



## e-Boletim de Física

International Centre for Condensed Matter Physics  
Instituto de Física, Universidade de Brasília  
Ano IV, Março de 2015 • <http://www.boletimdafisica.com/> • eBFIS 4 7101-1(2015)

---

### Simetria, Transição de Fase e Violação Espontânea de Simetria (Symmetry, Phase Transition and Symmetry Breaking)

H. Belich\*

*Departamento de Física e Química, Universidade Federal do Espírito Santo,  
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, 29060-900, Vitória, ES, Brazil.*

Simetrias e leis de conservação são excelentes guias na formulação de modelos físicos em diversas escalas de energia. A violação de simetrias por transição de fase ( violação espontânea de simetria ) consegue descrever sistemas que vão desde a Matéria Condensada até a Física de Altas Energias. Neste ensaio irei apresentar um desenvolvimento conceitual de simetrias e suas violações usando inicialmente como exemplo a simetria global de rotação e sua violação espontânea, por um fluido escalar real, gerando o ferromagnetismo. O potencial usado por Landau-Ginzburg para explicar a supercondutividade por um fluido escalar complexo é muito similar ao ferromagnetismo. Através deste modelo podemos compreender a simetria de fase local ( simetria de calibre ) que este modelo apresenta graças ao acoplamento mínimo do campo eletromagnético com o fluido supercondutor. A partir da violação espontânea desta simetria local discutimos como ocorre a geração de massa do fóton em ambiente supercondutor ( expulsão do campo eletromagnético). Este processo ficou conhecido como o Mecanismo de Anderson-Higgs. Este mesmo mecanismo que ocorre em supercondutividade é utilizado para unificar o Eletromagnetismo e a interação Fraca no Modelo Padrão. Finalizamos este ensaio contextualizando o que veio a ser conhecido como campo de Higgs, cuja a excitação ( bóson de Higgs ) acaba de ser verificada no LHC.

Palavras-chave: simetrias, quebra de simetrias.

Symmetries and conservation laws are excellent guides in the formulation of physical models in several energy scales. Violation of symmetries by phase transition (spontaneous violation of symmetry) can describe systems ranging from condensed matter to the High Energy Physics. In this essay I will present a conceptual development of symmetries and their violation using initially as an example the overall symmetry of rotation and a spontaneous violation by a real scalar fluid, generating ferromagnetism. The potential used by Landau-Ginzburg to explain superconductivity by a complex scalar fluid is very similar to the ferromagnetism. Through this model we can understand the local phase symmetry ( gauge symmetry) due to the minimal coupling between electromagnetic field and the superconducting fluid. Starting with spontaneous symmetry violation it yields mass of the photon which is generated in superconducting environment (expulsion electromagnetic field). This process is known as the Mechanism Anderson-Higgs. This same mechanism that occurs in Superconductivity is used to unify electromagnetism and the Weak interactions in the Standard Model. We end this text contextualizing what came to be known as the Higgs field, which arousal (Higgs' boson) has been verified at the LHC.

Key words: symmetries, breaking symmetries.

#### I. INTRODUÇÃO

É notável o desenvolvimento que a ciência e tecnologia tiveram nas últimas décadas. Particularmente em física, ao longo do século passado vimos o nascimento e consolidação da Mecânica Quântica, com notáveis aplicações

que deram um impulso ao desenvolvimento econômico como nunca visto antes. Em 1956, com as pesquisas em semicondutores e a descoberta do transistor, por John Bardeen [1], William Bradford Shockley e Walter Houser Brattain, possibilitaram novas perspectivas teóricas, e desenvolvimento de dispositivos eletrônicos.

Esta nova visão dos processos do mundo microscópico gerado pela Mecânica Quântica demorou a se estabelecer na área relacionada aos processos com maior energia tais como a Física de Partículas, e a teoria que se propõe

---

\* belichjr@gmail.com

a explicá-la de maneira unificada, a Teoria Quântica de Campos. O iniciador destes métodos de maneira consistente em Física de Altas Energias foi P.A.M. Dirac.

Em sua tese, concluída em 1926, Dirac desenvolveu uma versão da Mecânica Quântica incorporando a Mecânica Matricial de Werner Heisenberg com a Mecânica Ondulatória de Erwin Schrödinger num único formalismo matemático [3]. No período de 1927 a 1931, Dirac inicia uma série de estudos, que estão interligados, e que vão da quantização do campo eletromagnético, à formulação de uma equação relativística para o spin do elétron, o acoplamento do elétron ao campo eletromagnético e considerações sobre uma possível estrutura do elétron, o que influenciou toda a física do século XX.

Até Dirac, toda a contribuição relativística do elétron em uma descrição quântica, como na descrição das raias espectrais do átomo de hidrogênio, eram realizadas como contribuições perturbativas ao tratamento não-relativístico. Mas Dirac acreditava que a Relatividade Restrita, por ser um fundamento, devesse estar presente em uma formulação a priori, e não entrar como correções de uma teoria. Deveríamos partir da simetria relativística do espaço-tempo na própria formulação da mecânica quântica.

Dirac foi o primeiro a formular a quantização do campo eletromagnético, e realizar o acoplamento do campo eletromagnético ao elétron. Deste modo, ele propõe a simetria de calibre, no caso do acoplamento com o elétron o grupo de simetria é  $U(1)$ , e são lançadas as bases para uma nova física. Sua teoria trazia alguns resultados embaraçosos que depois passaram a ser o seu sucesso. A descoberta da existência de anti-partículas, previstas pela equação quântica relativista de Dirac, foi um dos grandes feitos de sua teoria. A previsão do pósitron e a sua confirmação experimental em 1932, foi uma das maiores descobertas de toda a história da física. Além disso, justifica-se o fator giromagnético do elétron  $e$ , ainda no contexto do spin, sua formulação permite a compreensão de sua origem.

Com a descoberta do nêutron, em 1932 começamos a perceber um outro problema: a estabilidade nuclear. Portanto, uma nova interação, restrita ao núcleo atômico, entre os seus constituintes, era necessária tanto para justificar a sua coesão, como a origem do spin isotópico. Heisenberg estruturou essa nova interação em um grupo de simetria chamado  $SU(2)$ , colocando os prótons e nêutrons no que chamamos de um dublete de massa, pois eles têm massas muito próximas

A proposta de Heisenberg de trazer o grupo de calibre  $SU(2)$  para as interações fortes, será posteriormente retomada por Yang-Mills [2]. Mas, com os trabalhos de Dirac e de Klein-Gordon, havia uma visão na física de que os mediadores das interações, quando vetoriais, no caso da interação eletromagnética via fóton, eram mediadores sem massa. E para mediadores de interação massivos, deveriam ser partículas escalares. Necessariamente os mediadores das interações fortes, por serem de curto alcance, deveriam ser escalares massivos. E essa

foi uma grande influência incorporada no trabalho de 1935 de Hidek Yukawa [5] para a interação forte mediada por partículas escalares massivas. As massas eram fundamentais para justificar o curto alcance da interação nuclear forte. A partir desse alcance, Yukawa estimou as massas desses mediadores, posteriormente conhecidos como os píons de Yukawa ou mésons  $\Pi$ , posteriormente detectados por Cézár Lattes, em 1947, um dos maiores nomes da física brasileira.

De forma independente, Ronald Shaw, abordava o mesmo problema em sua tese de doutorado, orientada por A. Salam. R. Shaw [6], na primeira parte de sua tese, estudava os vários tipos de partículas em conexão com as representações do grupo de Lorentz. Na segunda parte da sua tese, Shaw discute a invariância frente as transformações gerais do spin isotópico. As conclusões e resultados obtidos por Shaw, apesar de caminhos um pouco diferentes, são as mesmas obtidas por Yang-Mills. Inclusive algumas limitações, como o problema das massas dos mediadores. Isso fez com que Shaw, a revelia de Salam, não enviasse o trabalho, finalizado em janeiro de 1954, para publicação. Mas mesmo assim, Salam, em sua Nobel Lecture e em outras passagens, sempre destacou a contribuição independente de Shaw.

Neste momento surgiu uma intrigante dúvida: qual seria o processo pelo qual os bósons mediadores das interações, inicialmente sem massa inercial, a partir de um mecanismo desconhecido deveriam adquirir massa, e esta massa seria proporcional ao inverso do alcance da interação. Ao fim desse processo, se tratando da interação eletrofraca teríamos a interação fraca confinada ao núcleo atômico, devido ao fato dos mediadores desta interação se tornarem massivos, e o mediador da interação eletromagnética ficar com massa nula, e portanto com a interação eletromagnética ficar de longo alcance (mediador de massa nula). Nas próximas seções vamos usar exemplos de transições de fase para estabelecer o quadro conceitual em que se formula a quebra espontânea de simetria, e como isto possibilita a explicação da origem das massas inerciais das partículas.

## II. QUEBRA ESPONTÂNEA DE SIMETRIA E FERROMAGNETISMO

Em 1956 em uma conferência em Seattle C. N. Yang, e T. D. Lee [7] mostraram que nos decaimentos radioativos, como o decaimento- $\beta$  do nêutron, deveria haver um desbalanceamento entre neutrinos com quiralidade à esquerda e neutrinos com quiralidade à direita. O artigo contendo esses resultados foi publicado na edição da Physical Review de 1957 [8] e no mesmo ano, Wu e colaboradores realizam um experimento que comprova a hipótese da violação de paridade nos decaimentos fracos. Para preservar a simetria de Lorentz, ou seja, a relatividade restrita, é necessário que as interações fracas violem a simetria de paridade. Posteriormente, Salam generaliza para o conceito de simetria quiral, uma generalização da

simetria de paridade.

Restava ainda o problema das massas dos mediadores. Ao compreender que ao campo escalar deveria estar associado o setor de matéria, de massa, de uma teoria, e que os mediadores vetoriais eram a única forma de interagir preservando a simetria de Lorentz, e ao mesmo tempo violar a paridade, um resultado também experimental, Salam, em parceria com Weinberg e Goldstone iniciam uma nova jornada a respeito do papel do campo escalar e as massas dos mediadores, que tem como final dessa história, o famoso mecanismo de geração de massa, Nobel em 2013, que é o mecanismo de Higgs.

Para entender este mecanismo vamos começar discutindo o papel simetria e da quebra espontânea da simetria. Simetrias e leis de conservação são excelentes guias na formulação de

modelos físicos em diversas escalas de energia. Se um sistema físico se caracteriza por estados definidos, determinadas simetrias permitem que o sistema evolua sem mudar seu estado. Existem quantidades conservadas nestes sistemas que chamamos de cargas conservadas. Se o sistema apresenta uma lei de movimento independente do tempo, a carga conservada é a energia. Se um sistema apresenta lei de movimento independente de ângulo a quantidade conservada é o momento angular. Com esta noção poderíamos questionar se haveria algum processo no qual esta simetria seria perdida? Uma visão intuitiva deste processo é a quebra de simetria espacial quando tomamos uma vareta em pé e pressionamos no sentido de comprimi-la. Não podemos prever em que direção a vareta irá dobrar, então dizemos que esta quebra da simetria de rotação ocorre de forma espontânea. Um outro exemplo, menos intuitivo relacionado com a quebra de isotropia espacial é a transição de fase do ferromagnetismo, em que o estado de mínima energia viola a simetria de rotação. A medição da transição de fase em laboratório é dada pelo gráfico abaixo da resposta magnética (magnetização) em função do campo magnético aplicado.

Conforme o gráfico da figura 1 mostra, para temperatura  $T > T_c$  quando o campo magnético é invertido a magnetização imediatamente acompanha o campo. Para  $T < T_c$  este comportamento muda. Passa a existir uma resistência pelo sistema à inversão do campo (chamada de histerese magnética). Pelo modelo de Ising, que modela uma cadeia linear de spins, podemos entender microscopicamente o que está ocorrendo. Temos antes da transição, uma cadeia linear de spins com movimento térmico aleatório, sem correlação. A medida que o sistema é resfriado os spins começam a ficar correlacionados e começam a esboçar uma resistência à inversão do campo magnético externo. Quando retiramos o campo magnético externo fica uma magnetização residual, que caracteriza um novo estado mínimo de energia do sistema.

Partindo da energia livre  $G$  em função da magnetização podemos explicar o comportamento macroscópico do sistema:

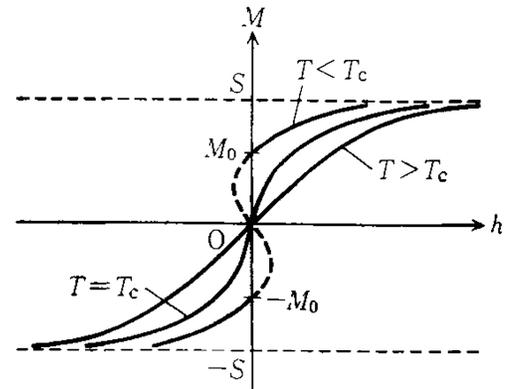


Figura 1: Transição de fase ferromagnética.

$$G(M) = aM^2 + bM^4, \quad (b > 0), \quad (1)$$

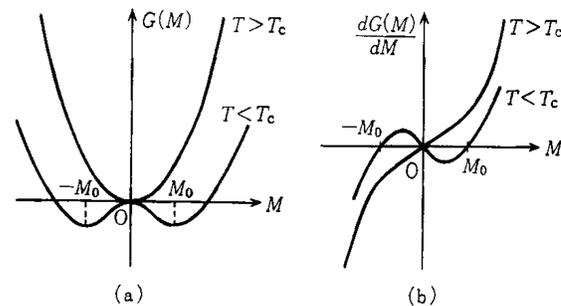


Figura 2: A energia livre que descreve o comportamento do ferromagnetismo.

sendo  $a = a_0(T - T_c)$ . Portanto o sinal de  $a$  muda quando o sistema passa pela temperatura  $T_c$ . Em temperaturas acima de  $T_c$  a energia livre do sistema apresenta um único mínimo (que é nulo). Quando o sistema tem sua energia térmica diminuída para uma temperatura abaixo de  $T_c$ , a energia livre apresenta dois mínimos, conforme mostra a figura 2 (a). Lembrando que o campo magnético externo é obtido por  $\frac{dG}{dM} = h$ , pelo estudo do comportamento da derivada da energia livre em função da magnetização obtemos o gráfico rodado da figura 1.

Para explicar a transição ferromagnética concluímos então que a energia livre proposta descreve o comportamento observado em laboratório. Na transição, vindo de temperaturas acima de  $T_c$ , o mínimo da energia livre que é nulo, transiciona para dois novos mínimos. O sistema, pensado então como uma cadeia linear de spins caindo num desses mínimos, com os spins correlacionados apontando em uma única direção, com o mínimo violando a simetria de rotacional de partida, de modo espontâneo [10] (mínimo  $\psi_0$  da figura abaixo).

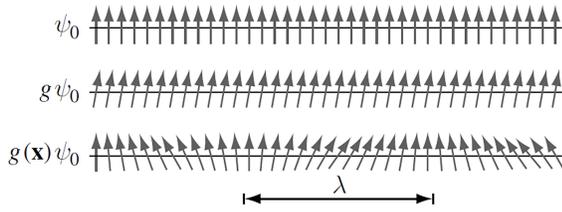


Figura 3: Os bósons de Goldstone.

Fazendo uma pequena perturbação  $g(x)$  deste mínimo vemos que esta se propaga ao longo da cadeia. Provocamos uma perturbação de alcance infinito ( comprimento de onda da excitação  $\lambda$  infinito). Como temos pelo princípio de de Broglie  $p = \frac{h}{\lambda}$ , dizemos que estes são modos zero de excitação. Goldstone estabeleceu um teorema que afirma que a cada simetria global violada espontaneamente deve surgir um modo zero associado à quebra. Como consequência deste estudo estes modos ficaram conhecidos como bósons de Goldstone.

Na próxima seção vamos analisar a transição de fase supercondutora, e entender como se descreve o surgimento de um superfluido através de uma energia livre em função de um campo escalar complexo.

### III. A SUPERCONDUTIVIDADE E A INVARIÂNCIA DE CALIBRE

Na seção passada mencionamos que a simetria das leis de movimento determinam as cargas conservadas do sistema físico, e que a violação espontânea gera novos mínimos ( diferentes de 0) que violam a simetria das leis de movimento. Estas simetrias não dependem de uma determinada região, por isto elas são simetrias globais. A violação destas simetrias por uma transição de fase produzem naturalmente excitações que se propagam ao longo do sistema chamadas de Bósons de Goldstone. Nesta seção vamos estudar a transição de fase supercondutora. Devemos então procurar descrever de que modo um gás de elétrons consegue, à medida que este gás é resfriado, se transformar num superfluido que vai passar por um meio condutor sem perda de energia.

Ginzburg propos um potencial que sofreria uma violação espontânea de simetria global semelhante ao ocorrido no caso do ferromagnetismo,

$$V = f_s - f_n = a|\psi|^2 + b|\psi|^4,$$

sendo  $a = a_0(T - T_c)$ , e o mínimo do potencial  $\psi_0$  é chamado de parâmetro de ordem, que no caso da supercondutividade é um número complexo. Este modelo se

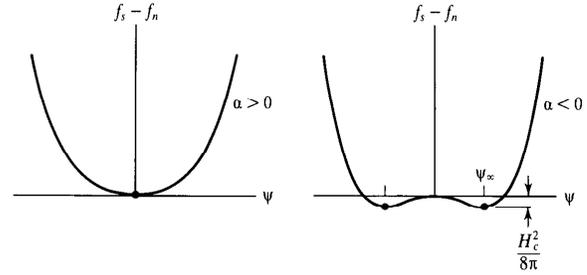


Figura 4: o potencial proposto por Ginzburg.

propõe a descrever uma mistura de dois fluidos: um fluido de elétrons no qual a passagem deste em um fio condutor gera dissipação, e um "superfluido" que percorre o meio condutor sem perda de energia. O numero  $n_s$  de elementos que formam o superfluido é dado por  $n_s = |\psi_0|^2$ . Portanto na fase de altas temperaturas temos o mínimo  $\psi_0 = 0$ , ou seja não superfluido. Quando a amostra cai para temperaturas abaixo de  $T_c$  o potencial apresenta um mínimo  $|\psi_0|^2 = -\frac{a}{2b}$ , e temos a formação de um superfluido tênue que vai crescendo a medida que a temperatura continua diminuindo. Nesta fase temos a mistura de um fluido eletrônico com um superfluido.

Da descrição quântica do elétron em presença um campo eletromagnético sabemos que pelo acoplamento mínimo obtemos uma descrição da interação com o campo dada pela Hamiltoniana [11]:

$$H\psi = \left[ \frac{1}{m} \left| -i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \vec{A} \right|^2 + e\phi \right] \psi, \quad (2)$$

e que as configurações de energia do elétron são representadas por estados quânticos que são funções complexas e normalizadas. O acoplamento com o potencial vetor recebe o nome de derivada covariante  $\vec{D} = -i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \vec{A}$ .

O auto-estado de energia do elétron  $\psi$  apresenta uma simetria de fase ( calibre), que consiste em realizar a seguinte operação:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\varphi, \quad \psi = U\psi', \quad U = \exp\left(-i\frac{e}{c\hbar}\varphi\right) \quad (3)$$

e a Hamiltoniana mantém a mesma forma, e como o campo magnético é invariante frente a esta mudança, dizemos que é invariante de calibre. Podemos fazer uma visualização didática associando esta simetria à ideia de fibrado tangente

O elétron mora no espaço-tempo, e a fibra representa as fases que o elétron pode assumir (espaço interno) [12]. Como se realiza esta simetria? Ao fazer a operação  $\psi = \exp\left(-i\frac{e}{c\hbar}\varphi\right)\psi'$ , a derivada covariante se transforma como  $\vec{D} = -i\hbar\nabla - \frac{e}{c} \left( \vec{A} + \left( i\hbar \left( -i\frac{e}{c\hbar} \nabla\varphi \right) \right) \right)$ . Realizando

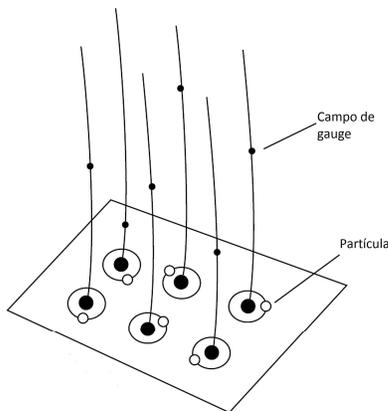


Figura 5: Temos representado na base o espaço real onde o gás de elétron se localiza, e um espaço interno ( as fibras ) que guarda a informação da fase de cada elétron do gás.

a seguinte transformação  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\varphi$ , ou seja, trasladando na fibra, podemos inferir que a Hamiltoniana fica mantêm a mesma forma. Na próxima seção vamos acrescentar a interação eletromagnética na energia livre do gás de eletron, e a partir daí verificar os efeitos do campo eletromagnético na transição supercondutora.

### A. O modelo de Landau-Ginzburg

Landau percebeu que para uma explicação completa do gás de elétron em um meio material sofrer uma condensação, se transformando num fluido supercondutor era necessário levar em conta o acoplamento mínimo do elétron. Então ele acrescentou um termo a mais na energia livre proposta por Ginzburg. Desta forma se chegou à primeira formulação de um modelo que de modo macroscópico explica a supercondutividade, sem entrar nos detalhes microscópicos de como os elétrons se transformam em superfluidos, pela energia livre da forma,

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + b|\psi|^4 + \frac{1}{m^*} \left| \left( -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \vec{A})^2, \quad (4)$$

o termo cinético que reflete o acoplamento mínimo é estabelecido com a massa da partícula que compõe o superfluido  $m^*$  sendo o dobro da massa do elétron, e a derivada covariante assume a forma  $\vec{D} = -i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A}$ . Eles não sabiam explicar este fato, pois somente em 1957 o mesmo Bardeen que propôs os semicondutores, juntamente com seu aluno de doutorado John Robert Schrieffer, e um pós-doc recém chegado Leon Cooper iriam formular a teoria microscópica que estabeleceu que a partícula do superfluido é formada por pares de elétron (Teoria BCS) [13].

Podemos observar a invariância de calibre fazendo a escolha do parâmetro de ordem na forma polar  $\psi = \rho(r)e^{i\chi(r)}$ . Considerando que a densidade do superfluido

$\rho(r)$  não muda, e omitindo os termos constantes a expressão (4) fica ,

$$f_s = \frac{\rho^2}{m^*} \left| \left( -i\hbar\nabla\chi - \frac{2e}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \vec{A})^2. \quad (5)$$

Pela transformação  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\varphi$ , vemos que o campo magnético dado por  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}'$ , fica invariante. Fazendo a seguinte transformação do parâmetro de ordem  $\psi = \exp(-i\frac{2e}{c\hbar}\varphi)\psi'$ ,

e verificando que a derivada covariante se transforma como  $\vec{D} = -i\hbar\nabla(i\chi) - \frac{2e}{c} (\vec{A} + (-i\hbar(i\frac{1}{\hbar}\nabla\varphi)))$ , redefinindo o campo de gauge  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\varphi$ , notamos que a densidade de energia livre fica da forma,

$$f_s = \frac{\rho^2}{m^*} \left| i\hbar\nabla\chi + \frac{2e}{c} \vec{A}' \right|^2 + \frac{1}{8\pi} \vec{B}^2. \quad (6)$$

Portanto esta expressão é invariante de calibre. Então a descrição do gás de elétrons por este funcional termodinâmico obedece à simetria de gauge. Na próxima seção vamos abordar como a interação eletrostática sendo de longo alcance no vazio, quando penetra numa solução eletrolítica, a interação se torna de curto alcance.

### IV. O EFEITO DEBYE

Vamos considerar uma solução eletrolítica que é o fluido usado na fabricação de pilhas, baterias... Como se comporta o potencial eletrostático dentro deste meio? Para intuir o que deve estar ocorrendo no interior do dielétrico vamos usar a figura abaixo, que focando em uma carga positiva no centro descreve como deve ficar a distribuição das cargas em torno deste centro.

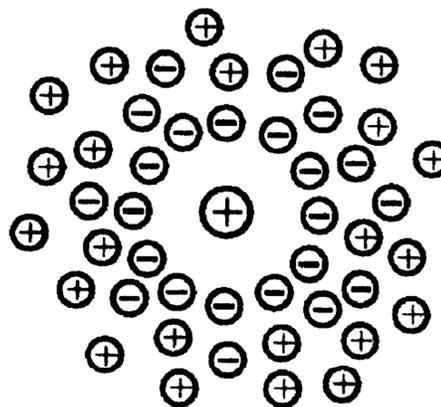


Figura 6: No dielétrico a distribuição de cargas em torno do carga central positiva tem o comportamento acima.

se esta carga central estivesse no vazio sabemos que o potencial eletrostático seria  $\phi(r) \propto \frac{1}{r}$ . Mas como neste meio temos cargas podendo se movimentar, e por

indução eletrostática, teríamos um comportamento da configuração radial da densidade de cargas positivas, e negativas, do tipo  $n_+ = n_0 \exp(-\frac{e\phi(r)}{K_B T})$ , e  $n_- =$

$n_0 \exp(\frac{e\phi(r)}{K_B T})$ . Levando em conta esta configuração descrita pela figura acima, a equação de Poisson para o meio toma a seguinte forma,

$$\nabla^2 \phi(r) = -4\pi e(n_+ - n_-) - 4\pi e(\delta^3(r)) \simeq -8\pi e^2 n_0 \frac{e\phi(r)}{K_B T} - 4\pi e(\delta^3(r)). \quad (7)$$

Note que usamos uma aproximação para a equação assumir a forma,

$$(\nabla^2 - \mu^2) \phi(r) = -4\pi e(\delta^3(r)),$$

sendo  $\mu^2 = 8\pi e^2 \frac{n_0}{K_B T}$ , e a solução é  $\phi(r) \propto \frac{\exp(-\mu r)}{r}$ . Veja que sem o termo  $\mu^2$  a solução seria  $\phi(r) \propto \frac{1}{r}$ , e a interação seria de longo alcance. A presença desse termo blindava a interação, ou seja, torna a interação de curto alcance (interação massiva).

O efeito que acabamos de mencionar, de um comportamento totalmente diferente para os pequenos momentos em comparação para grandes, é bem conhecida a partir dos electrodinâmica clássicas dos meios contínuos. Em um líquido condutor (eletrólitos) as cargas são blindadas; o comprimento característico (comprimento de Debye) corresponde ao inverso da massa  $\mu^2$ :  $\lambda_D = \frac{\hbar c}{\mu^2}$ . Isto significa que num eletrólito os fons tem modos longitudinais. Para grandes frequências esse não é mais o caso, porque as partículas do eletrólito não pode seguir os campos que muda rapidamente, e a interação passa sem interagir com o meio (o meio fica transparente para altas frequências).

Na próxima seção vamos estudar com a transição de fase supercondutora é capaz de gerar um termo massivo para o fóton no interior dos supercondutores. A interação eletromagnética no interior dos supercondutores é blindada. Em outras palavras se uma onda eletromagnética, ou um campo magnético penetra no meio supercondutor eles são rapidamente blindados.

### V. A VIOLAÇÃO ESPONTÂNEA DE SIMETRIA EM SUPERCONDUTORES

Iniciamos esta seção relembrando a discussão iniciada na seção 3 sobre o modelo de Landau-Ginzburg que descreve a condensação supercondutora. O numero  $n_s$  de elementos que formam o superfluido é dado por  $n_s = |\psi_0|^2$ . Portanto na fase de altas temperaturas temos o mínimo  $\psi_0 = 0$ , ou seja não superfluido. Quando a amostra cai para temperaturas abaixo de  $T_c$  o potencial apresenta um mínimo  $|\psi_0|^2 = -\frac{a}{2b}$ , e temos a formação de um superfluido tênue que vai crescendo a medida que a temperatura continua diminuindo.

Nesta fase em que a supercondutividade aparece os campos relevantes passam a ser as flutuações em torno do mínimo de energia  $\psi_0 = \sqrt{-\frac{a}{2b}}$ . Propomos então, para

estudar a fase supercondutora, a seguinte decomposição dos campos:

$$\psi = (\psi_0 + h(r)) e^{i\chi(r)}, \quad (8)$$

sendo  $h(r)$ , e  $\chi(r)$  flutuações em torno de  $\psi_0$ .

Lembrando que na transição ferromagnética temos dois mínimos, e o sistema quando transiciona escolhe um deles. Nesta transição os modos de pequenas oscilações em torno do mínimo são oscilatórios. Diferentemente na supercondutividade nos temos um grau de liberdade a mais devido ao parâmetro de ordem ser um número complexo. A fase  $\chi(r)$  vai dar uma giro em torno do eixo  $y$  gerando um gráfico de potencial conhecido como chapéu mexicano. O modo  $\chi(r)$  em torno do mínimo não tem esta característica oscilatória. Comparando o gráfico do chapéu mexicano a uma garrafa com fundo de mesmo formato, para mover uma bolinha no fundo da garrafa ao longo da canaleta fazendo a bolinha girar em círculos, não encontramos resistência (Figura 7). Já para deslocar a bolinha que está no mínimo ao longo da direção radial, como este modo é oscilatorio encontramos resistência.

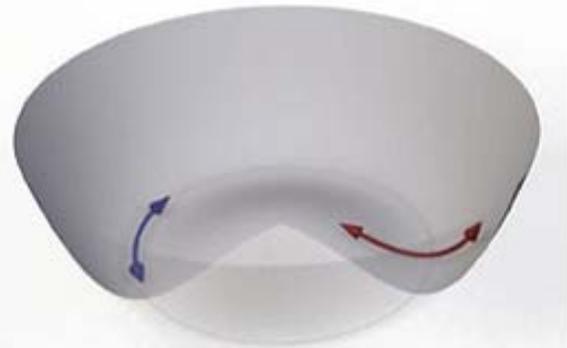


Figura 7: Os modos de flutuação ao longo da direção radial são massivos, e os modos de flutuação transversos são sem massa.

Note que essas flutuações de fase são modos de massa nula (pois não apresentam resistência em se propagar ao longo da canaleta), e este seriam os candidatos naturais a bósons de Goldstone.

A derivada covariante agindo nesta decomposição gera,

$$\begin{aligned} \vec{D}\psi &= \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}\vec{A}\right) \left((\psi_0 + h(x)) e^{i\chi(r)}\right) \\ &= \left(-i\hbar\nabla h(x) + \hbar\left(\nabla\chi - \frac{2e}{\hbar c}e\vec{A}\right) (\psi_0 + h(x))\right) e^{i\chi(r)}, \end{aligned} \quad (9)$$

e calculando o bilinear,

$$\begin{aligned} \vec{D}\psi (\vec{D}\psi)^* &= \left[ \left(-i\hbar\nabla h(x) + \hbar\left(\nabla\chi - \frac{2e}{\hbar c}\vec{A}\right) (\psi_0 + h(x))\right) \right] \\ &\quad \cdot \left[ \left(i\hbar\nabla h(x) + \hbar\left(\nabla\chi - \frac{2e}{\hbar c}\vec{A}\right) (\psi_0 + h(x))\right) \right], \\ &= \hbar^2\nabla h\nabla h + \left(\nabla\chi - \frac{2e}{c}\vec{A}\right) \left(\nabla\chi - \frac{2e}{c}\vec{A}\right) \cdot \\ &\quad \cdot (\psi_0 + h(x))^2. \end{aligned} \quad (10)$$

temos a contribuição que deve aparecer na energia livre (4),

$$f_s = f_n + a|\psi_0 + h|^2 + b|\psi_0 + h|^4 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \vec{A})^2 + \frac{1}{m^*} \left( \hbar^2\nabla h\nabla h + \left(\nabla\chi - \frac{2e}{c}\vec{A}\right) \left(\nabla\chi - \frac{2e}{c}\vec{A}\right) (\psi_0 + h(x))^2 \right), \quad (11)$$

Fazendo uma mudança de calibre  $\vec{C} = \vec{A} - \frac{c}{2e}\nabla\chi$

$$\begin{aligned} f_s &= f_n + a|\psi_0 + h|^2 + b|\psi_0 + h|^4 + \frac{1}{8\pi} (\nabla \times \vec{C})^2 \\ &\quad + \frac{1}{m^*} \left( \hbar^2\nabla h\nabla h + \left(\frac{2e}{c}\vec{C}\right)^2 (\psi_0 + h(x))^2 \right), \end{aligned} \quad (12)$$

Calculando a eq. de movimento para o campo  $\vec{C}$ :

$$\delta_{\vec{C}} f_s = \frac{1}{m^*} (\psi_0 + h(x))^2 \left(\frac{2e}{c}e\vec{C}\right) \frac{2e}{c} (\delta\vec{C}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{C}) \nabla \times (\delta\vec{C}), \quad (13)$$

Fazendo  $\delta_A f_s = 0$ , e usando que  $\nabla \times (\nabla \times \vec{C}) = \nabla \cdot (\nabla\vec{C}) - \nabla^2\vec{C}$ , e que na fase supercondutora implica em  $\nabla\chi = 0$ , no gauge de Landau ( $\nabla\vec{A} = 0$ )

$$\begin{aligned} \left[ \frac{(\psi_0 + h(x))^2}{m^*} \left(\frac{2e}{c}\right)^2 \vec{C} - \frac{1}{4\pi} \nabla \times (\nabla \times \vec{C}) \right] (\delta\vec{C}) &= 0, \\ \left( \nabla^2 - 4\pi \frac{(\psi_0 + h(x))^2}{m^*} \left(\frac{2e}{c}\right)^2 \right) \vec{C} &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

Desprezando o termo de flutuação  $h(r)$  note que obtemos um termo de massa  $\mu^2 = 4\pi \left(\frac{2e}{c}\right)^2 \frac{\psi_0^2}{m^*}$ , semelhante ao caso do potencial eletrostático. Então vemos que em um meio supercondutor a interação eletromagnética não consegue se propagar, pois tem uma blindagem promovida pelo termo  $4\pi \left(\frac{2e}{c}\right)^2 \frac{\psi_0^2}{m^*}$ . Este efeito ficou conhecido em supercondutividade como efeito Meissner.

Quem primeiro entendeu a não propagação do fóton num meio supercondutor devido á geração do termo massivo foi P. W. Anderson. Curiosamente ele também fez uma importante observação - deveria se esperar no espectro das excitações bósons sem massa, pois a simetria de

de calibre foi espontaneamente quebrada. Mas os bósons de Goldstone nunca foram observados na transição de fase supercondutora!

Na próxima seção vamos elucidar porque a supercondutividade tem este comportamento diferente da quebra espontânea de simetrias globais.

#### A. Perda da simetria de calibre e o o Mecanismo de Higgs

Na transição de fase supercondutora todos os componentes do superfluido se encontram na mesma fase, e formam um grande bolha de estado coerente. Isto justifica a escolha adotada na seção passada de se considerar  $\nabla\chi = 0$ .

Vamos recordar como, ao longo do desenvolvimento deste capítulo, se realiza a liberdade de gauge. Ao fazer a transformação no parâmetro de ordem,  $\psi = \exp(-i\frac{e}{\hbar c}\varphi)\psi'$ , a derivada covariante se transforma como  $\vec{D} = -i\hbar\nabla(i\chi) - \frac{e}{c} \left(\vec{A} + (-i\hbar\left(i\frac{1}{\hbar}\nabla\varphi\right))\right)$ . Realizando a seguinte transformação na fase  $\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\varphi$ , ou seja, transladando na fibra, vemos que a energia livre invariante. Pela transformação  $\vec{C} = \vec{C}' + i\hbar\frac{e}{2e}\nabla\varphi$ , vemos que

o campo magnético dado por  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ , fica invariante.

$$\begin{aligned} \psi &= \exp\left(-i\frac{e}{\hbar c}\varphi\right)\psi', \\ \vec{A}' &= \vec{A} + \nabla\varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Note que quando perdemos o operador nabla da expressão da energia livre pela substituição  $\vec{C} = \vec{A} - \frac{\hbar c}{2e}\nabla\chi$ , não podemos mais absorver a mudança de fase pelo campo de gauge, desta forma a simetria de calibre é perdida, restando uma simetria global de fase, como na figura abaixo.

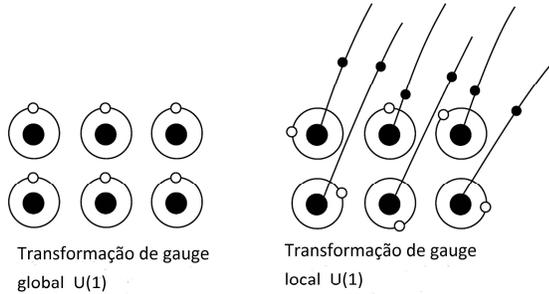


Figura 8: Na fase supercondutora os componentes elementares do condensado ficam todos com a mesma fase.

Deste modo vemos que o termo  $\nabla\chi$ , que forneceria os modos de Goldstone desta transição é “engolido”, e por isto nenhuma excitação bosônica de massa nula é observada no espectro. Por este motivo que os bósons de Goldstone nunca foram observados na transição de fase supercondutora.

Na próxima seção vamos estudar a versão relativística do modelo de Landau-Ginzburg com a finalidade de, através do exemplo fóton adquirindo massa num meio supercondutor, e perdendo a simetria de fase, ou simetria local  $U(1)$ , chegamos a contextualizar o surgimento do campo de Higgs.

### B. A versão relativística e o Campo de Higgs

É interessante observar que a transição supercondutora tem um mecanismo similar á transição de fase que ocorre

no Modelo Padrão conhecida com a transição eletrofraca. O mecanismo de geração de massa de mensageiros das interações é bastante similar. Em supercondutividade o bóson intermediário que ganha massa é o fóton, com a simetria abeliana de calibre  $U(1)$  violada. Na transição eletrofraca os bósons intermediários que ganham massa são 3:  $W_{\pm}$  e  $Z_0$ , sendo que a simetria violada é a de calibre  $SU(2)$ . Deste modo resulta que temos os mediadores da interação fraca com massa, tornando a interação de curto alcance, confinada ao interior dos núcleos atômicos. Resulta, deste processo, que temos 3 bósons massivos, e o fótons sem massa, ou seja, a interação eletrofraca se separa em duas interações, uma de curto alcance (interação fraca), e outra de longo alcance (eletromagnetismo). O parâmetro de ordem na supercondutividade vai aparecer no Modelo Padrão como o campo escalar de Higgs, e na fase quebrada, as excitações em torno do mínimo do campo escalar massivo é identificada como o bóson de Higgs.

A versão covariante da energia livre do modelo de Landau Ginzburg é dada pela ação ( adotando  $\hbar = c = 1$ ) [14],

$$\Sigma = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_{\mu}\psi)^* D^{\mu}\psi + a|\psi|^2 + b|\psi|^4 \right\}, \quad (16)$$

sendo que os índices gregos como  $\mu, \nu$ , tem quatro componentes indexados de 0 (dimensão temporal) a 4 [14]. A derivada covariante assume a forma:

$$D_{\mu}\psi = \partial_{\mu}\psi + ieA_{\mu}\psi. \quad (17)$$

Esta simetria é quebrada espontaneamente, e o novo vácuo é dada pela expressão

$$\psi_{\min} = \psi_0, \quad (18)$$

onde

$$\psi_0 = \left(-\frac{a}{2b}\right)^{1/2}; \quad a < 0. \quad (19)$$

Como na seção anterior, nós adotamos a parametrização polar

$$\psi = (\psi_0 + h(x)) e^{i\chi(r)}, \quad (20)$$

sendo  $h(x)$ , e  $\chi(r)$  são as flutuações quânticas escalares. A derivada covariante age no campo escalar complexo da forma,

$$D_{\mu}\psi = D_{\mu}(\psi_0 + h(x)) e^{i\chi(r)} = (\partial_{\mu}h(x) + i(\partial_{\mu}\chi + eA_{\mu})(\psi_0 + h(x))) e^{i\chi(r)}, \quad (21)$$

e temos,

$$D_\mu \psi (D^\mu \psi)^* = \left[ \left( \partial_\mu h(x) + ie \left( \frac{1}{e} \partial_\mu \chi + A_\mu \right) (\psi_0 + h(x)) \right) \right] \left[ \left( \partial^\mu h(x) - ie \left( \frac{1}{e} \partial^\mu \chi + A^\mu \right) (\psi_0 + h(x)) \right) \right],$$

$$= \partial_\mu h \partial^\mu h + e^2 \left( \frac{1}{e} \partial_\mu \chi + A_\mu \right) \left( \frac{1}{e} \partial^\mu \chi + A^\mu \right) (\psi_0 + h(x))^2. \quad (22)$$

Redefinindo o campo de gauge como  $C_\mu = \frac{1}{e} \partial_\mu \chi + A_\mu$ , observamos que  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu$  fica invariante, e o lagrangeano (16) se escreve como,

$$\Sigma = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \psi)^* D^\mu \psi - V(\psi) + \mathcal{L}_{int} \right\}, \quad (23)$$

com

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{2} e^2 C_\mu C^\mu (h + 2\psi_0) h - \frac{b}{4} (h + 4\psi_0) h^3, \quad (24)$$

vemos então que aquele campo de fase  $\chi$  que era o bóson de Goldstone, no caso  $U(1)$  global, é absorvido no setor vetorial produzindo um campo  $B_\mu$  massivo. Ficamos então com um bóson vetorial massivo dado pelo lagrangeano,

$$\mathcal{L}_{boson} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu) (\partial^\mu C^\nu - \partial^\nu C^\mu) + \mu^2 C_\mu C^\mu, \quad (25)$$

sendo  $\mu^2 = \frac{\psi_0 e^2}{2}$ , e ainda um campo escalar massivo

$$\mathcal{L}_{boson} = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - a^2 h^2, \quad (26)$$

que ficou conhecido como bóson de Higgs.

O Modelo Padrão conseguiu unificar a teoria fraca e o eletromagnetismo através da simetria local onde o campo de calibre obedecem, não a uma simetria abeliana  $U(1)$  mas a uma simetria  $SU(2)$ . Esta prescrição do modelo padrão nos mostra que em energias acima de  $10^2 GeV$ , o campo de Higgs tem um mínimo de energia nulo e temos, nesta fase uma teoria de calibre invariante local  $SU(2)$ , conhecida como teoria eletrofraca, tendo quatro bósons intermediários sem massa. A medida que o universo vai resfriando com energia média chegando a ficar menor que  $10^2 GeV$ , o campo de Higgs, que permeia todo universo, começa a se condensar e a simetria  $SU(2)$  é violada espontaneamente. Deste processo resulta que 3 bósons  $W_\pm$  e  $Z_0$ , adquirem massa, portanto sendo mediadores da interação fraca tem um curto alcance ( a

interação fica restrita ao interior dos núcleos atômicos). O quarto bósons fica sem massa seria o responsável por descrever a interação eletromagnética que é de longo alcance. O Universo passa a ser um grande supercondutor realizando a blindagem da teoria Fraca, que passa a atuar nos domínios do nucleo atomico.

## VI. CONCLUSÃO

Procuramos, através da supercondutividade, descrever o mecanismo de geração de massa do fóton, que é bastante similar à geração de massa dos bósons intermediários da interação fraca. Os modos de excitação quantizados do campo de calibre são os fótons, então se numa situação em que ( $\psi_0 = 0$ ), fora da amostra supercondutora por exemplo, os fótons se propagam livremente. Quando entram em ambiente supercondutor ( $\psi_0 \neq 0$ ) os fótons aquirem massa, e a interação eletromagnética fica de curto alcance.

Esta forma de se gerar uma massa para o fóton por uma teoria campo médio, como é o modelo de Landau-Ginzburg, é idêntico à maneira de se gerar massas para os bósons  $W_\pm$  e  $Z_0$ , portadores da interação fraca no Modelo Padrão, através do valor esperado de um campo escalar, chamado de campo de Higgs. A escala de energia em que as flutuações do campo de Higgs do Modelo Padrão tornam-se importantes é muitas ordens de magnitude além do que é possível em qualquer acelerador de partículas, portanto, um tratamento das massas geradas pelo campo Higgs na aproximação de campo médio é adequada.

Na versão relativística do modelo de Landau-Ginzburg chegamos a contextualizar o surgimento do campo de Higgs. Para fazer um estudo completo deveríamos ter partido de uma teoria de Yang-Mills-Shaw invariante de gauge  $SU(2)$ . Este estudo deve ser realizado num curso de Teoria de Campos, pois apesar do mecanismo ser parecido precisaríamos estudar o grupo de simetria  $SU(2)$ , e foge do nosso objetivo.

[1] <http://www.nobelprize.org/nobel-prizes/physics/laureates/1956/Dirac>: Volume 1: 1924-1948;

[2] YANG, C. N., MILLS, R. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance – Physical Review, 96, 191-195, 1954;

[3] P. A. M. Dirac, The Principles of Quantum Mechanics (International Series of Monographs on Physics).

[4] DIRAC, P. M. A. , The Collected Works of P. A. M.

[5] YUKAWA, H. On the interactions of elementary particles, Proc. Phys-Math. Soc. Japan, 17, P.48, 1935.

[6] SHAW, R. ; The problem of Particles Types and other contributions to the theory of Elementary Particles, PhD Thesis, 1955;

[7] YANG, C. N., LEE, T. D., Question of parity conserva-

- tion on weak interactions, 1956, 104, 254-258; Parity non conservation and two components theory of the neutrino, 1957, Physical Review, 106, 1671-1675;
- [8] WU, C.S., AMBLER, E., HAYWARD, R.W., HOPPES, D.D. and HUDSON, R.P., , Phys. Rev, 105, 4, 1957;
- [9] N. Nagaosa and S. Heusler, Quantum Field Theory in Condensed Matter Physics (Theoretical and Mathematical Physics), (2010).
- [10] A. Altland and B. D. Simon, *Condensed Matter Field Theory*, second edition, Cambridge University Press (2010).
- [11] J. J. Sakurai , *Modern Quantum Mechanics*, Addison-Wesley (1994).
- [12] Kerson Huang, *Fundamental Forces of Nature: The Story of Gauge Fields*, World Scientific, (2007).
- [13] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Microscopic Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. 106, 162 - 164 (1957).
- [14] Lewis H. Ryder, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press (1996).