

Frege Encore une Fois? Construction de l'Intelligible et Figures Savoir

[Frege novamente? Construção do Inteligível e Figuras Saber]

Claude Imbert*

Resumé: On propose ici quelques éléments d'un travail en cours, la formulation en est provisoire. On s'en est tenu aux prémisses. Pourquoi ce titre, *Frege, encore une fois?* Partant d'une communication au colloque sur les *Origines de la modernité* tenu à Sao Paulo à l'automne 2019, on trace l'intrication historique des supports et langages propres aux constructions contemporaines de l'intelligible, les demandes auxquelles ils répondirent telles qu'elles se sont révélées au tournant du XIX^{ème}-XX^{ème} siècle; Il s'agit d'une histoire lente, le propos va tout à l'inverse de ce que l'on appela crise des sciences. Si crise il y a - encore que ce terme, venu de la médecine hippocratique, ait beaucoup perdu de sa prégnance - elle serait aussi et surtout ailleurs. C'est la notion même de modernité en philosophie qui est en cause, toujours marquée par une opposition polymorphe entre les Anciens et des Modernes, qui se perpétue sous tant de rhétoriques et de retours. L'argument eut son heure de justesse. Encore faudrait-il se demander quels Anciens, comment ils furent modernes en leur temps, et comment 'l'âge classique' qui s'en est recommandé s'est perpétué dans les figures d'un criticisme canonique- sur lequel s'est fixé le débat. Aujourd'hui, besoin est d'identifier les chemins détournés d'une modernité où la philosophie jouera sa mise et ses chances. On l'a tenté ailleurs, à propos de Merleau-Ponty, de Lévi-Strauss, ou de Foucault. Eux- mêmes travaillaient à partir d'un héritage criticiste qu'ils quittèrent élégamment, sans amertume ni déconstruction, car l'essentiel était déjà d'identifier de nouveaux langages déposant l'intelligible sur d'autres dimensions et, dans les décades d'après-guerre, d'habiliter des dimensions graphiques. Notre malaise y prend ses prémisses: il est dans la multiplication des voies empruntées par un rationalisme distribué sur des langages complémentaires, qui ne recouvrent pas le spectre entier de nos demandes, frayant des chemins argumentés ou prétendus tels, inventifs ou récessifs, confondus dans une notion opaque, approximative, d'information, déposé sur un continuum de numérique et de communication. L'épisode dont Frege fut l'épicentre, est aussi une affaire de graphisme, c'est à dire de syntaxe et de diversification. S'y dessine ce qui sépare aujourd'hui les langues dites naturelles des langages strictement graphiques ayant leurs dimensions propres. Tout en ayant toujours coexisté quelque peu, les unes et les autres ont acquis un tout autre statut, et engagé un conflit de performances. Etaient en cause l'alexandrinisme de la pensée philosophique et la fin du galiléisme philosophique. Un pavé avait été jeté dans la mare, les remous en viennent jusqu'à nous.

Mots-clés: Frege. *Begriffsschrift*. Langage. Graphisme.

*Professeure émérite à l'École Normale Supérieure (Paris), où elle enseigne l'histoire de la philosophie, l'histoire de la logique et l'esthétique. Ses diverses publications portent sur les invariants des logiques grecques, Port-Royal, Kant, Wittgenstein et Frege. E-mail: claudio.imbert@ens.fr.

Resumo: Propomos, aqui, alguns elementos de um trabalho em andamento; sua formulação é provisória. Detivemo-nos em suas premissas. Por que esse título “Frege novamente”? Partindo de uma comunicação no *X Encontro de estudos das origens da filosofia contemporânea*, realizado em São Paulo no outono de 2019, traça-se o intrincamento histórico dos suportes e linguagens próprios às construções contemporâneas do inteligível, as perguntas às quais respondem tais eles como se revelaram na virada do século XIX para o XX. Trata-se de uma história lenta, o argumento se encaminha no sentido totalmente inverso daquele que se chamou crise das ciências. Se há crise – ainda que esse termo, vindo da medicina hipocrática, tenha perdido muito de sua pregnância – ela estaria também e sobretudo alhures. É a própria noção de modernidade em filosofia que é posta em causa, sempre marcada por uma oposição polimorfa entre Antigos e Modernos, que se perpetua sob inúmeros retornos e retóricas. O argumento teve seu instante de precisão. Seria preciso ainda se perguntar quais Antigos, como eles foram modernos em seu tempo e como “a era clássica”, que neles se amparou, perpetuou-se nas figuras de um criticismo canônico – sobre o qual se fixou o debate. Hoje, é necessário identificar os caminhos sinuosos de uma modernidade em que a filosofia fará sua aposta e sua sorte. Nós o tentamos noutro momento, a propósito de Merleau-Ponty, de Lévi-Strauss ou de Foucault. Eles próprios trabalhavam a partir de uma herança criticista que igualmente abandonaram, sem amargor nem desconstrução, pois o essencial era, já naquele momento, identificar novas linguagens que dispunham o inteligível em outras dimensões e, nas décadas pós-guerra, habilitar dimensões gráficas. Nisso, nosso incômodo toma suas premissas: há na multiplicação das vias emprestadas por um racionalismo distribuído sobre linguagens complementares, que não recobrem inteiramente o espectro e nossas perguntas, desbravando caminhos argumentados ou pretensamente argumentados, inventivos ou recessivos, confundidos numa noção opaca, aproximativa, de informação, disposta num *continuum* de numérico e de comunicação. O episódio de que Frege foi o epicentro é também um assunto de grafismo, isto é, de sintaxe e de diversificação. Desenha-se aí aquilo que, hoje, separa as línguas ditas naturais das linguagens estritamente gráficas que têm suas próprias dimensões. Tendo coexistido até certo ponto continuamente, umas e outras adquiriram um estatuto inteiramente diverso e motivaram um conflito de performances. Estavam implicados o alexandrismo do pensamento filosófico e o fim do galileísmo filosófico. Uma rocha fora lançada ao mar, suas vagas vêm até nós.

Palavras-chave: Frege. *Conceitografia*. Linguagem. Grafismo.

De Frege n'a-t-on déjà tout dit, après que Russell l'ait convaincu d'une antinomie? Pourquoi revenir sur cette fin du XIX^e siècle, évoquer une histoire toute locale, qui s'est jouée aux frontières de la mathématique et de la logique, qui n'avait suscité rien de plus que l'ironie de Poincaré, à laquelle la grande majorité des mathématiciens ne s'était pas même intéressée? Dans l'immédiat, une contradiction qui avait proliféré en différentes versions, avait pourtant inquiété Dedekind. Il retarda une seconde édition de son traité sur la continuité. Mais encore: pourquoi revenir sur une contradiction évitée dans les premières décennies du XX^e siècle par des procédures axiomatiques? L'affaire serait classée - si elle ne s'était également jouée ailleurs, et à plus longue échéance. Elle a reflué sur le *langage*, notion philosophique absolue, définitionnelle, propriété d'essence de l'humanité, et socle de l'attitude philosophique depuis Platon. Était mise en cause l'unité d'une notion de si vaste envergure, la coïncidence des articulations linguistiques et logiques, et la synonymie induite depuis plus de vingt siècles par l'adjectif *logikos*- liant, depuis le *Phédon*, la condition discursive ou langagière des sociétés humaines, la vocation rationnelle de l'homme, et un langage induit par la cosmologie et confirmé par ses médiations analogiques. Cette négociation érigée en principe ne fut pas remise en cause, prolongée par le galiléisme phi-

losophique, jusqu'au tournant du XIX^e siècle; elle s'était reportée sur une catégorisation prédicative, puis sur un jugement calibré sur un paradigme mathématique. À l'âge classique, elle avait alimenté l'utopie d'un langage alliant l'exactitude d'une caractéristique et la certitude d'un calcul - *sedeamus ad abacos et calculemus*. Le criticisme avait soutenu un réalisme transcendantal par les formules de l'expérience et conclu que la *Critique de la raison pure* serait plus tard comprise comme l'apologie de Leibniz. le moment est venu d'accorder à Kant cette intention et la lucidité de ses moyens, leur opportunité mais aussi leur statut de dernier recours.

Une autre arithmétique, engagée par Gauss et développée par l'école de Göttingen, un savoir arithmétique et une méthode algébrique qui s'étaient perfectionnés dans toute l'Europe sur tout un siècle, avaient transformé la notion de calcul. Simultanément ces mathématiques, développées au tournant du XIX^e siècle et que l'on a dit *modernes*, engageaient à leurs propres frais un langage hétérogène, y déposaient une syntaxe qui n'épousait pas les syntaxes implémentées sur les articulations des langues parlées. Leur singularité outrepassait les timides inventions symboliques des mathématiques classiques qui prorogeaient l'usage du latin, serait-il comme celui de Péano un *latino sine flexione*. Elle secrétait discrètement une modernité reprise dans la

plupart des domaines scientifiques. De par son lieu et sa nature, elle échappait aux 'temps modernes' des historiens, ou la philosophie s'était réservé une place confortable. La conséquence la plus claire, néanmoins la plus disputée et la plus tardive, fut de renvoyer le rationalisme philosophique a ses propres ressources, ajoutant une nouvelle incertitude a celle qu'avait instillée, a la racine du dire, les travaux des psychologues, sociologues, linguistes, anthropologues et aujourd'hui cognitivistes, tandis que les mathématiques expérimentaient, par le biais d'écritures a l'essai et de graphes associés, une zone de savoir tenue jusqu'alors pour immune.¹ Elles aussi furent mises en demeure d'habiliter leur syntaxe et de s'en justifier par une logique.

Il faut y revenir dans la mesure ou cette histoire met a nu tout un réseau de communication, d'information, et de langages, également divers degrés de liberté, d'incertitude, de pertinence, immanents a la complexité du dire. Il s'est agi non d'une crise, dont on guérirait comme d'une coqueluche mais ou bien, en empruntant le terme a Cavailles, d'un *enrichissement* ou bien de son refus - c'est a dire le déni d'une leçon philosophique insupportable a beaucoup, et trop retardée.

Il reste a situer le cour de l'opération engagée par Frege et qui fut aussi son point névralgique. Outre ce qu'apporte

le recul du temps, deux faits portent a l'attention autre chose que l'épisode *curieux* d'un déboire, et incitent a ne pas s'en tenir la. D'une part comment comprendre l'estime qu'il suscita, malgré une tentative inachevée, marquée au fer rouge d'une contradiction? Après l'épisode d'une *antinomie* (dite et stigmatisée, notons-le, dans le vocabulaire kantien) pourquoi, outre l'honneteté et la grandeur d'âme tôt relevées par Russell, une sorte de reconnaissance fut-elle accordée a Frege, comme s'il s'était trouvé révéler et affronter ce qui menaçait l'économie philosophique classique, une modernité conclue sur le criticisme dont il dévoilait, sans doute a son corps défendant, le caractère provisoire? Il ne suffit pas de jeter la couverture sur l'ivresse de Noë. L'usage des philosophes, voués a l'*expérience*, c'est a dire a l'ambition de proposer une manière féconde et canonique de transformer le cours des choses vécues en dire, également le projet des Lumières, étaient en cause. Comprendra-t-on que certaines innovations de Frege, qui visaient une écriture convenant aux preuves contemporaines et a l'arithmétisation des mathématiques engagée par Gauss, touchaient aussi a l'usage de la langue? Frege y reconnaissait et créditait un tour épistémologique, donc une manière d'inscrire l'intelligible qu'elle procure sur la communication dont cet usage relève. Ainsi la distinction en-

¹ Voir la correspondance Dedekind Cantor, éditée par Emily Nöther et Jean Cavailles, 1936.

tre le *sens* et la *dénotation* d'une expression, ou l'affinité proposée entre une *fonction* et un *concept* furent retenues par les linguistes (Benveniste pour la première, Chomsky pour la seconde). Elles furent aussi, et pour longtemps, l'introduction obligée aux divers rameaux de la philosophie dite *analytique*. De ce fait, les opérations mentales les plus prestigieuses avouaient leurs dépendances discursives et celles-ci affectaient le commerce des mathématiques et de la philosophie. Un concordat, aussi ancien que les *Eléments* d'Euclide, confirmé par le galiléisme philosophique des classiques, portant la promesse d'une intelligibilité universelle, était rompu. Outre cette sécession, les langages ou chacune d'elle déployait sa compétence, se révélaient développer des dimensions d'écriture et de preuve qui n'étaient pas celles, supposées, de leur objet. On s'est alors inquiété des *Principes* (*Grundlagen* ou *Grundzüge*) et des axiomatiques comme jamais: Frege lui-même mais aussi Péano, Hilbert, Dedekind ou Cantor. Frege se trouvait être celui qui avait mis à l'épreuve un programme, certes porté par les Lumières, lié à la manière dont Kant avait intégré le projet d'une caractéristique qui se voulait être également calcul, mais renouvelé par l'arithmétique de l'infini. À son tour, il tentait d'unifier le traitement du contenu de savoir et son habilitation dans une théorie de la preuve. La *Begriffss-*

schrift était un langage supposé à la mesure de ses opérations; Frege l'avait poursuivi jusqu'à se heurter à quelque chose comme son extravagance: une incommensurabilité entre son ambition et ses moyens. L'épisode leibnizien était définitivement clos, et Kant ne serait pas épargné. Les philosophes étaient renvoyés à leur manière de dire, leurs paradigmes grammaticaux, conceptuels et catégoriaux, s'avéraient traitreusement analogiques. La discursivité, c'est à dire l'ordre propositionnel, s'était imposée en même temps qu'elle dévoilait l'antinomie. Frege avait frayé un chemin jamais essayé, et si l'ambition avait échoué, paradoxalement les moyens engagés développeraient leurs bifurcations et de nouveaux contrats mettant en jeu leur capacité à porter l'intelligible, et leur fiabilité. Carnap et Scholem furent ses étudiants, Wittgenstein prit son conseil et lui envoya le manuscrit du *Tractatus*.

La seconde raison vient d'un retournement de situation, digne de la dramaturgie classique. Après le constat de cette contradiction, mais un bon demi-siècle plus tard, la même écriture qui avait déconcerté ses lecteurs fut, mieux que réhabilitée, identifiée. Une anthologie dédiée à l'histoire de la *logique mathématique* fut publiée à Harvard en 1967, à commencer par la *Begriffsschrift* (1^{ère} version 1879), et conclue par Gödel (1931). Le texte de Frege venait en ouverture, pour être

'peut-etre l'opuscule le plus important de toute l'histoire de la logique'.

J.van Heijenoort, *From Frege to Gödel, a source book in mathematical Logic*, 1967.

Une seconde édition accentuait l'effet souhaité en l'associant au seul texte où K. Gödel établissait l'incomplétude de la quantification du premier ordre dès que l'on inclut les axiomes de Péano ou un équivalent. Entre les deux, une certaine modernité s'était constituée et déployait sa mise. Le théorème d'incomplétude venait après que Gödel ait démontré - ce qui fut sa thèse de mathématiques - la complétude et la fiabilité de la *quantification du premier ordre*. Certes, Gödel visait les *Principia mathematica* (1916). Dans les années 1960, il était temps de reconnaître que Frege avait proposé dans la *Begriffsschrift*, un langage inédit avec ses règles de formation et de transformation, repris par Russell et Whitehead dans les *Principia Mathematica* sous une formulation équivalente. La *Begriffsschrift*, était arrachée à son propre contexte, inscrite dans une autre histoire, celle précisément qu'elle avait ouverte, ou elle pouvait être identifiée et appréciée en vertu de la juridiction immanente de sa syntaxe. Elle était définitivement séparée des motifs divers, dont elle s'était réclamée - au point de dériver vers une seconde version calamiteuse. Si la démonstration de *complétude*, question ouverte et traitée par Gödel, variait

un thème kantien, elle était cette fois restreinte dans son sens et démontrée dans les termes de la syntaxe du système. Gödel rappelait la quantification du premier ordre à l'effectivité de ses moyens. Il n'était en rien question d'une antinomie, pour deux raisons.

D'abord, il fallut un complément de symboles et de règles, apporté dans une deuxième version, celle où furent écrites les *Grundgesetze der Arithmetik* (1893 et 1903), pour que l'antinomie ait pu advenir. Ce que Frege prit soin de montrer, parcourant avec une force d'âme que releva Russell, toutes les étapes de cette implacable conclusion. Il constatait aussi que personne alors n'avait fait mieux, pas même Russell, au moment où il stigmatisa l'antinomie (1903). *Solatium miseris, socios habuisse malorum*, concluait-il en soulignant dans une note que Dedekind n'était pas épargné². A vrai dire, ce fut une maigre consolation que de partager une infortune dont il avait écrit si soigneusement la clinique, mais non l'étiologie.

Mais si les *Principia* de Russell et Whitehead évitaient la contradiction par des procédés bientôt évincés par l'axiomatique de Zermelo-Fraenkel, ils n'échappaient pas à la sanction syntaxi-

²Voir, *Grundgesetze der Arithmetik*, Tome II, *Nachwort*, p.253, reproduction photomecanique, Olms, 1966.

que. L'affaire avait perdu de son intérêt après que Gödel ait désenchanté toute l'entreprise.

Ensuite, ne pas oublier que pour un mathématicien un résultat négatif est une nouvelle vérité, éminemment productive. La découverte de l'irrationalité de la diagonale du carré a plus que favorisé le développement d'une géométrie euclidienne, elle en a imposé l'alternative. La reprise par Gödel de la quantification du premier ordre dans les termes stricts de sa syntaxe écartait, *de facto* une adjonction qui n'était qu'un *barbarisme* d'un nouveau genre. Ses deux théorèmes qui coupaient court au principe d'un fondement de l'arithmétique signalaient, en l'excluant, une syntaxe fautive, plombée par les ajouts de la deuxième version de la *Begriffsschrift*. L'arithmétique affirmait son indépendance sous réserve du développement de ses opérations et de ses théorèmes, et d'un langage convenant, elle saurait associer à ses formules et à ses preuves un développement graphique inédit et même troublant - ainsi le raisonnement diagonal, un procédé graphique et syntaxique que Gödel avait repris de Cantor. Il fut d'emblée reconnu par la communauté des mathématiciens, coutumiers depuis l'invention des coordonnées cartésiennes, du traité pascalien du triangle arithmétique, et des espaces de représentations, meublés de graphes et de nombres, et non d'objets.

On changeait de critère: non plus

stigmatiser une contradiction qui avait été l'épisode le plus frappant d'une histoire récente, mais honorer une preuve 'aux dimensions' qui barrait un programme philosophique démesuré et indiquait les voies par lesquelles l'arithmétique pourrait se développer et n'y manqua pas. La difficulté affectant la tentative frégréenne tenait à l'ambition de développer toutes les preuves et formules de l'arithmétique en empruntant les couloirs transformationnels et graphiques ouverts par la *Begriffsschrift*. Certes, l'invention fut capitale et son opportunité incontestée, mais le lien de cette syntaxe (méconnue comme telle) avec les usages implémentés sur une langue parlée s'était immédiatement avéré problématique et avait conduit Frege à multiplier les conférences et articles qui maintiendraient un lien entre l'usage et les singularités de l'écriture, au risque d'adjoindre à la première version des compléments désastreux. Le programme d'une *logique mathématique* était désormais un savoir appelé par la mathématique elle-même et une matière proprement mathématique gérant ses axiomes, ses règles d'écriture et de réécriture, et ses preuves. La logique dite classique (ce *sensus communis logicus* de Kant) était renvoyée à son propre domaine, ses manières de *dire*, d'*écrire*, et de *lire* ce qui était *écrit* phonétiquement. C'était au reste le sens littéral, aristotélicien, du terme de *critique* dont Kant fit son principe. Mais la hiérarchie de ses articulations,

complétée et close par l'instance du jugement et ses modalités en avait épuisé les ressources.

Sa prétention d'universalité était frappée d'obsolescence. Le référentiel qui lui était associé s'était appauvri au cours du XIX^e siècle, et centré sur la relation sujet/objet, menacée de n'être qu'une fiction transcendantale³. Le point douloureux serait d'admettre la séparation des langages, leur légitimité, et de comprendre que l'exercice de la pensée en dépendait. La différence de production de l'intelligible imposait une prise de distance d'avec les langues parlées et l'écriture alphabétisée. Elle était induite par une approche indirecte du réel, comme l'est une physique mathématisée, dépendante de ses instruments de mesure, du choix de ses unités, et de sa mathématique, nullement concernée par la configuration du monde proche en objets.. Les embarras de Frege y trouverent un sérieux philosophique inattendu. On s'engageait vers le scandale d'une alternative des savoirs. Une logique prédicative prend son paradigme de la perception et de son fidéisme vital, une logique fonctionnelle prend le sien de l'expression des fonctions non comme une trajectoire (ce que furent les premières fonctions galiléennes) mais comme le graphe d'une relation reportée sur un plan de représentation.

Alors, l'antinomie n'était pas une erreur due à un individu. Elle était latente, portée par un système que les philosophes, pour la plupart tacitement kantien, parlaient quotidiennement. *De facto*, les symboles et inférences devenues parasitaires dans la seconde version de la *Begriffsschrift*, assignant l'objet de l'expérience, y étaient de bon aloi. Ils ne relevaient en rien des 'rêves de la métaphysique'. Tout à l'inverse, ils contresignaient dans l'économie logique et conceptuelle du criticisme la compatibilité du mathématique et du discursif, intégrée dans la définition de l'existence et de la *phénoménologie de l'expérience*. Cette division inquiéta jusqu'aux preuves de l'existence de Dieu. Frege y consacra un dialogue avec le théologien Punjer, et Gödel les dernières années de sa vie⁴.

Le livre publié à Harvard n'ouvrait pas une réhabilitation de Frege mais un déchiffrement, un changement d'identité et de perspective quant à une écriture appréciée pour sa générativité transformationnelle, et pour sa réussite locale, qu'avait été, en 1879, la définition constructive de l'ordre. Mesuré à sa performance, ce résultat était définitif. Dans un article ultérieur dédié à la logique de Russell, Gödel a loué la précision de la syntaxe frégréenne bien supérieure à celle des *Principia*, pour avoir distingué entre variables li-

³Sur le démontage empiriste de cette fiction, voir Lorraine Daston et Peter Galisson, *Objectivity* (2007).

⁴Cf. Frege, *Nachgelassene Schriften*, *Dialog mit Punjer über Existenz*, (daté avant 1884).

bres, variables liées et variables syntaxiques⁵. Cette syntaxe dite par Gödel *systeme du premier ordre*, puis par Chomsky *Frege- Russell type system*, déchirait le contrat du *galiléisme philosophique*. On veut dire l'hypothèse que le monde physique serait écrit en signes mathématiques et néanmoins exprimable en concepts. Ce contrat garantissait le privilège de la langue philosophique sous réserve d'une équivalence cognitivement souhaitée et syntaxiquement tolérable, entre *fonction* et *concept*. Cette condition avait également été l'enjeu du contrat cartésien, tel qu'établi dans les *Méditations Métaphysiques*. Alors fondé fondé sur la vérité divine il compétait la *Méthode* assurant la liaison des *idées claires et distinctes*. Comme l'avait noté Cavailles: le lien entre deux idées claires et distinctes est encore une idée claire et distincte. Toutes bénéficient de cette évidence mathématique que garantit un Dieu non trompeur. L'ajustement des fonctions et des concepts fut aussi et plus explicitement le fil conducteur et la singularité revendiquée du tribunal criticiste, fut-ce au prix de la *révolution copernicienne*.

***Begriffsschrift*, 1879:**

Revenons brièvement à l'opuscule initial. Frege avait renoncé à un premier manuscrit, pensé et construit sur une économie de concepts emboîtés et le type de preuve syllogistique qu'il induit.

Son étrangeté saute aux yeux: un texte illisible sous un titre à vrai dire intraduisible en quelque notion avérée, telle qu'*idéographie*. Quand Ramsey s'y intéressa, Frege consentit, pour une présentation au public anglais, a un titre évoquant assez malencontreusement Leibniz et son intérêt pour l'écriture chinoise. Ce fut une solution de fortune pour ce qui n'avait pas encore d'identité, et n'en aurait pas de si tôt. Aujourd'hui il est toujours cité en allemand ou traduit littéralement (*écriture conceptuelle*)⁶. Frege s'en était expliqué par un sous titre: *un langage formulaire de la pensée pure inspiré de l'arithmétique*, et une brève introduction. Celle-ci propose d'éliminer de ce qui nuit au projet d'une expression adéquate au savoir qu'elle véhicule; l'expression de la *pensée pure* est confiée à l'écriture des concepts et celle-ci assignée à l'exercice de la preuve. Ce serait une expression libérée des articulations de la parole et des modalités de l'expérience. Néanmoins ce double

⁵Cf. *Russell's Logic*, dans *The Library of living philosophers*, Schilpp (1944). Ce texte traduit par G.Miller et J.C.Milner (Cahiers pour l'analyse), est disponible sur Internet.

⁶Ce qui n'éclaire guère le lecteur, sinon pour signaler une écriture indépendante des articulations de la langue vernaculaire et simple indication du problème que Frege souhaitait résoudre et crut pouvoir le faire.

évitement préservait le profil d'un langage, 'imité de l'arithmétique.' Le point neuf était bien de reconnaître la maturité d'un savoir arithmétique qui avait acquis une forme discursive, constituée comme une suite de propositions susceptibles de porter et développer un contenu conceptuel comme une suite d'inférences et d'équations. Frege se gardait d'y introduire les opérations de calcul telles que proposées par Boole. Ce qui était cohérent avec le projet de traiter les opérations comme des fonctions, et celles-ci comme des concepts et par là les tirer de leurs abaques. Et bien que Frege esquisse une comparaison précautionneuse - et quelque peu propitiatoire - avec le programme leibnizien d'une *caractéristique*, l'intention ne fut pas une description d'objets ou de pensées - en quoi Leibniz ne fut jamais clair et la monadologie destinée à les identifier - mais le suivi d'une preuve à la mesure de son contenu et de ses procédures récentes.

L'étrangeté du graphisme, développé en unités requérant les deux dimensions de la page, dissimula à beaucoup l'intérêt du projet quand ce ne fut pas l'occasion de quolibets. Tout surprenait, on n'y trouvait aucun des signes de l'arithmétique qui étaient utilisés par Boole, pas plus que ses cercles et leurs interférences favorisant une interprétation dite *extensionnelle* des figures du syllogisme. Il ne s'agissait pas d'une représentation géométrique ou arithmétique de la logique des prédicats,

mais inversement d'une représentation conceptuelle, tant des procédures de l'arithmétique que de l'enchaînement de ses propositions. Double difficulté: *d'abord* concilier sous un même chef une équation, l'expression d'un concept, et la relation entre propositions, *ensuite* expliciter ce régime conceptuel hors de la routine prédicative par une *écriture* qui le justifierait *de facto*. Ce que Frege avait effectué dans le détail de ses écritures, précisant que les règles de transformation découlaient des règles de formation; mais il ne l'avait pas thématiqué. De là un premier système restreint, minutieusement exposé par une écriture quantificationnelle, sans recours à une synthèse temporelle. On y reconnaît la signature gaussienne, et l'intention de résoudre le différent qui opposa Gauss à Kant quant à la nature du jugement mathématique. Kant y impliquait une intuition a priori et le schématisme temporel, Gauss une opération proprement arithmétique liée à la nature récursive (et non syllogistique) des opérations arithmétiques élémentaires, à commencer par la plus simple: la *somme*. Il avait en effet donné une démonstration de la somme des n premiers nombres en utilisant une récurrence sur leur écriture et une formule avec fonctions et variables, ou le ton était donné:

$$S(n) = n(n-1)/2.$$

Suivirent divers articles, qui devaient préparer la seconde version de la *Begriffsschrift*, mais aussi en généraliser l'application hors de sa première destination arithmétique, démontrer son usage, soutenir une lecture sous laquelle elle entraînait dans le commerce intellectuel et le référentiel des Lumières et thématiser l'entreprise sous l'égide d'une conceptualité élargie. C'était aussi créer un *brouillage syntaxique*, un carambolage mental, confondant ce qui lie une fonction à son domaine de substitutions potentielles, son régime de récurrences définies sur une suite cardinale, et le rapport d'un concept à ses objets, représentés par des noms ou pronoms dans une proposition dont l'embrayage temporel, ou la modalité, maintenaient le spectre d'une épistémologie prédicative. Kant l'avait souhaité et obtenu par le truchement de la révolution copernicienne, et l'habilitation philosophique d'un langage vernaculaire. Il y eut un recouvrement de deux schémas cognitifs, l'un proprement lié à l'usage d'une arithmétique post-gaussienne et lié à des graphes de fonction, l'autre ouvrant sur un référentiel d'objets, confirmant un usage canonique pour les langues européennes dans leur état classique, et privilégié d'une manière ou d'une autre par l'usage. Pour y parvenir une équation parasitaire fut introduite comme un axiome supposé régler le passage

du concept à son extension et une inférence légitime. Ce fut voulu, préparé par quelques conférences de Frege, publiées dans des revues savantes, et dépositaire d'une conciliation *copernicienne* poursuivie à contre-temps. Rappelons qu'elle avait justifié l'analogie de la synthèse catégoriale et la synthèse des équations de la mécanique newtonienne pour l'expression de laquelle le temps était, depuis Galilée, une variable indépendante, et pour Kant assurée par l'intuition du temps, schématisme de l'expérience. Quand une variable de l'arithmétique gaussienne ou post-gaussienne n'avait pas à justifier son assignation éventuelle sur un référentiel de temps et par là un lien avec l'usage des horloges et notre commune expérience du temps vécu.

Frege y mit quelques précautions, comme l'éviction des deictiques, de l'embrayage verbal et du symbole de jugement. Il compara cette élimination au passage du discours direct au discours indirect⁷. Précaution judicieuse mais insuffisante, le cœur du problème étant dans la permanence d'une épistémologie de l'objet, qui associait une interprétation existentielle (et non simplement substitutionnelle) aux variables impliquées dans la quantification. l'extension de concept comme un objet alors qu'il s'agit de mettre en correspondance deux domaines potentiels de valeur, selon une correspondance injec-

⁷Voir l'article. Frege y revint avec insistance dans la Préface au premier volume des *Grundgesetze*, (1893).

tive, bijective, biunivoque ou vide. Les articles qui devaient munir la *Begriffsschrift* de nouvelles ressources, dont une pleine analogie entre fonction et concept, trahissaient la permanence d'une épistémologie du concept et de l'objet, portée par le transcendantalisme et le souci d'en étendre ou même lever les limites. L'exercice identifiait les conditions d'expérience et une formulation arithmétique aux dimensions; il spéculait tacitement sur l'extension de sens qui avait, au cours du XIX^{ème} siècle, substitué sous l'ambigüité de l'*observation* la mesure au constat, une mesure obtenue par un dispositif de réception des données, de dimensions, et d'unités propres qui avait transformé, redéfini, divisé l'*expérience* kantienne et en traitait pour une part *arithmétique-ment*. De nouvelles fonctions s'en chargeraient, prenant distance des fonctions galiléennes ou cartésiennes, délestées de leur analogie de trajectoire.

Frege lui-même eut ses doutes, multiplia les interrogations sur son entreprise, comme en témoignent ses inédits. Il faut citer ce qu'il disait à son fils adoptif en lui léguant ses textes, publiés et non publiés: ' tout n'est pas d'or, mais il y a de l'or dedans'.

(Dit en passant: serait-ce que la substitution d'un diagramme articulé en réseau aux arbres de subordination /sub-somption a eu un rôle comparable à la substitution de la relation d'alliance à l'arbre généalogique en anthropologie? Il suffit de noter que, dans les deux

cas, il s'est agi de proposer un prisme *diagrammatique* procurant une intelligence inédite des relations de parenté, tout en récusant la perspective régalienne de l'ego lecteur et un usage de patronymes hérités sous une acception prédicative. Laissons ici cette analogie, encore que dans les deux cas une organisation cognitive centrée sur une qualification prédicative a cédé non pas simplement à la relation, comme on dit souvent, mais à un régime d'échange explicité par l'usage de variables. Dans les deux cas, d'autres inférences, transformations et substitutions, devenaient possibles - cela que l'on a dit globalement '*structuralisme*', dans les deux domaines).

Alors: pourquoi cet attachement sans faille à une pratique conceptuelle et à l'assimilation du concept et de la fonction? Par quels biais la confusion fut-elle inscrite dans la seconde version de la *Begriffsschrift* dans une équation outrepassant sa pertinence syntaxique, instituant l'extension de concept comme un objet réinvesti dans l'expérience sous des caractères prédicatifs, réclamant une détermination exacte. L'énoncé de l'antinomie, telle que Russell l'a si clairement énoncée et ciblée, via le terme *appartenir* ou ne pas *appartenir*, melait dans l'usage ou se retrouvaient mathématiciens et philosophes le rapport d'un ensemble à ses éléments (régulé en 1908 par l'axiomatique de Zermelo Fraenkel) et le rapport d'un concept à ses ob-

jets et choses du monde, une notion qui emprunte quelque chose à la grenouille qui veut se faire aussi grosse que le bouf, et prétend à une ontologie souveraine. Ce faisant le terme disqualifiait par l'absurde la rémanence d'une logique conceptuelle médiatrice entre le monde de la perception, de l'observation, et le monde physique des intensités, des mouvements ondulatoires, de la géodésie et d'une optique non géométrique qui avait écarté l'ambiguïté de l'expérience comme *Erfahrung*? Le régime de l'appartenance, du concept et de ses objets, son vocabulaire familier, la représentation boléenne, insinuaient au seuil d'une arithmétique cardinale tout un régime de reconnaissance qui identifiait les qualités et les mesures, les identités de choses et les équivalences équationnelles, traitait l'équation algébrique comme un pas épistémique qui relevait en fait d'un autre régime de savoir. La somme $2+3 = 5$ est indépendante du monde que nous vivons et institue son propre référentiel numérique, l'identité de *l'étoile du soir* et de *l'étoile du matin*, exemple favori de Frege, étend un régime perceptif. Quand bien même elle le tirait de sa naïveté, elle ne le changerait pas.

Iéna kantien et post kantien

Iéna avait été, avant la redistribution académique des post - kantismes spé-

cifiés, au début du XX^{ème} siècle, tant à Marburg que dans quelques autres universités prestigieuses, le haut lieu du criticisme. Il y fut pour longtemps le plus sérieusement étudié, discuté dans ses intentions prioritaires, testé dans ses limites, sollicité en vue de son extension.

Le défi kantien, le point de départ du criticisme, avait été de prendre la succession de l'alexandrinisme tel qu'énoncée dans le programme du cours pour l'année 1763. Il avait été affiché par Kant avec la même détermination et la même profondeur que Luther affichant ses thèses à Wittemberg, Cette ambition fut aussi cultivée à Iéna, qui la revendiquait à partir d'une tradition venue du Moyen âge. Tout en s'appropriant et bousculant autant qu'il le faudrait l'héritage kantien, on disait: *'d'Athènes à Iéna, le chemin est direct'*. Iéna fut sans aucun doute un des hauts lieux intellectuels de l'Europe, relevé par la rencontre de Napoléon et de Goethe, et l'écho que donna Hegel à ce moment dans *l'Introduction à la Phénoménologie de l'esprit*, un moment où on put croire à une Europe unifiée dans l'esprit des Lumières - c'est-à-dire une rationalité universelle et à sa pédagogie de 'notions' véhiculant dans la langue d'usage l'essentiel, de ce qui ne pouvait pas y être dit et la curiosité des lecteurs. Goethe, ministre de la principauté de Thuringe, soutint l'Université d'Iéna, toute proche de Weimar et confiait à son secrétaire que Kant avait fixé un nouveau sens commun:

Il a aussi agi sur vous, sans que vous l'ayez lu. Maintenant vous n'avez plus besoin de le lire; car ce qu'il pouvait vous donner, vous le possédez déjà.

Conversations avec Eckermann, 11 avril 1827⁸.

Goethe ajoutait que la *Critique du jugement* échappait à cette assimilation d'un kantisme anonyme et demandait cette relecture à laquelle il avait contribué. L'ambition de poursuivre Kant au-delà de ses formules d'expérience fut servie par une exceptionnelle activité littéraire, de l'*Athenaum* à Goethe, quelles qu'aient été les divergences quant à la conduite de cette histoire poétique⁹. La plaidoirie des Romantiques, comme les options de Fichte, revendiquaient une extension du kantisme, Kleist vantait le style de chancelier de Kant, Schelling misait sur l'esthétique, Hegel proposait une autre Encyclopédie conceptuelle. Son propre rapport à Kant relevait de sa méthode dialectique en associant négation et *sursomption* (*Aufhebung*). La tragédie grecque eut son actualité d'après le *Trauerspiel* et d'après les Lumières. Kleist écrivit *Penthésilée* et vécut lui-même jusqu'au suicide un tragique que Kant avait écarté et dont Hegel proposa une résolution dialectique. Sur plusieurs décennies, Iéna rechercha, littérairement et philosophiquement une manière qui, touchant à la 'clé de voute' du système que le jugement esthétici-

que donnait au système critique, en était la menace la plus sérieuse et la plus sérieuse lecture. N'y dérogeait pas la recherche d'une *écriture* qui saurait unir les deux fonctions de *condensation* et de *poétique* - association portée par le double sens du verbe *dichten*, que Frege s'est plu à souligner. Alors l'écriture n'aurait pas achevé son destin avec l'alphabétisation, elle pouvait investir une *diagrammatique* bidimensionnelle, quittant la servitude du son et la linéarité, proposer un tout autre usage des lettres utilisées comme variables et dépouillées de toute valeur phonématique (anglais: *dummy letters*). Une extension des écritures pourrait contourner le kantisme et le compléter. Le nombre et son arithmétique la plus récente, la manière de Gauss, quelques notes qu'il avait confiées à son journal promettaient beaucoup. Le romantisme avait eu ses défis, l'arithmétique eut les siens: celle d'un usage universel, donc bon candidat pour rénover les formules de l'expérience. Les mots de Gauss: *O theos arithmétidzei*, confirmait son galiléisme; ils furent repris par Dedekind: *Aei o anthropos arithmetidzetai*, l'arithmétique est une pratique divine,

⁸ *Conversations de Goethe avec Eckermann*, Paris, Gallimard, 1988, p. 341.

⁹ Voir *L'absolu littéraire*, où J. L. Nancy et P. Lacoue-Labarthe ont republié les textes majeurs de l'*Athenaum*.

que l'homme n'abandonnera jamais. La promesse fut confirmée anthropologiquement par Frege dans les *Fondements de l'arithmétique*: la pratique du dénombrement est universelle, même en l'absence d'un régime de numération effectif, par confrontation de deux séries, telle l'appréciation comparative de deux troupeaux, ou l'appariement des doigts des deux mains. C'était pratiquer une correspondance biunivoque sans le terme, ou la cardinalité est première, et où l'équinuméricité précède l'assignation d'un nombre. Manière de penser- 'pensée sauvage' si l'on veut- que ne peut ignorer le projet d'un langage de la pensée pure -sous titre de la *Begriffsschrift* - de ce fait candidat de plein droit à la conceptualité selon une équivalence proposée par Frege et non remise en cause. Ce qui avait été historiquement et culturellement constitué comme langue vernaculaire et noté par une écriture alphabétique, se trouvait non pas contesté mais complété, ou devait accepter de l'être, par cette adjonction. Le concept était libéré de sa mobilisation leibnizienne - *praedicatum inest subjecto* et d'une règle impérieuse, Kant ici avait donné l'exemple en habilitant un 'jugement synthétique a priori'. L'analyse, si on gardait le terme dans un usage mathématique, indiquait un développement polynomial, des foncti-

ons de points et l'extension du concept de nombre telle que débattue entre Dedekind et Cantor. Elle était servie par des opérations nouvelles telles, que la chaîne ou la limite¹⁰. L'écriture d'une langue formulaire serait régie par les lois de transformation immanentes à leur usage, induites par les règles de formation et de transformation de ses formules initiales. Un langage se développant par formules et transformations n'est pas un formalisme puisque, par définition, un formalisme ne se transforme pas....

A qui Frege s'adressait-il- dans ces textes décisifs qui ont suivi la publication de 1879 - a commencer par lui-même¹¹? Les précisions apportées, immédiatement après la publication de la *Begriffsschrift* et le peu d'écho, parfois injurieux, qu'elle avait reçu, avaient un double but: d'une part, habilitier cette écriture au regard du public scientifique, d'autre part préparer le projet d'explicitier dans cette écriture les lois fondamentales de l'arithmétique. Frege, homme affable, excellent conférencier participait aux activités intellectuelles d'une ville soucieuse de joindre l'expérience à l'industrie et de s'en donner les transitions mathématiques. Les conférences prononcées par Frege devant des sociétés savantes, publiées dans des revues de profession

¹⁰Voir R. Dedekind *Stetigkeit und Irrationale Zahlen* (1872) et *Was sind und was sollen die Zahlen?* (1888) aux méthodes desquels Frege, qui avait soutenu ses thèses à Göttingen, se réfère. Comme l'arithmétique modulo, elles illustraient le traitement extensionnel, cardinal et ensembliste de l'arithmétique.

¹¹Ils ont été pour l'essentiel réunis et traduits en diverses langues sous le titre d' Ecrits logiques et philosophiques.

kantienne, comblerait un vide. Il aurait justifier un usage scientifique généralisé dans l'expression des fonctions nouvelles impliquées dans la mathématisation de la physique, mais a partir d'une expérience universelle, la pratique du dénombrement. Les articles les plus connus - *Sens et dénotation*, *Fonction et concept*, *Concept et objet*, associent une théorie de l'équation comme un jugement de reconnaissance, posant un objet au point de rencontre de deux significations et comme instrument des transformations admises dans une preuve arithmétique. C'était joindre une interprétation existentielle des variables requises pour l'expression de la quantification dans le monde *copernicien* d'une expérience kantienne, et l'usage substitutionnel des variables dans un régime d'équations usant un référentiel de nombres réels et imaginaires, pour traiter des équations des sciences physiques, de la géodésie à l'optique non géométrique. Un tel espace de représentation et de traitement avait été la matière de ses thèses¹². Frege insistait sur l'usage d'un plan bidimensionnel, tout comme la *Begriffsschrift* devait tirer un principe de cohérence de son tracé aussi rigoureux qu'un tracé euclidien avec la règle et le compas - ou il excellait. Les performances graphiques

de ses cours de géométrie étaient réputées; la *Begriffsschrift* prenait la suite. (Il est temps de rappeler que cette écriture diagrammatique, qui revendiquait la rigueur euclidienne de 'la règle et du compas', traçait en fait un réseau dit *algébrique*, aujourd'hui fondamental en informatique).

Frege avait été envoyé à Göttingen sur une bourse obtenue par l'intermédiaire sur la recommandation de Otto Abbe, dans le souci de promouvoir à Iéna cette mathématique contemporaine venue de Gauss. Abbe, lui-même mathématicien collaborait avec F. Zeiss dans le projet de créer à Iéna une optique de haute précision. Un épisode ou Iéna, Gauss, Otto Abbe, Carl Zeiss, et le développement de l'optique mathématique furent impliqués a été relevé et analysé par Myles Jackson¹³. Fraunhofer, artisan de très haute qualité avait mis au point des lentilles achromatiques appréciées et recherchées dans l'Europe entière, lançant un défi à l'optique de précision ou triomphait alors l'Angleterre et la France, grâce aux travaux et apports mathématiques de Fresnel. Gauss avait équipé l'observatoire de Göttingen de lentilles acquises directement de Fraunhofer. Celui-ci n'avait pas livré son secret de fabrication, il fut devint

¹² *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene* (1873) et *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen* (1874).

¹³ (*Spectrum of belief, Josef von Fraunhofer and the craft of precision optics*) MIT press, 2000. Miles Jackson, historien des sciences s'est particulièrement attaché à ce chaînon essentiel où les déterminations physiques sont converties en *dimensions* propres et mesures - c'est-à-dire en domaines spécifiques.

l'objet hautement et politiquement soutenu d'un culte consacrant l'artisanat de précision allemand. Une cérémonie, à laquelle participèrent les plus éminents savants en ce domaine, Fr. Zeiss, Abbe, Humboldt clôturait cette consécration des médiateurs optiques et de l'artisanat qualifié en la personne de Fraunhofer. Ils firent valoir en haut lieu que l'unification politique de l'Allemagne appelait une industrie nationale, soutenue par l'état et furent entendus. L'éloge fermait une période et en ouvrait une autre, il soulignait tacitement que la théorie post newtonienne de la lumière et des milieux traversés, attendait sa mathématique pour permettre une industrie optique répondant aux demandes contemporaines. Fresnel en avait traité, défendant la théorie ondulatoire de la lumière et perfectionnement considérablement la puissance des phares par un montage de lentilles universellement adopté. Mathématicien, il eut recours aux nombres imaginaires. Le projet de Zeiss devait associer au façonnage de lentilles achromatiques et à la production d'un verre de très haute qualité, au contrôle de différents indices de réfraction et à l'élimination des aberrations, la mathématique d'une optique non géométrique. Il fut soutenu par le gouvernement impérial. Otto Abbe recruta Frege pour la *Fondation Zeiss* dès qu'elle fut créée au début des années 1890, il le libéra de ses tâches d'enseignement dispersées, hormis ses

recherches arithmétiques, et leur écriture.

Etendre les formules de l'expérience à un savoir physique récent, selon une matrice conceptuelle, était un but partagé et incontesté. Cette manière de les perpétuer en investissant un langage, relève encore - qu'on le veuille ou non - d'une *phénoménologie de l'esprit*, fut-ce en déjouant par l'effectivité d'opérations arithmétiques inédites et écrites la simplification idéaliste. Il revenait encore à un héritage kantien de gérer la conceptualité, et simultanément ces langages qui ajustaient les concepts et l'expérience. L'ambition d'une relève syntaxique de la conceptualité une autre manière de configurer le réel, en l'espèce par des mesures et des dénombrements - se substituerait aux catégorisations. Ce serait aussi l'extension des Lumières, c'est à dire la conversion réciproque de notions scientifiques en concepts inscriptibles dans une langue vernaculaire et, à l'inverse, engager certains tropes et concepts de la langue vernaculaire, ou d'un savoir artisanal, d'une science en passe de mathématisation, pour accéder à un monde qui échappait à l'observation empirique, et néanmoins se disait, bien ou mal, ou demandait à se dire. Frege fut au cœur de cette opération, de l'extension d'un sas conceptuel entre le protocole kantien, le régime des mesures, et les territoires étendus du savoir. S'y trouvaient impliqués les instruments qui

convertiraient l'aspect en nombre, et le comportement physique en fonction Ce qui était pratiqué ici ou là, éminemment par Gauss qui, '*princeps mathematicorum*', dirigea un service géodésique puis l'Observatoire de Göttingen,

construisit un *héliotrope*. Ces opérateurs transitionnels, ces convertisseurs d'expérience que sont les instruments de mesure et la mathématique convenant à leurs données alimenterent une même urgence.

Références

- DASTON, L.; GALISSON, P. *Objectivity*. New York: Zone Books, 2007.
- DEDEKIND, R. *Stetigkeit und Irrationale Zahlen*. Braunschweig, 1872.
- _____. *Was sind und was sollen die Zahlen?* Braunschweig, 1888.
- FREGE, G. «Dialog mit Punjer über Existenz», in *Nachgelassene Schriften*. Hamburg: F. Meiner, 1969 [revised edition 1983].
- _____. *Begriffsschrift, eine der Arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle: Louis Nebert, 1879.
- _____. *Grundgesetze der Arithmetik*. Hildesheim: Olms, 1966.
- _____. *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössen begriffes gründen*, 1874.
- _____. *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*, 1873.
- GOETHE, J. W. von. *Conversations de Goethe avec Eckermann*. Trad. Par Jean Chuzeville. Paris, Gallimard, 1988, p. 341.
- HEIJENOORT, J. van. *From Frege to Gödel: A source book in mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge: Harvard University Press, 1967.
- JACKSON, M. W. *Spectrum of belief: Joseph von Fraunhofer and the Craft of Precision Optics*. Cambridge: MIT Press, 2000.
- NANCY, J. L. ; LACOUÉ-LABARTHE, P. *L'absolu littéraire: Théorie de la littérature du romantisme allemand*. Paris : Seuil, 1978.
- NOETHER, E.; CAVAILLES, J. (Hrsg.). *Briefwechsel Cantor-Dedekind*. Paris: Hermann C. Éditeurs, 1937.
- SCHILPP, P. A. *The philosophy of Bertrand Russell*. New York: Tudor Publishing Company, 1944. (The Library of Living Philosophers)

Reçu / Recebido: 18/07/2020
Approuvé / Aprovado: 18/11/2020
Publié / Publicado: 30/12/2020