes (1974) inscrevem também Galileu, sem restrições, na tradição de Pappus.

iniciar com uma proposição que, com base na observação e na experiência, possa ser considerada "segura"[LXXV]:

> quando a conclusão é verdadeira, servindo-se do método resolutivo, facilmente se encontra alguma proposição já demonstrada, ou chega-se a algum princípio conhecido por si; mas, se a conclusão é falsa, pode-se prosseguir ao infinito sem nunca encontrar alguma verdade conhecida, se outros não encontrassem antes algo impossível ou um absurdo evidente (Galilei, 1965 ss, vol. VII, 75; 2011, 136)[LXXVI].

Nessa passagem, duas linhas de argumentação aparecem juntas. Primeira, Galileu, assim como Zabarella, pretende avançar de proposições que são consideradas seguras e verdadeiras na experiência. Segunda, Galileu, porém, pretende, por meio delas, ascender às proposições que, como em Pappus, "já foram demonstradas ou [ascender] a um conhecido princípio *per se*". Isso, entretanto, não expõe uma mistura de duas incompatíveis argumentações, mas é uma expressão precisa do novo programa de pesquisa, no qual a observação empírica e a construção matemática são igualmente introduzidas.

Isso torna-se claro quando Galileu, em uma descrição pormenorizada desse programa de pesquisa no exemplo da cosmografia — sobre o qual recentemente chamou a atenção Drake (1978) — diferencia quatro fases no interior do método resolutivo-compositivo, a saber: 1) a observação sensível dos aparecimentos, 2) a formação de hipóteses sobre o movimento dos corpos celestes, 3) a demonstração geométrica com

LXXV "La certeza della conclusione aiuta a ritrovar col metodo resolutivo la dimonstrazione" (Galileu, 1965 ss, vol. VII, 75).

LXXVI "perchè io tengo per fermo ch' e' [Aristotile] proccurasse prima, per via de' sensi, dell' esperienze e delle osservazioni, di assicurarsi quanto fusse possibile della conclusione, e che doppo andasse ricercando i mezi da poterla dimostrare, perchè così si fa per lo più nelle scienze dimostrative: e questo avviene perchè, quando la conclusione è vera, servendosi del metodo resolutivo, agevolmente si encontra qualche proposizione già dimostrata, o si arriva a qualche principio per sè noto; ma se la conclusione sia falsa, si può procedere in infinito senza incontrar mai verità alcuna conosciuta, se già altri non incontrasse alcun impossibile o assurdo manifesto" (Galileu, 1965 ss, vol. VII, 75).

base nessas hipóteses, por meio da qual os principais acontecimentos que decorrem dessas hipóteses são demonstrados e 4) a transformação da construção geométrica em números e tabelas, a partir dos quais se pode ler a posição dos corpos celestes em qualquer momento (Galilei, 1965 ss, vol. II, 211 e ss). Nessa mesma perspectiva de pesquisa, Galileu reporta-se, também ao tratar da lei da queda dos corpos, às observações particulares e procura encontrar por primeiro uma definição do movimento uniformemente acelerado, na qual ele seja determinado por meio da relação quantitativa entre o tempo da queda e a aceleração da velocidade: o movimento uniformemente acelerado adquire em tempo igual aceleração igual de velocidade[LXXVII]. Uma tal definição permite que se indique, com base somente em construções geométricas, as qualidades do assim definido movimento. Quando as qualidades do movimento apontadas pelas construções geométricas forem confrontadas novamente com a experiência e se isso mostrar que as suas qualidades correspondem ao movimento acelerado dos corpos em queda, então, "podemos admitir que a nossa definição compreende o caso dos corpos pesados" (Galilei, 1965 ss, vol. VIII, 202)[LXXVIII].

A diferença principal entre o método *regressus* de Zabarella e essa descrição do método de Galileu consiste na determinação e interpretação da fase intermediária do método *regressus*, situada entre o ascender e o descer para as observações. Em Zabarella, a fase intermediária foi descrita genericamente como "exame mental das causas", ao passo que, em Galileu, nela são formulados as primeiras definições e axiomas, a partir dos quais são deduzidas, em seguida, com a ajuda de construções geométricas, as qualidades do assim definido movimento. A dedução dessas qualidades do movimento ocorre aqui unicamente a partir das definições e axiomas pressupostos e com o auxílio das construções matemáticas, e não se submete ao do controle da experiência. Caso poste-

LXXVII "Aequalem, seu uniformen, motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus aequalibus a mobili peractae, sunt inter se aequales" (Galileu, 1965 ss, vol. VIII, 191).
LXXVIII "e se s' incontrerà che gli accidenti che poi saranno dimostrati si verifichino nel moto de i gravi naturalmente descendenti ed accelerati, potremo reputare che l' assunta definizione compreenda cotal moto de i gravi" (Galileu, 1965 ss, vol. VIII, 202).

riormente se verifique que as qualidades indicadas não são compatíveis com as qualidades do movimento natural dos corpos, "mesmo assim nossa demonstração não perde força e solidez, dado que a demonstração deve ser válida unicamente para nossa suposição" (Galileu, 1965 ss, vol. XVII, 90)[LXXIX]. Espera-se naturalmente, que as assim derivadas qualidades estejam de acordo com as observações, e essa esperança tem o seu fundamento na convicção da estrutura matemática da natureza: porque o livro da natureza foi escrito em figuras geométricas, partindo de observações seguras se alcançarão facilmente proposições que já foram demonstradas na geometria ou que são conhecidas *per se*, ao passo que a análise de uma proposição falsa se desencontra com a estrutura geométrica da natureza, podendo se estender ao infinito, sem que com isso encontre uma tal proposição[LXXX].

Por meio dessa matematização da ciência da natureza é, assim, introduzido no método *regressus* de Zabarella um momento teórico nele ausente ou subdesenvolvido: um sistema físico de axiomas é formulado, a partir do qual, com o auxílio da matemática, proposições são controladamente deduzidas e demonstradas a partir dos pressupostos assumidos. O requerimento do "critério de verdade" no círculo do *regressus* decorre aqui, assim, não apenas do lado do observável como também do lado dos "princípios": as proposições matemáticas e deduções empregadas no método compositivo são tratadas enquanto verdades não corrigíveis pela experiência. O seu "critério de verdade" entra no círcu-

LXXIX "Soggiungo poi, che se l' esperienza mostrasse che tali accidenti si ritrovassero verificarsi nel moto dei gravi naturalmente descendenti, potremmo senza errore affermare questo essere il moto medesimo che da me fu definito e supposto; quanto che no, le mie dimonstrazioni, fabricate sopra la mia supposizione, niente perdevano della sua forza e concludenza; sì come niente progiudica alle conclusioni dimonstrate da Archimede circa la spirale il non ritrovarsi in natura mobile che in quella maniera spiralmente si muova" (Galileu, 1965 ss, vol. XVII, 90).
LXXX "Sign. Sarsi, la cosa non istà così. La filosofia è scritta in questo grandíssimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è um aggirarsi vanamente per um oscuro laberinto" (Galileu, 1965 ss, vol. VI, 232).

lo tal qual as das proposições observáveis e a tarefa do círculo consiste justamente em mediar entre si os dois "critérios de verdade" dados em diferentes pontos do círculo. Nesse sentido, atrás da fórmula de Galileu de "matematização da natureza", esconde-se a perspectiva de que o método científico é determinado igualmente pela observação e pela teoria[LXXXI]. A ênfase também no elemento teórico coloca Galileu um passo à frente da descrição do método de Zabarella: enquanto nesta o elemento teórico foi deixado em segundo plano ou caracterizado genericamente enquanto "exame mental das causas", encontra-se em Galileu, por sua vez, um sistema ordenado de proposições, no qual, de definições e axiomas pressupostos e com auxílio da construção geométrica, são deduzidas controladamente proposições que serão somente depois confrontadas com a experiência.

Por meio dessa axiomatização e matematização, o desenvolvimento da física após Galileu foi substancialmente influenciado: Newton, para citar o mais proeminente exemplo, constrói o seu *Principia mathematica*, seguindo o modelo da mecânica de Galileu, enquanto sistema axiomático com definições e axiomas previamente estabelecidos, a partir dos quais, com o auxílio de deduções matemáticas, são verificados teoremas. Todavia, esse desenvolvimento da física após Galileu — marcado pela axiomatização e matematização — é acompanhado de uma doutrina do método empírico, em que o momento teórico é ignorado ou até negado (*cf*. Feyerabend, 1967, 136-180). Aqui novamente Newton é o melhor exemplo. No prefácio da primeira edição da sua obra *Principia mathematica*, justamente essa obra determinada pela sua construção axiomática, Newton descreve o método utilizado, em estreita semelhança com Zabarella, enquanto um subir resolutivo dos fenômenos para as forças da natureza e enquanto um descer demonstrativo dessas forças para os demais fenômenos (Newton, 1972, 16), e curiosamente não faz nenhuma referência à construção axiomática de sua obra e suas derivações matemáticas. Para Newton, a física, conforme a quarta *Regula Philosophandi* [presente no início do terceiro livro dos *Principia* e incluída na terceira edição, de 1726], ocupa-se somente com proposições adquiri-

LXXXI Esse ponto de vista é explorado de forma convincente por Mittelstraß (1970, 207-232).

das dos fenômenos através da indução[LXXXII]; o requerimento do "critério de verdade" no círculo ocorre, nessa descrição do método, novamente apenas do lado dos fenômenos. Em conformidade com isso, a descrição mais detalhada do método da ciência da natureza feita por Newton, que encontra-se na *Query* 31 da obra *Opticks* de 1730, apresenta uma paráfrase precisa do modelo de método de Zabarella:

> Como na matemática, também na filosofia natural a investigação das coisas difíceis pelo método de análise deve sempre preceder o método da composição. Essa análise consiste em fazer experiências e observações, em tirar conclusões gerais delas por indução e em não admitir objeções contra as conclusões exceto aquelas que decorrem das experiências ou de algumas outras verdades. [...] E se não aparece nenhuma exceção dos fenômenos, a conclusão pode ser afirmada em termos gerais. [...] Por esse modo de análise podemos passar dos compostos aos ingredientes, e dos movimentos às forças que os produzem, e, em geral, dos efeitos às suas causas, e das causas particulares às causas mais gerais, até que o argumento termine na causa mais geral. Tal é o método de análise; e a síntese consiste em admitir as causas descobertas e estabelecidas como princípios, em explicar por elas os fenômenos que delas procedem

LXXXII "In philosophia experimentali, propositiones ex phaenomenis per inductionem collectae, non obstantibus contrariis hypothesibus, pro veris aut accurate aut quamproxime haberi debent, donec alia occurrerint phaenomena, per quae aut accuratiores reddantur aut exceptionibus obnoxiae" (Newton, 1972, 555).

> e em provar as explicações (Newton, 1952, 404; 2015, 151)[LXXXIII].

Nessa passagem, chama a atenção, em primeiro lugar, a identificação implícita do método da ciência da natureza com o matemático do modelo de Pappus feita por Newton; trata-se de um dos primeiros exemplos conhecidos de confusão dos dois modelos de método, que ainda estavam rigorosamente separados em Zabarella e cuja diferenciação — também em decorrência da adoção da terminologia grega no modelo de método da ciência da natureza — torna-se no futuro cada vez mais insegura. Em segundo lugar, vale salientar que Newton não realiza a identificação de ambos os modelos de método por um alinhamento do método da ciência da natureza com o modelo de Pappus[LXXXIV], mas, ao contrário, por tratar a matemática, em especial a geometria, enquanto uma disciplina que faz parte da ciência da natureza: a geometria, para Newton, está fundamentada na práxis mecânica e não é nada mais do que aquela parte da mecânica universal que se ocupa com a arte de medir[LXXXV]. Uma vez que a matemática ainda está subordinada ao modelo do método da ciência da natureza, pode-se formar durante o século XVIII e XIX uma teoria da ciência empírica em que o modelo *regressus*

LXXXIII "As in Mathematicks, so in Natural Philosophy, the Investigation of difficult Things by the Method of Analysis, ought ever to precede the Method of Composition. This Analysis consists in making Experiments and Observations, and in drawing general Conclusions from them by Induction, and admitting of no Objections against the Conclusions, but such as are taken from Experiments, or other certain Truths. [...] And if no Exception occur from Phænomena, the Conclusion may be pronounced generally. [...] By this way of Analysis we may proceed from Compounds to Ingredients, and from Motions to the Forces producing them; and in general, from Effects to their Causes, and from particular Causes to more general ones, till the Argument end in the most general. This is the Method of Analysis: And the Synthesis consists in assuming the Causes discover'd, and establish'd as Principles, and by them explaining the Phænomena proceeding from them, and proving the Explanations" (Newton, 1952, 404).

LXXXIV Tal pressupõe implicitamente Hintikka & Remes (1974, 105-110) quando eles vinculam essa passagem, sem restrições e negligenciando amplamente o modelo regressus da ciência da natureza, à tradição de Pappus e, além disso, fazem um paralelo dessa passagem — sem ao menos mencionar as grandes diferenças — com a concepção de método de Galileu.

LXXXV "Fundatur igitur geometria in praxi mechanica, et nihil aliud est quam mechanicae universalis pars illa, quae artem mensurandi accurate proponit ac demonstrat" (Newton, 1972, 15).

de Zabarella é expandido para todas as ciências: o fundamento das ciências (e da filosofia) são somente os fenômenos observáveis; eles são abarcados em generalizações “analíticas” a partir das quais os fenômenos podem, por sua vez, novamente ser explicados ou previstos. Tal teoria da ciência empírica exerce, com a sua interpretação do conceito de análise, influência direta sobre a autocompreensão analítica da filosofia do esclarecimento. Um exemplo notório encontra-se no Kant pré-crítico. No seu pleito pelo método analítico enquanto apropriado para a filosofia, Kant remete-se expressamente ao modelo “analítico” da ciência da natureza: “o verdadeiro método da Metafísica é, em linhas gerais, o mesmo que Newton introduziu na ciência da natureza” (Kant, 1902 ss, UD, AA 02: 286. 08-09). No tocante àquilo em que consiste o método, isso é descrito por Kant em referência estreita com as afirmações metodológicas de Newton — pertencentes à tradição de Zabarella — e, em especial, com a quarta *Regula Philosophandi* dos *Principia*: na ciência da natureza “deve-se procurar, assim se diz [em Newton], por meio de experiências seguras e, em todo caso, com o auxílio da geometria, as regras segundo as quais certos aparecimentos da natureza ocorrem” (Ibid., 286. 10-12). Em consonância com isso, para Kant, deve-se na filosofia partir analiticamente das “experiências internas seguras” e encontrar nela a “base para todos os desdobramentos” (Ibid., 285. 32-36). Esse ascender analítico a partir da experiência corresponde ao ponto fundamental do modelo de método C1, o qual aqui é interpretado por Kant em termos analítico-conceituais, na medida em que a experiência segura, da qual se deve partir, é compreendida enquanto uma consciência diretamente manifesta, em que se procuram as propriedades que devem estar contidas num conceito, e na medida em que se determina que alcançar as definições de conceitos enquanto reunião de tais juízos imediatos é o objetivo de um tal procedimento analítico (Ibid., 286. 16-21). Por meio desse tipo de translado de um modelo de método científico particular para as questões filosóficas, a filosofia do esclarecimento procura tornar a concepção de método analítica da ciência da natureza moderna e da matemática moderna diretamente frutífera para a sua própria compreensão filosófica[LXXXVI].

LXXXVI Confira do meio ao final do próximo tópico: “O conceito de análise dos matemáticos modernos (modelo D)”.

O conceito de análise dos matemáticos modernos (modelo D)

Uma das maiores variações de significado descritas até agora ganha o conceito de "análise", por fim, com o desenvolvimento da matemática moderna, no qual a álgebra — sob o título de "Análise" — passa para o centro da discussão matemática, deslocando dessa posição a disciplina até então considerada elementar: a geometria. Esse desenvolvimento desponta no final do século XVI, forma-se no decorrer do século XVII e marca significativamente a compreensão de matemática do século XVIII[LXXXVII].

O ponto de partida desse desenvolvimento encontra-se no matemático francês Franciscus Vieta (1540-1603), mais precisamente no texto *In artem analyticen isagoge*, presente em sua obra *Opera mathematica*, de 1591. Nesta Introdução à arte analítica, Vieta propõe estabelecer uma ligação entre a álgebra — cuja relação com a geometria não ficara clara entre gregos e que fora desenvolvida como disciplina própria pelos árabes e pelos cossistas no século XV e XVI — e a geometria, à medida que Vieta não leva em conta a até então considerada diferença fundamental entre as quantidades discretas da aritmética e as contínuas da geometria, e pretende fundamentar ambas as ciências em uma *logistica speciosa*. Em contraposição à aritmética como *logistica numerosa*, a *logistica speciosa* se diferencia por operar, no lugar de números, com *species*, com letras-símbolos para as grandezas particulares[LXXXVIII], e, dessa forma, representar simbolicamente, não somente como fizera o matemático alexandrino Diofanto (aproximadamente 250 d. C), cujo modelo Vieta invoca, com as grandezas desconhecidas, mas também com as grandezas conhecidas ou grandezas dadas. Visando distinguí-las, as grandezas procuradas são designadas pela letra A ou por outras vogais E, I, O, U

LXXXVII Sobre a história desse desenvolvimento, confira Weissenborn (1856), Gerhardt (1855, 1877), Cantor (1880-1898), Zeuthen (1903), Klein (1936, 1937), Becker/Hofmann (1951), Boyer (1954, 1959), Baron, 1969).

LXXXVIII "Logistice numerosa est quae per numeros, Speciosa quae per *species* seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa". (Vieta, 1646, cap. 5, 8).

e Y, e as grandezas dadas, por sua vez, com as letras B, G, D ou outras consoantes[LXXXIX]. Essa representação simbólica das grandezas permite — levando em consideração a lei da homogeneidade, segundo a qual o comprimento pode ser adicionado somente ao comprimento, área somente a área (ou deles subtraídos)[XC] — ao mesmo tempo a apreensão aritmética das grandezas geométricas: a *species* são ao mesmo tempo *formae rerum*[XCI]; ambas, tanto a aritmética quanto a geometria, possuem a sua base comum, assim, na *logistica speciosa*.

Vieta não considera essa *logistica speciosa* como sua descoberta, mas supõe que ela seja uma ciência secreta da matemática antiga. A sua *ars analytica* seria, assim, somente nova no sentido de que ele deu a ela uma forma totalmente nova e de que introduziu novas designações. Na verdade, segundo Vieta, trata-se de uma arte antiga, que fora corrompida pelos bárbaros (os árabes)[XCII]: já Diofanto, que apresenta a sua aritmética de tal maneira que parece ser fundamentada somente nos números e não também nas *species*, se serviu das *species* e as ocultou apenas para que assim a sua agudez e habilidade fosse mais admirada[XCIII]; igualmente teria o *artifex Geometra* na geometria antiga ocultado essa arte através da exposição sintética, apesar de ele ter formação nela[XCIV].

LXXXIX "Quod opus, ut arte aliqua juvetur, symbolo constanti et perpetuo ac bene conspicuo datae magnitudines ab incertis quaesititiis distinguantur, ut pote magnitudines quaesititias elemento A aliave litera vocali, E, I, O, U, Y, datas elementis B, G, D, aliisve consonis designando" (Vieta, 1646, cap. 5, 8).

XC "Prima et perpetua lex aequalitatum seu proportionum, quae, quoniam de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, haec est: Homogena homogeneis comparari" (Vieta, 1646, cap. 3, 2).

XCI Veja a nota de rodapé LXXXVI.

XCII "Ecce ars quam profero nova est, aut demum ita vetusta, et a barbaris defoedata et conspurcata, ut novam omnino formam ei inducere [...] necesse habuerim, et emittere nova vocabula" (Vieta, 1646, XI).

XCIII "Zeteticen autem subtilissime omnium exercuit Diophantus in iis libris, qui de re Arithmetica conscripti sunt. Eam vero tanquam per numeros, non etiam per species (quibus tamen usus est) institutam exhibuit, quo sua esset magis admirationi subtilitas et solertia" (Vieta, 1646, cap. 5, 10).

XCIV "Itaque artifex Geometra, quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, et tanquam de opere efficiundo cogitans profert suum syntheticum problema et explicat" (Vieta, 1646, cap. 7, 10).

Para a continuação do desenvolvimento dos conceitos matemáticos, foi decisivo o fato de que Vieta, ainda que não tenha suprimido totalmente o título arábico "álgebra" para designar o seu cálculo simbólico de letras, considerava a sua *logistica speciosa* sobretudo como uma "restituição" da análise da matemática antiga e, por isso, a chamava de "análise"[XCV]. O vínculo entre a sua *logistica speciosa* e a "análise" da matemática antiga estabelece Vieta com as seguintes palavras no primeiro capítulo do seu escrito Isagoge.

> Há um certo modo de procurar a verdade em matemática que se diz descoberto primeiramente por Platão. A esse modo de procura Teão[XCVI] chamou análise, definindo-a como o processo em que se supõe aceite o que é procurado e, trabalhando por meio de consequências dessa suposição se chega à verdade. Isto é contrário à síntese, em que se supõe o que já é conhecido e, trabalhando por meio das consequências dessa suposição, se chega ao entendimento do que é procurado.
>
> Embora os antigos propusessem dois tipos de análise, *zetética* e *porística*, às quais a definição de Teão se aplica, eu junto-lhe uma terceira, que pode ser chamada *rética* ou *exegética*. *Zetética* é um método [de análise] em que, a partir de grandezas dadas, se obtêm equações ou proporções entre as grandezas; *porística* é um método [de análise] por meio do qual a verdade de um teorema estabelecido é testada por meio de uma equação ou proporção; exegética é um método [de análise] por meio do qual se obtém um termo desconhecido a partir de uma equação ou proporção dada. Por esta razão toda

XCV A Isagoge foi publicada em 1591 enquanto parte da coleção "Opere restitutae Mathemacicae Analyseos seu Algebra nova continentur". *Cf*. Vieta, 1973, 13.

XCVI Provavelmente se trata de Teão de Alexandria (segunda metade do século IV d. C.) e não — como Reich/Gericke (Vieta, 1973, 141) afirmam — o comentador de Platão, Teão de Esmirna (130 d. C.): a subsequente determinação da análise e da síntese representa uma paráfrase do aditivo ao livro XIII dos Elementa de Euclides publicada por Teão de Alexandria numa transmitida edição grega independente da tradição arábica (*cf*. Cantor, 1880-1898, Bd. I, 277 ss); além disso, Teão de Alexandria foi considerado por um longo período o autor da demonstração e do aditivo dos Elementa de Euclides. (*Cf*. Cantor, 1880, 1898, Bd. II, 102, 339, 366, 439, 551, 556, 563).

> a arte analítica reivindica para si essas três funções e pode ser chamada a ciência da correta descoberta nas matemáticas (Vieta, 1646, cap. 1, 1)[XCVII].

Nesse trecho, Vieta acolhe inicialmente o método analítico da geometria antiga, tal como se encontra descrito na nota adicional feita ao livro XIII dos *Elementa* de Euclides[XCVIII], e estabelece uma distinção entre os dois tipos de análise [zetética e porística], as quais provavelmente foram pensadas a partir da distinção de Pappus entre análise teórica e análise problemática[XCIX]. A caracterização do conteúdo dos diferentes tipos de análise em Vieta, no entanto, não ocorre mais tendo em vista a geometria, mas as doutrinas das equações gerais ou das proporções: todas as três formas de análise [zetética, porísitica e rética ou exegética] são determinadas por meio de suas diferentes funções nas equações.

Nesse contexto, é atribuído à zetética, elencada por primeiro na passagem acima, uma dupla função: primeira, ela estabelece a equação entre as grandezas conhecidas e desconhecidas, designadas através de letras-símbolos, conforme as condições dadas no problema, e, segunda, ela transforma essa equação por meio do emprego da regra da zetética na forma padrão, de modo que, "finalmente algo seja encontrado que é igual à grandeza procurada e que seja um produto conforme as gran-

XCVII "Est veritatis inquirendae vi quaedam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicatur, a Theone nominata Analysis, et ab eodem definita, Adsumptio quaesiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contra Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quaesiti finem et comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantum proposuerunt Analysin ζητητικὴν καὶ ποριστικὴν, ad quas definitivo Theonis maxime pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quae dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, consentaneum est, ut sit Zetetice qua invenitur aequalitas proportiove magnitudinis, de qua quaeritur, cum iis quae data sunt. Poristice, qua de aequalitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, qua ex ordinata aequalitate vel proportione ipsa de qua quaeritur exhibetur magnitudo. Atque adeo tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis" (Vieta, 1646, cap. 1, 1).

XCVIII Confira a nota de rodapé XIX.

XCIX Confira a descrição do método de análise e síntese de Pappus presente no início do item "O método analítico da antiga geometria (modelo B)".

dezas dadas"[C]. A grandeza do desconhecido é, com isso, determinada em geral na sua dependência das grandezas dadas. A tarefa da análise porística, mencionada por segundo na passagem acima, é descrita de forma confusa: ela verifica a verdade de uma proposição estabelecida sobre uma equação ou proporção e representa um procedimento de verificação para o caso especial em que algo até então desconhecido seja apresentado, que tenha sido encontrado ou se apresenta por acaso[CI]. A análise porística, em todo caso, não se encaixa, sem restrições, no todo do método descrito por Vieta. Antes pelo contrário, após os dois passos da zetética decorre imediatamente a análise rética ou exegética, por meio da qual as grandezas pressupostas enquanto conhecidas no problema são inseridas, em suas determinadas quantidades, na equação geral. Nesse contexto, Vieta diferencia, com o auxílio dos conceitos "rética" e "exegética", entre duas possíveis formulações do problema: se as grandezas conhecidas são dadas enquanto números, então a análise rética determinará a grandeza procurada por meio do cálculo enquanto número; se as grandezas conhecidas são, porém, introduzidas geometricamente enquanto comprimentos, superfícies ou corpos, então a análise exegética extrairá da equação a construção geométrica da grandeza procurada[CII]. Em todo caso, o procedimento no seu todo consiste, assim, 1) na formulação da equação em escrita simbólica, 2) na sua transformação na forma padrão, que fornece a solução indefinida e 3) na interpretação numérica ou geométrica dessa equação por meio da inserção de grandezas conhecidas.

C "Magnitudines tam datae quam quaesitae secundum conditionem quaestioni dictam adsimilantor et comparantor, adendo, subducendo, multiplicando et dividendo constanti ubique homogeneorum lege servata. Manifestum est igitur aliquid tandem inventurum iri magnitudini de qua quaeritur [...] aequale, idque factum omnino sub magnitudinibus datis" (Vieta, 1646, cap. 5, 8).

CI "Quod si alienum proponitur inventum, vel fortuito oblatum, cujus veritas expendenda et inquirenda est; tunc tentanda primum Poristices via est" (Vieta, 1646, cap. 6, 10).

CII "Ordinata Aequatione magnitudinis de qua quaeritur, ῾ρητικὴ ἢ ἐξηγητικὴ, quae reliqua pars Analytices censenda est, atque potissimum ad artis ordinationem pertinere [...] suum exercet officium; tam circa numeros, si de magnitudine numero explicanda quaestio est, quam circa longitudines, superficies, corporave, si magnitudinem re ipsa exhiberi oporteat" (Vieta, 1646, cap. 7, 10).

O ponto em que Vieta aproxima a *ars analytica* com o do método da geometria antiga é a "admissão do procurado enquanto aceito": tal como na fase analítica do modelo de Pappus, na qual o procurado é considerado como admitido ou dado a fim de deduzir desdobramentos a partir de sua relação com os outros objetos dados, assim é introduzido aqui o procurado em linguagem simbólica na equação e considerado "como já dado", com a finalidade de deduzir desdobramentos a partir do seu vínculo com as outras grandezas dadas. Nesse contexto, a equação, estabelecida zeteticamente no início da análise, assume a função que tinha a figura geométrica na práxis geométrica, na qual são introduzidos tanto os objetos dados quanto também os procurados[CIII]: as relações indicadas no problema entre as diferentes grandezas são trazidas a uma forma em que o conhecimento ou desconhecimento das grandezas presentes no problema não são levadas em conta. E tal como lá, em que desdobramentos foram deduzidos a partir da configuração assim estabelecida de objetos geométricos conhecidos e desconhecidos ou de suas relações com o auxílio de princípios pressupostos, assim aqui são extraídos desdobramentos a partir da equação inicial com o auxílio do leges Zeteticis, exposto no capítulo quinto da Isagoge, por meio do qual a equação é trazida à sua forma padrão, em que o procurado, a grandeza do desconhecido, se dá enquanto função da grandeza introduzida como conhecida.

Esse paralelismo não pode, todavia, ocultar as profundas diferenças entre a *ars analytica* de Vieta e o método analítico da geometria antiga. Primeiro, a arte analítica em Vieta se limita inteiramente à solução de tarefas práticas: a análise teórica, na qual a validade de uma proposição em questão, em Pappus, é provada através da demonstração de sua dedutibilidade de outras proposições admitidas enquanto verdadeiras, não mais aparece aqui; não se trata mais do método de regressão de proposições ainda inseguras para seguras, mas de um procedimento de determinação das grandezas desconhecidas a partir das suas relações com as conhecidas. Ao se manter o conceito de "análise" para esse procedimento, esse conceito passa não mais a designar a ordem metodológica de

CIII Confira a descrição da práxis geométrica de Pappus presente na segunda metade do item "o método analítico da geometria antiga (modelo B)".

uma sucessão de passos, que parte de uma proposição procurada para os fundamentos seguros, mas a técnica de formação e transformação de equações e, portanto, muito mais o procedimento específico da disciplina matemática da álgebra do que um método geral. Esse procedimento se distingue do modelo de método geométrico B pelo fato de que, após a formulação da equação inicial, são deduzidas a partir de si e somente de si outras equações, que se encontram entre si numa rigorosa relação de equivalência. A *leges Zeteticis*, conforme a qual ocorre a transformação das equações, são, a saber, regras tais como: transferir um elemento de um lado da equação para o outro na transformação de equações não prejudica a igualdade se invertermos o sinal[CIV]; ela garante, assim, a equivalência entre diferentes equações num cálculo. Por conseguinte, somente aqui e não no modelo de método geométrico B pode se falar de uma equivalência em sentido estrito entre as equações deduzidas.

E, em segundo lugar, esse conceito de "análise" perde na descrição de Vieta o seu conceito "oposto" de síntese. Com efeito, pode-se talvez objetivamente paralelizar a análise rética, na qual o valor numérico da grandeza dada é introduzida na equação algébrica e o desconhecido é calculado enquanto um número determinado, com o primeiro passo da síntese do modelo de Pappus, em que a construção do procurado é efetuada concretamente a partir do que foi dado (*cf*. Klein, 1936-1937, 167), e também ver na subsequente prova, em que o valor assim encontrado é introduzido na equação inicial, o equivalente à demonstração final do modelo de Pappus, mas isso não encontra nenhum respaldo na terminologia de Vieta. Onde ele fala da síntese, ela aparece ainda apenas como exposição dos resultados encontrados analiticamente e provados analiticamente, que empregamos porque, sob ângulo lógico, esse caminho sintético de demonstração é melhor visto; contudo, como nós percorremos aqui mais uma vez o caminho da análise, ele pertence, também para Vieta, enquanto tal, ainda à própria análise[CV]. Ou a exposição sintética dos geômetras é compreendida ainda somente como um meio

CIV "Antithesi aequalitatem non immutari" (Vieta, 1646, cap. 5, 9).
CV Theoremata "quanquam suam habent ex Zetesi demonstrationem et firmitudinem; attamen legi syntheseos, quae via demonstrandi censetur λογικωτέρη, subjiciuntur [...] Atque idcirco repetuntur Analyseos vestigia. Quod et ipsum Analyticum est" (Vieta, 1646, cap. 6, 10).

de ocultar a análise — com a ajuda da qual ele chegou aos resultados —, seja por motivos de vaidade ou de elegância na apresentação[CVI]. Uma vez que, em Vieta, a análise sozinha já fornece os resultados e uma vez que a síntese, cuja realização era imprescritível no modelo de Pappus para a demonstração do encontrado analiticamente, encontra-se, para ele, fora do procedimento propriamente dito, a síntese é ainda apenas uma forma de exposição possível dos resultados encontrados pela análise; o procedimento enquanto tal é ainda somente analítico.

Com isso, ao mesmo tempo, o conceito isolado de análise ganha em Vieta um significado totalmente novo: o que ele agora designa é o campo da álgebra e o seu emprego em outras áreas da matemática. Com esse novo significado, o conceito de análise torna-se o conceito-chave e o conceito-título do novo desenvolvimento da matemática no século XVII e XVIII, no qual a geometria é deslocada da posição de ciência fundamental da matemática e a álgebra, sob o título de análise, é colocada no seu lugar. Tal desenvolvimento encontra-se já sinalizado em Vieta: sua *ars analytica* deveria também fornecer a base para a solução dos problemas geométricos. Todavia, Vieta concebe o "desconhecido" não enquanto variável, mas enquanto grandeza, cujo valor é definível em relação às grandezas conhecidas dadas. E ele também ainda não conhece o sistema de coordenadas, segundo o qual, seguindo a apresentação feita por Fermat e Descartes, pontos de uma área ou espaço são apreensíveis através de pares ou triplos de números reais, e curvas planas são apreensíveis em uma equação com duas variáveis. O nome atualmente usado para esse emprego da álgebra em problemas geométricos, "geometria analítica", se afirma, contudo, somente mais tarde: a obra de Descartes leva simplesmente o título de *La geometrie*, Fermat intitula a sua obra de *Ad locos planos et solidos isagoge*, e apenas por volta no final do século XVIII se estabelece definitivamente o conceito de geometria analítica[CVII] usado atualmente.

CVI Confira as notas de fim XCII e XCIII.

CVII Tropfke (1921-1924, 112) defende a tese de que a expressão "geometria analítica", no sentido atualmente ordinário, foi empregada pela primeira vez por S. F. Lacroix por volta do final do século XVIII; Boyer (1954, 456), por sua vez, se remete a provas anteriores, mas acrescenta: "Nevertheless, the designation 'analytic geometry' did not really take hold until the nineteenth century".

Mais importante para a propagação do conceito de análise deve ter sido, por conseguinte, o desenvolvimento do cálculo diferencial e integral na passagem do século XVII e XVIII, posto que essas novas disciplinas, desde o início, foram dispostas sobre o conceito de análise. Falara Cavaleri ainda de "methodus indivisibilium" (*cf*. Gerhardt, 1855, 18 ss) e Wallis de "arithmetica infinitorum" (*cf*. Wallis, 1689-1699, 355-478), assim encontra-se o cálculo infinitesimal em Leibniz desde o começo sob o título de "análise"[CVIII]. O mesmo ocorreu em Newton, que traçou paralelos com o do seu "method of fluxions" — isto é, sua versão do cálculo diferencial anteriormente encontrada, mas publicada somente após os artigos de Leibniz —, com a álgebra dos números finitos e que colocou ambos sob o título "análise": "o que a análise comum realiza por meio de equações com um número finito de termos [...], este novo método pode sempre executar o mesmo por meio de equações infinitas: de modo que não hesitei em dar igualmente o nome de análise"[CIX].

De forma definitiva, essa designação deve ter se fixado com o aparecimento do compêndio, largamente difundido, de L'Hospital, que contém a primeira exposição resumida do cálculo diferencial e que, para tanto, escolhe o título *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes* (L'Hospital, 1696). Tal qual Newton, L'Hospital remete à análise comum das grandezas finitas na escolha do conceito-chave do título, da qual adota o conceito-chave, mas o delimita frente a sua "análise dos

CVIII O manuscrito "in dem eine der ersten Gleichungen", em que o texto "Summen- oder Integralzeichen" surge, tem o título: *Analysis Tetragonistica ex Centrobarycis* (*cf*. Gerhardt, 1855, 117 ss); e a primeira publicação, em que tal ocorre, tem o título: *De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum*. *In*: *Acta Eruditorum*, 1686, 292-300.

CIX "And whatever the common Analysis performs by Means of Equations of a finite Number of Terms [...] this new method can always perform the same by Means of infinite Equations: So that I have not made any Question of giving this the Name of Analysis likewise" (*cf*. Newton, 1745, 340).

infinitamente pequenos"[CX]: a análise comum das grandezas finitas compara as infinitamente pequenas diferenças das grandezas finitas[CXI]. Porque a análise comum das grandezas finitas, porém — assim ele justifica o igualmente usual título de uma análise dos infinitos — não se limita às infinitamente pequenas diferenças, mas revela as relações de diferenças dessas diferenças, e, assim por diante, se pode igualmente afirmar que essa análise se estende além do infinito[CXII].

No início do século XVIII, esse novo conceito de análise estava finalmente estabelecido. No *Mathematischen Lexikon* de Wolff, de 1716, esse conceito de análise aparece sem que o seu clássico correspondente, a saber, a síntese, seja ao menos mencionado, e é introduzido, em expressa remissão a Leibniz, enquanto "arte de desmembrar", sob a qual se entende "hoje em dia geralmente a arte de calcular letras, a álgebra e o cálculo diferencial do senhor Leibniz": essas "artes de inventar juntas" denomina-se desde então de "a análise" (*cf*. Wolff, 1962 ss, I 11, 51). As sete subseções pertencentes ao verbete não diferenciam esse novo significado matemático da análise das caracterizações anteriores, porém expõem ainda somente diferentes subdisciplinas matemáticas e campos de emprego do conceito moderno: a subseção "Analysis Diophantea" refere-se ao antigo precursor desse procedimento de cálculo; em seguida, seguem-se duas subseções, em que a análise é subdividida em duas disciplinas, correspondentes à divisão presente em Newton e L'Hospital: a "Analysis finitorum, a arte finita de desmembrar" deve "achar outras grandezas a partir das próprias grandezas dadas" (Wolff, 1962 ss, I 11, 53), e a "Analysis infinitorum" ou a "arte infinita de desmembrar" tem

CX "And whatever the common Analysis performs by Means of Equations of a finite Number of Terms [...] this new method can always perform the same by Means of infinite Equations: So that I have not made any Question of giving this the Name of Analysis likewise" (*cf*. Newton, 1745, 340).

CXI "Elle compare les différences infiniment petites des grandeurs finies; ele découvre les rapports de ces différences: et par-là elle fait connoître ceux des grandeurs finies, qui comparées avec ces infiniment petits sont comme autant d'infinis" (L'Hospital, 1696, 1).

CXII "On peut même dire que cette Analyse s'étend au delà de l'infini: car elle ne se borne pas aux différences infiniment petites; mais elle découvre les rapports des différences des ces différences, ceux encore des différences troisiémes, quatriémes, et ainsi de suite" (L'Hospital, 1696, 1).

a tarefa de "achar outras grandezas a partir das próprias infinitamente pequenas grandezas dadas" (Wolff, 1962 ss, I 11, 53 ss). As demais subseções, com os títulos "Analysis potentiarum", "Analysis transcendens", "Analytica curva faciei hominis" e "Analytici libri", tratam de campos especiais de emprego do cálculo infinitesimal. Posição análoga à perspectiva de Wolff, já documentada no léxico no que diz respeito ao significado fundamental dessa nova disciplina da análise, ocupa a *Elementa Analyseos mathematicae* no compêndio latino de matemática de Wolff de 1741 e, assim, também toda a segunda parte do primeiro volume; a análise divide-se, assim como no léxico, na análise do finito e do infinito (*cf*. Wolff, 1962 ss, II 29, 293 ss)[CXIII].

Com isso, uma interpretação analítica de toda a matemática torna-se, no início do século XVIII, determinante. A predominância dessa compreensão analítica se exprime de forma mais nítida em Leonhard Euler. O seu compêndio sobre cálculo infinitesimal de 1748 leva o título *Introductio in analysin infinitorum* e essa "Analysis infinitorum" é alçada a "Scientia sublimior" tanto em contraposição à álgebra comum, que trata das grandezas finitas[CXIV], quanto à geometria, sobre a qual tudo que é relevante é tratado analiticamente no segundo volume, "porque operamos de tal maneira com *analysis infinitorum* que ela mostra ao mesmo tempo o seu emprego na geometria". (Euler, 1911 ss, Bd. VIII, 8)[CXV]. Ainda mais claramente torna-se a reivindicação de exclusividade da nova "Analysis", onde ela é empregada na ciência empírica da natureza. A *Mechanica* de Euler, de 1736, leva o subtítulo *sive motus scientia analytice exposita* (Euler, 1911 ss, Bd. I e II.) e, no prefácio, ele atribui à "análise matemática da infinitamente pequena grandeza" o mérito pelos grandes avanços da física alcançados na época: a estática e a mecânica,

CXIII "Elementa analyseos mathematicae tam finitorum quam infinitorum" (Wolff, 1962 ss, II 29, 293 ss).

CXIV "Primum eas (functiones) distinxi in algebraicas et transcendentes; quarum illae per operationes in Algebra communi usitatas ex quantitatibus variabilibus formantur, hae vero vel per alias rationes componuntur vel ex iisdem operationibus infinities repetitis efficiuntur" (Euler, 1911 ss, Bd. VIII, 8).

CXV "Divisi hoc opus in duos libros, in quorum priori, quae ad meram Analysin pertinent, sum complexus; in posteriori vero, quae ex Geometria sunt scitu necessaria, explicavi, quoniam Analysis infinitorum ita quoque tradi solet, ut simul eius applicatio ad Geometriam ostendatur" (Euler, 1911 ss, Bd. VIII, 8).

após a sua invenção, realizaram tão grandes avanços que "tudo aquilo que fora perscrutado num longo período, se comparado, quase desaparece" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 7)[CXVI]. É, portanto, inoportuno que as obras até então sobre mecânica e, em especial, os *Principia mathematica* de Newton tratem "tudo segundo a arte dos antigos, por meio da demonstração geométrica-sintética, e ocultem a análise, através da qual se chega a um conhecimento completo das coisas" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 8)[CXVII]. O que distingue, todavia, o tratado de Euler redigido "segundo o método analítico" dos escritos anteriores não é propriamente a estrutura geral da obra, que, com suas definições, corolários, teoremas e demonstrações, problemas e soluções, pode ser justamente qualificada como um modelo de tratado que foi concebido sinteticamente conforme o modelo euclidiano *more geometrico*, mas o emprego do cálculo infinitesimal na demonstração e resolução, que é posto no lugar da argumentação geométrica: proceder analiticamente designa agora na matemática não mais um determinado método de proceder, mas somente o calcular com grandezas variáveis e as disciplinas que se formam a partir disso da matemática moderna.

Essa autocompreensão da matemática enquanto "analítica" ganha, numa época em que a matemática representa o modelo para todas as ciências, imediata relevância para a discussão metodológica em geral: se a matemática enquanto o "exemplo mais brilhante" (KrV, AA 03: 468. 26) da ciência se autocompreende enquanto analítica, então isso confere uma dignidade ao conceito de análise que lhe garante também uma posição privilegiada nas reflexões metodológico-filosóficas e para além das reflexões metodológico-matemáticas. Na nova avaliação da análise, também em tais reflexões metodológicas gerais, tornam-se particularmente

CXVI "His vero posterioribus temporibus post inventam Analysin infinitorum tanta utraque scientia cepit incrementa, ut, quae ante tam longo temporis intervallo erant eruta, prae his propemodum evanescant" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 7).
CXVII "Praeterea, quod lectorem (Hermanni Phoronomiae) maxime distinet, omnia more veterum synthetice geometricis demonstrationibus est persecutus, atque analysin, qua ad completam harum rerum cognitionem pervenitur, celavit. Non multum dissimile quoque modo conscripta sunt NEUTONI Principia Mathematica Philosophiae" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 8).

importantes dois aspectos que o conceito assimilou ainda no campo das discussões matemáticas sobre o método.

Primeiro, é atribuída regularmente uma função inventiva à nova álgebra na matemática. Isso já se inicia em Vieta, que designou a sua análise como "Doctrina bene inveniendi in Mathematicis" (Vieta, 1646, cap. 1, 1): seu cálculo de letras "inventa" grandezas desconhecidas até então e vai mais além, fornecendo não meramente um resultado singular, como o cálculo numérico, mas uma fórmula; por meio da sua ajuda na inserção de diferentes valores para as grandezas "conhecidas", novas soluções de problemas podem ser descobertas: a *ars analytica* não deixa nenhum problema sem solução[CXVIII]. Ainda mais claramente emergem as vantagens da formalização em seu emprego nos problemas geométricos: com o seu auxílio, em Descartes, pode-se determinar geometricamente não mais apenas as qualidades de curvas particulares, como na geometria antiga, mas a sua apresentação em equações algébricas possibilita reuni-las sistematicamente em grupos com as mesmas qualidades e encontrar sempre novas curvas. Análoga é a expressão ordinária que Leibniz utiliza para a formulação de equações da análise superior, a saber, invenção (*cf*. Gerhardt, 1855, 56); e justamente essa função inventiva do cálculo na matemática ganha influência sobre o programa para encontrar, via cálculo, novas verdades também na filosofia, tal como Leibniz o desenvolveu nos seus esboços para a *scientia generalis*. Para Wolff, em todo caso, há no *Mathematischen Lexikon* já um acoplamento consistente entre esse conceito de análise e a tarefa de inventar: às artes matemáticas de inventar juntas "dá-se o nome de análise". (*cf*. Wolff, 1962 ss, I 11, 51). Esse acoplamento da função inventiva ao conceito de análise da matemática moderna marca, ora mais ora menos, a compreensão filosófica do conceito e entra assim em concorrência com os conceitos de análises de outra origem ou é equiparado — frequentemente de forma apressada — com eles.

Segundo, no decorrer desse desenvolvimento ocorre uma nova contraposição e avaliação dos conceitos de análise e síntese. Depois que

CXVIII "Denique fastuosum problema problematum ars Analytice, triplicem Zetetices, Poristices et Exegetices formam tandem induta, jure sibi adrogat, Quod est, NULLUM NON PROBLEMA SOLVERE" (Vieta, 1646, cap. 8, 12).

a designação "análise" se estabeleceu enquanto procedimento da álgebra moderna, o método geométrico enquanto sintético passa a lhe ser contraposto: a interpretação da geometria se orienta de novo exclusivamente pela estrutura dos *Elementa* de Euclides (modelo A) e a concorrente descrição analítica do método da geometria (modelo B) é entendida meramente enquanto um prenúncio da nova arte analítica e é atribuída, já em Vieta, à álgebra e não mais à geometria[CXIX]. Com essa alocação, é vinculada, também, uma nova avaliação dos conceitos de método: onde – por exemplo, na Inglaterra do século XVIII — permanece uma concepção de matemática fundamentada na geometria, isso se mostra — concebido pela ótica da matemática continental analiticamente determinada — como uma recaída na tradição do método sintético (*cf*. Boyer, 1959, 456); a síntese é vista aqui somente como um procedimento obsoleto da geometria antiga, o qual foi superado por meio da nova fundamentação da matemática na análise: os problemas geométricos também são mais bem solucionados por meio de equações, ou seja, analiticamente. Dessa forma, por exemplo, Euler, após a comparação entre a adequabilidade dos métodos sintético e analítico para a mecânica, chega a um resultado que lembra o paralelo feito por Descartes de ambos os métodos no campo da filosofia: os escritos redigidos segundo o método sintético estão, com efeito, em condições de convencer o leitor da verdade das proposições apresentadas, mas por meio deles o leitor não alcança conhecimento suficiente claro e distinto delas. Por esse motivo, uma pequena modificação da questão terá como consequência uma imensa dificuldade do leitor para resolvê-la com suas próprias forças, caso ele não proceda analiticamente[CXX]. Se desenvolvermos as mesmas proposições, por sua vez, segundo o método analítico, então a compreensão aumenta consideravelmente e alcançamos um conhecimento claro e distinto. Ele próprio [Euler], dessa forma, se depa-

CXIX Confira a primeira metade do item "O método analítico da matemática moderna (modelo D)".

CXX "Sed quod omnibus scriptis, quae sine analysi sunt composita, id potissimum Mechanicis obtingit, ut Lector, etiamsi de veritate eorum, quae proferuntur, convincatur, tamen non satis claram et distinctam eorum cognitionem assequatur, ita ut easdem quaestiones, si tantillum immutentur, proprio marte vix resolvere valeat, nisi ipse in analysin inquirat easdemque propositiones analytica methodo evolvat" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 8).

rou não somente com muitos problemas anteriormente não resolvidos, como encontrou também novos métodos para a resolução de problemas mecânicos e matemáticos[CXXI].

O avanço do isolado termo "Analysis" no decorrer desse desenvolvimento enquanto conceito chave da matemática moderna, já tem influência na apreciação de Descartes sobre o seu significado ["Analysis"] no contexto filosófico, marca o emprego do termo ["Analysis"] na *scientia generalis* de Leibniz, determina o seu papel ["Analysis"] nas reflexões metodológicas de Wolff e torna-se, por meio dessas mediações, relevante para a autocompreensão analítica da filosofia do esclarecimento. Assim, por exemplo, Mendelssohn, em seu escrito para o concurso da Academia de 1762, justifica diretamente o seu voto pela primazia do método analítico na filosofia com o êxito da análise na matemática: como "na matemática os nossos conceitos das grandezas são desenvolvidos e explicados" (Mendelssohn, 1764, 7), assim deve o procedimento filosófico consistir em uma "análise de conceitos": "ela torna as partes e elementos desses conceitos claros e cognoscíveis, que eram antes obscuros e não perceptíveis" (Mendelssohn, 1764, 8). Todavia, essa interpretação "analítica" da matemática, apesar da alusão ao "cálculo fluxional" de Newton (Mendelssohn, 1764, 5), não retrata quase nada que se possa tomar por uma adequada interpretação da análise matemática. Antes pelo contrário, a análise da matemática é convertida numa análise de conceitos quando se afirma "que no conceito de extensão se deve encontrar todas as verdades geométricas embrulhadas que a geometria lá dentro nos ensina desenroladas" (Mendelssohn, 1764, 7)[CXXII]. Mas justamente uma tal tentativa de assimilação registra o caráter contínuo de modelo da matemática: quando essa ciência se entende enquanto analítica, então uma interpretação de análise é procurada e encontrada,

CXXI "Illo igitur iam tempore, quantum potui, conatus sum analysin ex synthetica illa methodo elicere easdemque propositiones ad meam utilitatem analytice pertractare, quo negotio insigne cognitionis meae augmentum percepi" (Euler, 1911 ss, Bd. I, 8).
CXXII Na geometria "se desmembra, pois, o conceito originário de extensão e se mostra que ele se encontra numa relação inseparável com certos desdobramentos deles deduzidos, e sem que ele contenha uma manifesta contradição. Em outras palavras, mostra-se que o conceito inicial, que nós temos da extensão, e os conceitos e desdobramentos dele deduzidos, são, objetivamente considerados, iguais" (Mendelssohn, 1764, 11).

que reivindique igualmente validade para ambas as ciências, a saber, a filosofia e a matemática. De forma análoga, a análise vale para Mendelssohn também enquanto método filosófico por excelência; o seu tradicional contraponto, o método sintético, aparece no seu escrito para o concurso da Academia somente enquanto "método externo": outrora se depositaram esperanças no seu emprego na filosofia, mas "se sabe quão parco sucesso recompensou essa esperança" (Mendelssohn, 1764, 66).

De forma similar, o esclarecimento francês é influenciado em larga escala pela nova matemática, que interpreta a si mesma de modo analítico. Essa influência torna-se mais explicita em Condillac, cuja obra é ponto de orientação para o esclarecimento francês até o início do século XIX e a principal fonte para o seu *pathos* analítico (*cf*. Maugras, 1806, 34 ss). A sua obra expõe uma paráfrase e continuação do empirismo lockeano (*cf*. Condillac, 1798, vol. 22, 1-191); metodologicamente, contudo, Condillac se norteia por Euler e Lagrange, os quais, para ele, "são grandes matemáticos, porque são grandes analíticos" (Condillac, 1798, vol. 22, 152)[CXXIII]. O método analítico empregado por eles na matemática torna-se, para Condillac, o modelo para o método científico em geral: "todos os nossos estudos são feitos com o mesmo método, e esse método é a análise" (Condillac, 1798, vol. 22, 46)[CXXIV]. O que ele entende concretamente neste caso por análise orienta-se estreitamente pela álgebra: o método analítico deixa-se:

> nortear pela regra de que se pode descobrir uma verdade que não se conhece somente se ela se encontrar em verdades conhecidas, e, por consequência, que a solução de toda questão a ser resolvida se assenta sobre o pressuposto de que o conhecido e o desconhecido

CXXIII "MM. Euler et La Grange [...] sont grands mathématiciens, parce qu'ils sont grands analystes" (Condillac, 1798, vol. 22, 152).
CXXIV "Toutes nos études se font avec la même méthode, et cette méthode est l'analyse" (Condillac, 1798, vol. 22, 46).

> [tal como numa equação] estão misturados (Condillac, 1798, vol. 22, 170)[CXXV].
>
> Há duas coisas a considerar, por conseguinte, em toda a questão: o enunciado dos dados e o isolamento das incógnitas. O enunciado dos dados é aquilo que se entende propriamente pelo estado da questão e o isolamento das incógnitas é o raciocínio que a resolve (Condillac, 1798, vol. 22, 172)[CXXVI].

E tal como a análise aparece na matemática moderna sem o conceito oposto de síntese, assim também em Condillac: a "análise é", para ele, "o único método" (Condillac, 1798, vol. 22, 152)[CXXVII]. E quando lhe é confrontada por outros a síntese, então a síntese começa manifestamente "sempre com aquilo com o que se deve terminar"; a síntese, na verdade, nada mais é do que uma "mania de definição"[CXXVIII] que nos distrai do caminho das descobertas[CXXIX] e não merece sequer o nome de uma doutrina do método. Em tal apreciação do valor dos métodos analítico e sintético se documenta a influência que exerce uma nova determinação e avaliação do conceito de análise e síntese, ocorrida inicialmente somente no interior na matemática, na metodologia em geral: a autointerpretação analítica da matemática do século XVII e XVIII ganha aqui imediato significado para a discussão metodológica e mostra-se

CXXV "La méthode [...] a pour règle qu'on ne peut découvrir une vérité qu'on ne connaît pas, qu'autant qu'elle se trouve dans des vérités qui sont connues; et que par conséquent toute question à résoudre suppose des données où les connues et les inconnues sont mêlées" (Condillac, 1798, vol. 22, 170).
CXXVI "Il y a donc deux closes dans une question; l'énoncé des données, et le dégagement des inconnues. L'énoncé des données et proprement ce qu'on entend par l'état de la question, et le dégagement des inconnues est le raisonnement qui la résout" (Condillac, 1798, vol. 22, 172).
CXXVII "l'analyse es l'unique méthode" (Condillac, 1798, vol. 22, 152).
CXXVIII "C'est la synthèse qui a amené la manie de définitions, cette méthode ténébreuse qui commence toujours par où il faut finir, et que cependant on appelle méthode de doctrine" (Condillac, 1798, vol. 22, 149).
CXXIX "Nous venons de voir que cette synthèse est précisément le contraire de l'analyse. Elle nous met hors du chemin des découvertes" (Condillac, 1798, vol. 22, 153).

enquanto uma fonte importante para a autointerpretação analítica da filosofia do esclarecimento.

A combinatória luliana (modelo E)

Os conceitos de análise e síntese emergem novamente em outro sentido na abordagem combinatória, tratada aqui por último. Apesar de que, neste caso, se pode levantar dúvidas se a Combinatória — que, obstante a sua longa tradição, somente se desenvolveu nos últimos séculos; inicialmente no campo do cálculo de probabilidade e, posteriormente, enquanto disciplina matemática própria — tem um método independente. Atualmente há também ainda divergências sobre a definição de combinatória e o seu lugar no interior da matemática[CXXX]. Todavia, mesmo assim, o consenso vai tão longe a ponto de se poder definir a tarefa da combinatória da seguinte forma: para uma quantidade finita de elementos dados, encontre a quantidade, segundo determinada regra, de combinações possíveis desses elementos (*cf*. Mangoldt, 1960, Bd. I, 5 ss). Quando essa tarefa é transferida, como quer que seja, para determinados "elementos" filosóficos, dessa forma, certas regras do proceder metodológico com esses elementos são assumidas na filosofia e ganham nela influência na discussão sobre o significado de análise e síntese; por essa razão, deve ser plausível abordar a Combinatória matemática enquanto um modelo de método para a filosofia.

CXXX Heinz Lüneberg (1971, 3) introduz a sua Combinatória com a frase: "o que é combinatória, ninguém sabe dizer ao certo, como indicam as várias descrições". Peter Dembowski (1970, 9) a considera como "a teoria dos conjuntos finitos". D. J. A. Welsh (1971, VII) escreve: "The last decade has seen a great increase in combinatorics, but nevertheless, as pointed out by W. T. Tutte, 'It is difficult to find a definition of combinatorics that is both concise and complete, unless we are satisfied with the statement Combinatorics is what combinatorialists do'". Heinz-Richard Halder e Werner Heise (1976, VI) acolhem essa sugestão de síntese das diferentes tentativas de definição e escrevem: "nós procedemos pragmaticamente e declaramos: Combinatória é o que aqueles que trabalham com combinatória fazem".

Os conceitos básicos da combinatória matemática são 1) *permutação*: ordenar todos os elementos dados (n) em qualquer agrupamento, mas sem repetição: se (n) é o número de elementos, então o número de permutações é n! =1 · 2 · 3 · · · n; em três elementos dados a, b, c, temos, 6 (abc, acb, bac, bca, cab, cba); 2) se (k) indica a quantidade de diferentes elementos a serem somados numa combinatória, então a quantidade de *combinações da ordem* (*k*), levando em consideração o agrupamento, é n · (n-1) · (n-2) · · · (n-k+1); a quantidade de combinações da 2. ordem para 3 elementos dados a, b, c soma, portanto, 6 (ab, ac, ba, bc, ca, cb). Sem levar em consideração o agrupamento, todas as combinações que possuem os mesmos elementos em diferentes arranjos desaparecem; para a sua quantidade vale (n|k) = (n (n-1)(n-2) · · · (n-k+1)) / (1 · 2 · 3 · · · k), para o nosso exemplo, logo, 3 (ab, ac, bc); 3) na *variação*, por fim, são considerados tanto os diferentes agrupamentos dos elementos como também são permitidos a repetição de elementos. O número de variação de (n) elementos da classe (k) totaliza, então, n^k; para 3 elementos a, b, c o número de variações na 2. classe totaliza, portanto, em 9 (aa, ab, ac, bb, ba, bc, cc, ca, cb), e assim por diante.

A possibilidade dada pela Combinatória de verificar sistematicamente todas as combinações de uma quantidade dada de elementos e de calculá-las matematicamente já havia desde cedo fascinada a especulação filosófica. A primeira tentativa proeminente de emprego do procedimento combinatório na filosofia e, respectivamente, na teologia encontra-se nas obras do catalão Raimundo Lúlio (1232-1315)[CXXXI]. Sua obra *Ars generalis ultima* (1305-1308), que nos guia aqui, constitui também uma das primeiras fontes sobre a Combinatória. Nessa obra, a Combinatória é apresentada num contexto altamente especulativo, influenciado fortemente pela analogia "letras-coisas" da Cabala. A Combinatória lulliana foi pensada enquanto auxílio para a meditação e, além disso, está a serviço de uma — antes imaginada do que efetivamente promissora — estratégia missionária, de modo que a recepção de Lúlio o qualifica, por um lado, enquanto *doctor illuminatus* e, por outro lado, o desqualifica enquanto *doctor phantasticus* (*cf.* Platzeck, 1962, Bd. I, 10 ss).

CXXXI Sobre Lúlio, confira sobretudo a vasta obra de Erhard Wolfram Platzeck (1962 e 1964).

No núcleo da *Ars generalis* de Lúlio encontra-se a tentativa de extrair a multiplicidade de predicados do Ser dedutivamente do desenvolvimento sistemático de um princípio originário. Em vista desse propósito, Lúlio relaciona ao princípio originário A, que está para a absoluta unidade de Deus, diferentes princípios fundamentais (*dignitates, principia absoluta*), como bom, grande, duração etc., que, segundo ele, as três religiões que remontam ao antigo testamento — cristianismo, islamismo e judaísmo — aceitariam enquanto predicados de Deus (*cf.* Platzeck, 1952, 39). Na *Ars generalis*, Lúlio parte de nove princípios fundamentais[CXXXII] e as designa por letras B, C ... K de tal modo que o desdobramento do princípio originário A se apresente formalmente enquanto a combinação sistemática das letras de B a K. Para ilustrar essas possibilidades de combinação, na figura I, Lúlio distribui as nove dignidades de Deus nas bordas do círculo e indica por meio de linhas as combinações possíveis entre cada uma delas, interligando todas as letras B a K entre si (Lullus, 1970, 3). Na figura III são representadas, por sua vez, as possíveis duplas combinações dessas nove letras — e, isso, sem repetição e considerando os diferentes agrupamentos de letras —, donde se tem, portanto, $(9 \cdot 8)/(1 \cdot 2) = 36$ combinações, que Lúlio distribui numa tabela de oito colunas em ordem alfabética (Lullus, 1970, 9). Essas trinta e seis combinações indicam todos os possíveis juízos sobre Deus com base em suas noves dignidades; por exemplo, BC significa Deus de bondade grandiosa ou, DE, Deus de poder duradouro, e assim por diante. Essa tabela de combinação apresenta, portanto, algo como um auxílio para a meditação e deveria, no trabalho missionário também indicar aos árabes e judeus a quantidade de juízos comuns sobre Deus.

A função da tabela combinatória, todavia, não se esgota na exposição completa desses juízos sobre Deus. É bem verdade que, na figura III, todas as possíveis duplas combinações de 9 elementos estão representadas, mas Lúlio cria mais possibilidades de interpretação dessa lista, à medida que ele atribui mais significados para cada uma das letras. Assim, B está na *Ars generalis* não somente para a bondade de Deus, mas

CXXXII Em outras obras, emprega outros e, em alguns casos, mais princípios fundamentais. Confira, para tanto, a tabela geral IV em Platzeck (1962, Bd. I, 107): "Os atributos divinos em Raimundo Lúlio".

também para o aspecto transcendental do bom, atributo de todo ser (*cf.* Platzeck, 1962, 197). Ademais, é atribuído a B, na segunda figura T, o princípio relativo da "diferença" sem que uma ligação tenha sido afirmada ou explicitada entre esse e outro significado de B. Para além disso, a letra B está na *Ars generalis*, no âmbito da doutrina das regras, ao mesmo tempo, tanto para a pergunta "se" de acordo com a possibilidade dos fatos no nível do sujeito para Deus, quanto na lista das virtudes para a justiça e quanto ainda na lista dos vícios para a ganância[CXXXIII]: Lúlio procura ampliar a aplicabilidade de sua tabela de combinações, não por meio do aumento dos sinais básicos, mas por meio de um agrupamento de significados totalmente diferentes numa letra.

Na figura IV, por fim, são representadas não mais as duplas combinações, mas triplas combinações dos nove elementos (Lullus, 1970, 11): a figura é composta de três círculos, encaixados um dentro do outro, cada um com nove letras, e que se movem em direções contrárias, de modo que se podem produzir todas as possíveis triplas combinações imediatamente através do giro dos círculos. Novamente sem considerar as repetições e o diferente agrupamento de elementos, o número de combinações da 3. [terceira] ordem para 9 elementos totaliza $(9 \cdot 8 \cdot 7) / (1 \cdot 2 \cdot 3) = 84$. Lúlio também reúne essas triplas combinações numa tabela, mas considera agora também a diferença entre princípios relativos e absolutos, à medida que ele introduz, antes das letras que representam o princípio relativo, um t (para a segunda figura T). Cada uma das oitenta e quatro combinações está, portanto, ela própria para um grupo de combinação de 3 absolutos e 3 relativos e, logo, para 6 princípios que, entre si, formam $(6 \cdot 5 \cdot 4) / (1 \cdot 2 \cdot 3) = 20$ combinações, de forma que a tabela definitiva contém, por fim, $84 \cdot 20 = 1680$ combinações (Lullus, 1970, 27-33).

Até aqui sobre o — não tão complicado, mas de difícil visualização — aparato técnico da Combinatória de Lúlio. Na recepção da Combinatória luliana deve se distinguir entre a admissão e o prosseguimento das teses de Lúlio e o uso do aparato formal em outros e novos contextos.

CXXXIII "B significat Bonitatem, differentiam, utrum, Deum, justitiam, avaritiam. C Magnitudinen, concordantiam, quid, angelum, prudentiam, gulam" (Lullus, 1970, 2).

Primeiro, há uma larga tradição luliana, no sentido estrito, que está presente na Espanha, mas também na Itália, na França (*cf*. Hillgarth, 1971) e, sobretudo, na Alemanha, e que se adentra no século XVII e, até mesmo, no século XVIII (Risse, 1964-1970, Bd. I, 532-560): Athanasius Kircher, um dos mais significativos lulianos alemães, publica na década de 60 do século XVII sua obra sistemática e alcança, com isso, uma considerável repercussão (*cf*. Kircher, 1663) e, ainda em 1721, Ivo Salzinger publica em Mainz uma edição com oito volumes da obra de Lúlio (*cf*. Risse, 1964-1970, Bd. I, 533).

Em segundo lugar, a Combinatória de Lúlio — repassada por meio dessa tradição que continuou viva — influencia a discussão metodológica no século XVII (*cf*. Rossi, 1960): nela é admitido meramente o aparato formal da Combinatória luliana, o seu conteúdo especulativo-teológico é despido, relacionado com outras teses filosóficas e considerado enquanto outro modelo para o proceder matemático na filosofia. Nesta discussão metodológica serão importantes, sobretudo, três aspectos da concepção de Lúlio.

No contexto da arte de Lúlio encontra-se os primeiros elementos para a formalização da linguagem, que serão novamente retomados no século XVII no âmbito do programa de uma *lingua universalis* [primeiro aspecto]. Por detrás do conceito de *lingua universalis* se escondem, entretanto, diferentes programas, que vão desde a reconstrução de uma "língua originária", passando pelo projeto de uma língua erudita universal que deveria substituir o latim, até a concepção de uma linguagem científica formal. A abordagem de Lúlio não se enquadra na tradição dominante da busca pela "língua originária" e pelo nome natural das coisas, posto que ele designa os seus conceitos fundamentais por meio de letras aleatórias e procura, assim, estabelecer uma linguagem formal, por meio da qual as dificuldades oriundas das diferenças e imprecisões das línguas naturais seriam contornadas: a formalização deveria proporcionar que a arte luliana fosse compreendida por falantes de diferentes línguas e, em especial, pelos missionários árabes; em tal medida, essa abordagem luliana pertence ao programa de *lingua universalis*, por meio da qual a comunicação entre eruditos deveria ser facilitada. Todavia, na medida em que uma linguagem artificialmente construída deve apresentar maior precisão do que as línguas naturais, as notações introduzidas por Lúlio não são suficientes, dado que ele atribui a cada sinal mais do que um significado (*cf*. Platzeck, 1962, Bd. I, 197 ss; Lullus, 1970, 2) e, assim, fere explicitamente a exigência de unicidade das notações usadas. Apesar disso, a sua abordagem permanece até o século XVII como modelo para o projeto de língua universal e também de escrita secreta: Athanasius Kircher, em sua *Polygraphia* (*cf*. Kircher, 1663), pretende reduzir todas as línguas, com auxílio do alfabeto luliano, a uma linguagem artificial escrita, Wilkins se refere, na concepção de sua escrita secreta, do mesmo modo à tradição luliana como Dalgarno na sua escrita de sinais em geral, e, ainda, os esboços leibnizianos de uma *lingua universalis* ou *ars characteristica* estão diretamente vinculados a essa tradição.

Segundo e mais importante aspecto: a formalização em Lúlio não servia meramente para facilitar e tornar mais precisa a compreensão, mas estava também a serviço do procedimento combinatório, por meio do qual, a partir de uma classe de elementos dados e de acordo com um caminho puramente formal, se deveria alcançar novos conhecimentos. Nesse sentido, a linguagem formal para Lúlio não é somente mero meio para a compreensão, mas, enquanto pressuposto do procedimento formal da Combinatória, é também o próprio meio para a aquisição de novos conhecimentos[CXXXIV]. Com efeito, apesar de que os juízos encontrados sobre Deus por meio da combinação dos elementos fundamentais possam parecer triviais ao teólogo, todavia, o fato de que aqui um meio meramente mecânico produza juízos a partir de uma classe dada de elementos e inclusive produza todos os juízos possíveis sobre essa classe de elementos, fornece um modelo para aquelas propostas e programas de uma *lingua universalis* no século XVII, nas quais ela mesma é considerada enquanto meio para a produção e aquisição sistemática de conhecimentos.

A recepção do modelo de Lúlio na metodologia do século XVII, nesse caso, deve ter sido impulsionada pelo fato de esse modelo não se referir diretamente aos juízos, como outros modelos de métodos, mas aos con-

CXXXIV A primeira versão da ars luliana tem, pois, também o programático título: “Ars compendiosa inveniendi veritatem” (*cf*. Platzeck, 1964, Bd. II, 3).

ceitos. O que vem ao encontro da fundamentação da lógica e da teoria do conhecimento em uma teoria dos conceitos, tal como se dá tanto no racionalismo como no empirismo do século XVII: tanto Descartes, Leibniz e Wolff quanto Hobbes e Locke conduzem os juízos e, portanto, também a conclusão, em última instância, à relação dos conceitos — ou, como é frequentemente denominado, das ideias — presentes neles. Para uma tal fundação da lógica e da teoria do conhecimento na relação recíproca dos conceitos, a abordagem luliana deveria ser atrativa. Se interpretemos, pois, os princípios *Elementa*res de Lúlio enquanto conceitos simples e as suas combinações enquanto composições desses simples em conceitos complexos, então, a Combinatória fornece um meio de sistematicamente deduzir de conceitos simples todos os conceitos compostos possíveis de uma dada classe. E porque essa dedução ocorre por meio da combinação de conceitos simples, designados com notações formais, a fórmula combinatória mostra por quais conceitos simples os conceitos deduzidos foram respectivamente compostos e permite, assim, imediatamente, a formulação do juízo, que se assenta sobre essas relações de conceitos. Neste contexto, a arte luliana é recebida enquanto um meio para adquirir novas e ainda desconhecidas verdades e enquanto arte de descoberta, bem como representa um outro modelo de método matemático, tido no século XVII e no início do século XVIII como meio importante para o tratamento de questões filosóficas.

Nesse caso, contudo, o modelo luliano é complementado com um passo importante (terceiro aspecto). Em sua obra *Ars generalis*, Lúlio parte de nove princípios fundamentais, a escolha dos quais não havia sido explicitamente fundamentada; em consequência disso, no século XVII passa-se a questionar a forma e a quantidade desses princípios[CXXXV]. Se procura, em virtude disso, desenvolver um procedimento regrado para a averiguação dos conceitos fundamentais, introduzindo um passo metodológico anterior à dedução combinatória, por meio do qual os conceitos fundamentais devem primeiramente ser adquiridos. Esse passo metodológico consiste no desmembramento dos conceitos dados em

CXXXV “Raymund Lulle encor fit le Mathematicien et s’avisa em quelque facon de l’art des combinaisons. Ce seroit sans doute une belle chose, que l’art de Lulle si ces termes fondamentaux [...] n’ estoient pas vagues et par consequent servoient seulement à parler et point du tout à decouvrir la verité” (Leibniz, 1903, 177).

mais simples e, finalmente, no conceito simples, e é entendida, por conseguinte, como análise.

Dessa forma, o procedimento no seu todo, orientado pelo modelo de Lúlio, se apresenta de forma similar como uma sucessão regrada da etapa analítica e sintética, tal qual nos modelos de método B [de Pappus] e C [de Zabarella]. Mais especificadamente, por meio da análise deve-se aqui verificar os conceitos dados, buscando as suas partes mais simples e, por fim, todos os conceitos simples. E, em seguida, no passo sintético, deve-se encontrar, por meio da combinação, todos os conceitos compostos — "todas as coisas, inclusive seu teorema, e o que é possível inventar dele", como Leibniz escreve (1875, Bd. I, 57). Todavia, ao contrário das diferentes concepções do modelo de método B e C, no modelo de método analítico e sintético E, a função de encontrar e descobrir novas verdades é relacionada ao passo sintético: a análise investiga os conceitos simples, por meio dos quais, se servindo da combinação entendida enquanto síntese, devem ser encontrados novos conceitos compostos, bem como todas as afirmações possíveis sobre eles.

REFERÊNCIAS

ANGELIS, Enrico de. Il metodo geometrico nella filosofia del Seicento. Pisa: Istituto di filosofia, 1964.

ARISTÓTELES. Analytica priora. In: Aristoteles opera. Edidit Academia Regia Borussica. Bd. I. Berloni: Apud G. Reimerum, 1831a. Disponível em: https://archive.org/details/aristotelisoper07arisgoog/page/n6. Acesso em: 20 set. 2024.

ARISTÓTELES. Analytica posteriora. In: Aristoteles opera. Edidit Academia Regia Borussica. Bd. I. Berloni: Apud G. Reimerum, 1831b. Disponível em: https://archive.org/details/aristotelisoper07arisgoog/page/n6. Acesso em: 20 set. 2024.

ARISTÓTELES. Ethica Nicomachea. In: Aristoteles opera. Edidit Academia Regia Borussica. Bd. II. Berloni: Apud G. Reimerum, 1831c. Disponível em: https://archive.org/details/aristotelisopera02arisuoft/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.

ARISTÓTELES. Organon. Übersetzt und erläutert von Eugen Rolfes. Leipzig: Felix Meiner, 1922. Disponível em: https://archive.org/details/nikomachischeeth00arisuoft/page/n1. Acesso em: 20 set. 2024.

ARNAULD, Antoine; NICOLE, Pierre. La logique ou l'art de penser. Édition critique par Pierre Claire et François Girbal. Paris: PUF, 1965.

ARNDT, Hans Weber. Methodo scientifica pertractatum. Mos geometricus und Kalkülbegriff in der philosophischen Theorienbildung des 17. und 18. Jahrhunderts. Berlin/New York: Gruyter, 1971.

BARDENHEWER, Otto. Die pseudo-aristotelische Schrift „Ueber das reine Gute", bekannt unter dem Namen „Liber de causis". Freiburg im Breisgau: Herdesche Verlagshandlung, 1882. Reimpressão: Frankfurt, 1957. Disponível em: https://archive.org/details/diepseudoaristo00bardgoog/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.

BARON, Margaret E. The origins of the infinitesimal calculus. Oxford: Pergamon Press, 1969.

BECKER, Oskar; HOFMANN, Joseph. Geschichte der Mathematik. Bonn: Athenäum, 1951.

BOYER, Carl B. Analysis: notes on the evolution of a subject and a name. The mathematics teacher, vol. 47, n. 7, p. 450-462, 1954.

BOYER, Carl B. The history of the calculus and its conceptual development. New York: Dover Publications Inc., 1959.
CANTOR, Moritz. Vorlesung über Geschichte der Mathematik. Leipzig: B. G. Teubner, 1880-1898. Disponível em: https://archive.org/details/vorlesungenber01cantuoft/page/n7. Acesso em: 20 set. 2024.
CASSIRER, Ernst. Das Erkenntnisproblem in der Philosophie und Wissenschaft der neueren Zeit. Erster Band. Berlin: Bruno Cassirer, 1922. Disponível em: https://archive.org/details/daserkenntnispro00cass/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.
CASSIRER, Ernst. Galileu's Platonism. In: M. H. Ashley Montagu (Org.). Studies and essays in the history of science and learning. New York: Henry Shuman, 1946. p. 277-297.
CASSIRER, Ernst. Mathematical mysticism and mathematical science. In: Ernan McMullin (ed.). Galileo: Man of Science. New York: Basic Books, 1967. p. 338-351.
CLAGETT, Marshall. The medieval Latin translations from the Arabic of the Elements of Euclid, with special emphasis on the versions of Adelard of Bath. Isis: A Journal of the History of Science, vol. 44, p. 16-42, 1953.
CLERNISS, H. Plato as mathematician. Review of metaphysics, Washington, p. 395-425, 1951.
CONDILLAC, Étienne Bonnot de. La logique ou les premiers développmens de l'art de penser. In: Oeuvres completes. 23. Bde. Paris: Houel, 1798. Disponível em: https://catalog.hathitrust.org/Record/009345723. Acesso em: 20 set. 2024.
CORNFORD, F. M. Mathematics and dialectics in the Republic VI-VII. Mind, Oxford, vol. 41, p. 37-52; 173-190, 1932.
CRESCINI, Angelo. Le origini del metodo analítico. Il cinquecento. Udine: Del Bianco, 1965.
CRESCINI, Angelo. Il problema metodologico alle origini della scienza moderna. Roma: Edizioni Dell'Ateneo, 1972.
CROMBIE, Alistair C. Robert Grosseteste and the origins of experimental Science 1100-1700. Oxford: Clarendon Press, 1971.
DESCARTES, René. Oeuvres de Descartes. Adam, C. & Tannery, P. (Eds). Paris: Vrin, 1971-1982.
DEMBOWSKI, Peter. Kombinatorik. Mannheim/Wien/Zurück: BI Hochschultaschenbücher, 1970.

DOLAN, S. Edmund. Resolution and Composition in Speculative and Practical Discourse. Laval théologique et philosophique, Université Laval, vol. 6, n. 1, p. 9–62, 1950.
DRAKE, Stillman. Ptolemy, Galileo, and scientific method. Studies in History and Philosophy of Science, vol. 9, p. 99-115, 1978.
DUHEM, Pierre. Études sur Léonard da Vinci. 3 vols. Paris: Librairie Scientifique A. Hermann, 1906-1913. Disponível em: https://archive.org/details/tudessurlonardd00vincgoog/page/n7. Acesso em: 20 set. 2024.
DUHEM, Pierre. Un précurseur français de Copernic: Nicole Oresme (1377). Revue générale des Sciences pures et appliquées, Paris, vol. 20, p. 866-873, 1909.
EDWARDS, William F. Randall on the development of scientific method in the school of Padua – a continuing reappraisal. In: ANTON, John P. (ed.). Naturalism and historical understanding. Essays on the philosophy of John Herman Randall, Jr. Albany: State University of New York Press, 1967. p. 53-68.
ENGFER, Hans-Jürgen. Philosophie als Analysis. Studien zur Entwicklung philosophischer Analysiskonzeptionen unter dem Einfluß mathematischer Methodenmodelle im 17. und frühen Jahrhundert. Stuttgart: Frommann-Holzboog, 1982.
EUCLIDES. Euklidis Elementa. Edidit et latine interpretatus est I. L. Heiberg. (= Euklidis opera omnia. Bd. 1-5). Leipzig: B. G. Teubneri, 1883-88. Disponível em: https://archive.org/details/euclidisoperaom05marigoog/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.
EUCLIDES. Die Elemente. Buch I-XIII. Hrsg. u. ins Deutsche übersetzt v. Clemens Thaer. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1969.
EUCLIDES. Os elementos. Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.
EULER, Leonhard. Opera omnia sub speciis societatis scientiarum naturalium helveticae. 73 vols. Leipzig; Berlin: B. G. Teubneri, 1911 ss.; Zürich; Basel: Birkhäuser, 1952 ss. Disponível em: http://eulerarchive.maa.org/publications/books.html. Acesso em: 20 set. 2024.
FALKENBURG, Brigitte. Kants Kosmologie. Die wissenschaftliche Revolution der Naturphilosophie im 18. Jahrhundert. Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann, 2000.

FEYERABEND, Paul K. Bemerkungen zur Geschichte und Systematik des Empirismus. In: WEINGARTNER, Paul (Hrsg.). Grundfragen der Wissenschaften und ihre Wurzeln in der Metaphysik. Salzburg: Pustet, 1967. p. 136-180.
FRITZ, Kurt von. Die APXAI in der griechischen Mathematik. Archiv für Begriffsgeschichte, vol. 1, p. 13-103, 1955.
GALENO, Cláudio. Claudii Galeni opera omnia. Ed. Curavit C. G. Kühn. 20 vols. Leipzig: Car. Cnoblochii, 1821 ss. Reimpresso: Hildesheim: Olms, 1964 ss. Disponível em: https://archive.org/details/hapantaoperaomni01galeuoft/page/n271. Acesso em: 20 set. 2024.
GALILEI, Galileu. Le opere di Galileo. Nuova ristampa della edizione nazionale. 20 vols. Firenze: G. Barbèra, 1965 ss.
GALILEI, Galileu. O ensaiador. São Paulo: Nova Cultural, 1996.
GALILEI, Galileu. Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo ptolomaico e copernicano. Trad. Pablo Mariconda. São Paulo: Editora 34, 2011.
GERHARDT, Carl Immanuel. Die Entdeckung der höheren Analysis. Halle: H.W. Schmidt, 1855. Disponível em: https://archive.org/details/bub_gb_FewPEtivocAC/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.
GERHARDT, Carl Immanuel. Der Sammlung des Pappus von Alexandrien siebentes und achtes Buch. Griechisch und Deutsch. Halle: H.W. Schmidt, 1871.
GERHARDT, Carl Immanuel. Geschichte der Mathematik in Deutschland. (= Geschichte der Wissenschaften in Deutschland). Hrsg. durch die historische Commission bei der Königl. Academie der Wissenschaften. Neuere Zeit. Bd. 17. München: Oldenbourg, 1877. Disponível em: https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb11169474_00005.html. Acesso em: 20 set. 2024.
GILBERT, Neal W. Renaissance concepts of method. New York: Columbia University Press, 1960.
GILBERT, Neal W. Galileo and the school of Padua. Journal of the history of philosophy, Baltimore, vol. I, p. 223-231, 1963.
GULLEY, Norman. Greek geometrical analysis. Phronesis, Leiden, vol. 3, p. 1-14, 1958.
HALDER, Heinz-Richard; HEISE, Werner. Einführung in die Kombinatorik. Mit einem Anhang über formale Potenzreihen. München/Wien: Carl Hanser, 1976.

HEATH, Thomas L. The thirteen books of Euclid‘s Elements. 3 vols. Cambridge: The University Press, 1908 ss.
HILLGARTH, N. N. Ramon Lull and Lullism in Fourteenth-Century France. Oxford: Clarendon Press, 1971.
HINTIKKA, Jaakko; REMES, Unto. The method of analysis. Dordrecht/Boston: Publishing Company, 1974.
KANT, Immanuel. Kant‘s Werke. Preußischen Akademie der Wissenschaft (org.). Berlin: Walter de Gruyter, 1902 ss.
KIRCHER, Athanasius. Polygraphia nova et universalis ex combinatoria arte detecta. Rom: Varesius, 1663.
KLEIN, Jacob. Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra. In: Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abt. B. Studien Bd. 3, p. 18-105; Bd. 4, p. 122-235, 1936-1937. Disponível em: https://archive.org/details/JacobKlein-DieGriechischeLogistikUndDieEntstehungDerAlgebra/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.
KOYRÉ, Alexandre. Galileo and Plato. Journal of the history of ideas. University of Pennsylvania Press, vol. 4, p. 400-428, 1943.
LAKATOS, Imre. Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
LAKATOS, Imre. Mathematics, science and epistemology: philosophical papers 2. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.
LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz. Hrsg. Von C. I. Gerhardt. Berlin: Weidmannsche Buchhandlung, 1875 ss. Disponível em: https://archive.org/details/diephilosophisc02gerhgoog/page/n14. Acesso em: 20 set. 2024.
LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Opuscules et fragments inédits de Leibniz: Extraits des manuscrits de la Bibliothèque Royale de Hanovre. Ed. Louis Couturat. Paris: Félix Alcan, 1903. Disponível em: https://archive.org/details/opusculesetfrag00coutgoog/page/n11. Acesso em: 20 set. 2024.
L’HOSPITAL, Guillaume François. Analyse des infiniment petits, pour l’intelligence des lignes courbes. Paris: L’imprimerie Royale, 1696. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k205444w. Acesso em: 20 set. 2024.
LÜNEBURG, Heinz. Kombinatorik. Basel: Springer, 1971.

LULLUS, Raymundus. Ars generalis ultima. Frankfurt am Main: Minerva, 1970.
MANGOLDT, H. von. Einführung in die höhere Mathematik. Stuttgart: Hirzel, 1960.
MAUGRAS, Jean Baptiste. Dissertation sur l'analyse en philosophie. Paris: Vve Panckoucke, 1806.
MENDELSSOHN, Moses. Abhandlung über die Evidenz in Metaphysischen Wissenschaften, welche den von der königlichen Academie der Wissenschaften in Berlin auf das Jahr 1763 ausgesetzten Preis erhalten hat. Berlin: Haude und Spener, 1764. Disponível em: https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10908573_00005.html. Acesso em: 20 set. 2024.
MITTELSTRAß, Jürgen. Neuzeit und Aufklärung: Studien zur Entstehung der Neuzeitlichen Wissenschaft und Philosophie. Berlin: Walter de Gruyter, 1970.
NEWTON, Isaac. Opticks or a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light. With a foreword by Albert Einstein, an introduction by Edmund Whittaker, and a preface by I. Bernard Cohen. New York: Dover Publications Inc., 1952. Disponível em: http://strangebeautiful.com/other-texts/newton-opticks-4ed.pdf. Acesso em: 20 set. 2024.
NEWTON, Isaac. Philosophiae naturalis principia mathematica. The third edition (1726) with variant readings. Edited by A. Koyré and I. Bernard Cohen. Cambridge: Cambridge University Press, 1972. Disponível em: https://archive.org/details/A297190/page/n11. Acesso em: 20 set. 2024.
NEWTON, Isaac. Treatises of the quadrature of curves and analysis by equations of an infinite number of terms. London: Bettenham, 1745. Disponível em: https://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/1088712. Acesso em: 20 set. 2024.
NEWTON, Isaac. Óptica. Trad. André Koch T. Assis. São Paulo: Edusp, 2015.
NOE, A. R. Proklos und seine Philosophie. Diss. Heidelberg, 1937.
PAPPUS, Alexandria. Pappi Alexandrini mathematicae collectionis. A Federico Commandino Urbinatae in Latinum conversae, et commentariis illustratae. Venedig: Franciscum de Franciscis Senemsem, 1589.

Disponível em: https://archive.org/details/bub_gb_YTKUNyiY8sEC/page/n7. Acesso em: 20 set. 2024.
PAPPUS, Alexandria. Pappi Alexandrini collectionis quae supersunt. Edidit Fridericus Hultsch. 3 vols. Berlim: Weidmannos, 1875-78. Reimpresso: Amsterdam: Hakkert, 1965. Disponível em: https://archive.org/details/pappialexandrin00hultgoog/page/n11. Acesso em: 20 set. 2024.
PAPPUS, Alexandria. Der Sammlung des Pappus von Alexandrien siebentes und achtes Buch. Griechisch und deutsch. Übersetzt von Gerhardt. Halle: Schmidt, 1871. Disponível em: https://archive.org/details/dersammlungdesp00pappgoog/page/n7. Acesso em: 20 set. 2024.
PLATZECK, Erhard Wolfram. Die Lullsche Kombinatorik. Franziskanische Studien, Werl/Westfalen, vol. 34, p. 32-50 e 377-407, 1952.
PLATZECK, Erhard Wolfram. Raimund Lull: Sein Leben, seine Werke, die Grundlagen seins Denkens (Prinzipienlehre). 2 vols. Düsseldorf: L. Schwann, 1962-1964.
PROCLO, Diádoco. Procli Diadochi in primum Euclidis elementoru librum commentarii ex recognitione por Friedlein. Leipzig: B. G. Teubneri, 1873. Disponível em: https://archive.org/details/proclidiadochii00friegoog/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.
PROCLO, Diádoco. Proclus Diadochus (410-485): Kommentar zum ersten Buch von Euklids "Elementen". Halle: Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der Naturforscher von Emil Abderhalden, 1961.
RANDALL, John Herman. The School of Padua and the emergence of modern science. Padova: Editrice Antenore, 1961.
RÉGIS, Louis-Marie. Analyse et synthèse dans l'oeuvre de saint Thomas. In: Studia Mediaevalia in honorem ad. rev. Patris Raymundi Josephi Martin. Bruges: Societatem Editricem de Tempel, 1948, p. 303-330.
REHDER, Wulf. Über Hintikkas Interpretation von De Interpretatione 12-13. Archiv für Geschichte der Philosophie, Band 62, p. 58-66, 1980.
REHDER, Wulf. Die Analysis und Synthesis bei Pappus. Ein Bericht. Philosophia naturalis, Frankfurt am Main, vol. 19, p. 350-370, 1982.
RISSE, Wilhelm. Die Logik der Neuzeit. 2 vols. Stuttgart: F. Fromann, 1964-1970.

ROBINSON, Richard. Analysis in Greek geometry. In: ROBINSON, Richard (org.). Essay in Greek philosophy, Oxford, 1969, p. 1-15.
RÖD, Wolfgang. Geometrischer Geist und Naturrecht: Methodengeschichtliche Untersuchungen zur Staatsphilosophie im 17. und 18. Jahrhundert. München: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1970.
ROSEN, Edward. Renaissance science as seen by Burckhardt and his successors. In: HELTON, T. (ed.). The Renaissance: a reconsideration of the theories and interpretations of the age. Madison: University of Wisconsin Press, 1964, p. 77-103.
ROSSI, Paolo. Clavis universalis: Arti mnemoniche e logica combinatorial da Lullo a Leibniz. Milano-Napoli: Ricciardi, 1960.
SCHÜLING, Hermann. Die Geschichte der axiomatischen Methode im 16. und beginnenden 17. Jahrhundert. Hildesheim: Olms, 1969.
STRONG, Edward W. Procedures and metaphysics: a study in the philosophy of mathematical-physical science in the sixteenth and seventeenth centuries. Berkeley: University of California Press, 1936.
SZABÓ, Árpád. Anfänge der euklidischen Axiomensystems. In: BECKER, Oskar (Hrsg.). Zur Geschichte der griechischen Mathematik. Darmstadt, 1965, p. 355-461.
SZABÓ, Árpád. Anfänge der griechischen Mathematik. München: R. Oldenbourg, 1969.
TONELLI, Giorgio. Der Streit über die mathematische Methode in der Philosophie in der ersten Halfte des 18. Jahrhunderts und die Entstehung von Kants Schrift über die „Deutlichkeit". Archiv für Philosophie, Bd. 9, p. 37-66, 1959.
TROPFKE, Johannes. Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung mit besonderer Berücksichtigung der Fachwörter. 7 vols. Berlin/Leipzig: Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, 1921-1924.
VIETA, Francisci. Opera mathematica, in unum volumen congesta, ac recognita, opera atque studio Francisci a Schooten. Lugduni Batavorum, 1646. Reimpressão em 1970. Hildesheim: Olms. Disponível em: https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k107597d.pdf. Acesso em: 20 set. 2024.

VIETA, Francisci. Einführung in die neue Algebra. Übersetzt und erläutert von Karin Reich und Helmuth Gericke. München: Werner Fritsch, 1973.
VLEESCHAUWER, Herman J. De. More seu ordine geometrico demonstratum. Pretoria: University of South Africa, 1961.
WALLIS, Johannes. Arithmetica infinitorum, sive nova methodus inquirendi in curvilineorum quadraturam, aliaque difficiliora matheseos problemata. In: Johannes Wallis. Opera mathematica. 3 Bde. Oxoniae: E Theatro Sheldoniano, 1689-1699. Disponível em: https://archive.org/details/bub_gb_ER3j2xwScxsC/page/n7. Acesso em: 20 set. 2024.
WEISSENBORN, Hermann. Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwickelung von Leibniz bis auf Lagrange als ein historisch-kritischer Beitrag zur Geschichte der Mathematik dargestellt. Halle: H. W. Schmidt, 1856. Disponível em: https://reader.digitale-sammlungen.de/de/fs1/object/display/bsb10083082_00005.html. Acesso em: 20 set. 2024.
WELSH, D. J. A. (org.). Combinatorial mathematics and its applications. London: Academic Press, 1971.
WOLFF, Christian. Gesammelte Werke. Hildesheim: Olms, 1962 ss.
ZABARELLA, Iacobus. Opera logica. Editio tertia. Köln: Lazari Zetzneri, 1597. Reimpresso por Wilhelm Risse. Hildesheim: Olms, 1966. Disponível em: https://bildsuche.digitale-sammlungen.de/index.html?c=viewer&bandnummer=bsb00014535&pimage=7&v=2p&nav=&l=it. Acesso em: 20 set. 2024.
ZEUTHEN, Hieronymus Georg. Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert. Leipzig: B.G. Teubner, 1903. Disponível em: https://archive.org/details/geschichtederma00meyegoog/page/n5. Acesso em: 20 set. 2024.

Recebido em 24 de maio de 2023
Aprovado em 12 de agosto de 2023
Publicado em 30 de setembro de 2024