e-Boletim de Física

International Centre for Condensed Matter Physics
Instituto de Física, Universidade de Brasília
Ano VI, Abril de 2018 • http://periodicos.unb.br/index.php/e-bfis • eBFIS **6** 4201-1(2018)

Postulados da Relatividade Restrita: Um possibilidade de discussão no ensino

Renatto B. de Souza*
Mestrando pelo MNPEF na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Este trabalho se propõe a mostrar de que modo se pode atingir os dois postulados da Teoria da Relatividade Restrita, usualmente apresentados sem motivação, através de considerações basicamente envolvendo referenciais inerciais. Por estar, em sua essência, imbuído de aspirações pedagógicas, tipicamente no processo de ensino-aprendizagem, não foi combustível de inquietação a elaboração de conteúdos originais; a busca por uma discussão que anteceda e amenize a entrada na Relatividade Restrita serviu de alento para o desenvolvimento deste trabalho.

Keywords: Relatividade, postulados, motivação, referenciais inerciais.

I. INTRODUÇÃO

Em Matemática, o método axiomático teve origem a partir de trabalhos de gregos na Antiguidade Clássica. O exemplo mais notável de aplicação deste método foi a compilação de todo o conhecimento geométrico de então sob o nome *Elementos*, sintetizado por Euclides (300 a.C.) [4].

A estruturação axiomática de uma teoria ao mesmo tempo em que suscita admiração pela clareza com que os resultados são dispostos, realçando a maneira com que um deriva do outro dentro do encadeamento lógico que tem início nos primeiros princípios, desperta resistência com respeito ao seu emprego como meio de explanação de conteúdo dentro da sala de aula. De fato, conforme aponta [5],

> The effectiveness of this formal approach is questionable for a large percentage of high school students. Numerous educators in the field of Mathematics have expressed dissatisfaction with this approach.

Uma das razões pelas quais isso ocorre, ao nosso entender, certamente se prende à ausência de motivação para a introdução dos primeiros princípios – também chamados *axiomas* e *postulados* – bem como a assunção da veracidade dos mesmos, uma condição que dá àquele que entra em contato com a teoria a sensação de que ela foi criada *do nada*, não passando de fruto do mero arbítrio de quem a elaborou.

Por esse motivo a Teoria da Relatividade Restrita, publicada por Albert Einstein no princípio do século passado por meio de um trabalho intitulado *Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento*, embora logicamente impecável, pode provocar repulsa em muitos daqueles que com ela se defrontam pela primeira vez: partindo, sem qualquer justificativa, de dois pressupostos assumidos verdadeiros, todo o corpo teórico é construído.

Este trabalho se propõe a mostrar de que modo se pode atingir os dois postulados através de considerações basicamente envolvendo referenciais inerciais. Para tanto, contudo, antes de qualquer coisa são enunciadas as leis do movimento tal como Newton as formulou, e discutidas questões de necessidade e suficiência no que concerne à descrição dos movimentos assim como compatibilidade de uma com a outra. Após isso, procura-se estabelecer em termos formais o que são referenciais inerciais através das condições definidoras de cada um; dois simplórios mas valorosos resultados envolvendo-os são demonstrados em seguida. Posteriormente, numa outra seção, é fornecida uma definição mais geral para referenciais inerciais, e mediante um experimento mental mostra-se a necessidade de abandono da noção de tempo absoluto, de retificação da Segunda Lei mas manutenção da Primeira. Finalmente, já na última seção antes da conclusão, discute-se como a constância da velocidade da luz é obtida como consequência da admissão da validade da Teoria Eletromagnética.

II. LEIS DE NEWTON

Em Física, a grandeza utilizada para se quantificar o movimento de um corpo é a velocidade do mesmo. Assim, diz-se que um corpo se encontra em repouso quando tem movimento nulo, ou seja, quando sua velocidade é zero; ao passo que o corpo efetivamente se movimenta, ou fala-se que ele tem movimento, quando sua velocidade

* renattobsouza@gmail.com

for não-nula. Por outro lado, mudanças ou var iações no movimento, no tempo, são mensuradas pela aceleração do próprio: quando esta é nula, é porque durante o intervalo de tempo em que esta situação persiste o corpo desenvolve um movimento sem variações, isto é, uniforme; na situação oposta dir-se-á que o corpo se encontra acelerado.

Logo abaixo são transcritas as três leis do movimento da forma como Newton as enunciou [2].

I- "Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças nele impressas".

II- "A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha pela qual se imprime esta força".

III- "A uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro sempre são iguais e se dirigem a partes contrárias".

Por *força motriz* Newton entendeu a força que configura-se necessária e suficiente para a mudança no movimento do corpo tal qual se observa; consiste ela, pois, na resultante, ou soma, de todas as forças impressas sobre o corpo. Ademais, a constante resultante da razão entre a magnitude da força motriz e a consequente aceleração não é senão o valor da massa do corpo nas situações nas quais ela não muda. Assim, em notação simbólica já em acordo com convenções atuais, a segunda lei fica

II'-

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

Admitir-se-á, sem absolutamente colocar em suspeição, que as três leis mencionadas além de bastarem para descrever qualquer movimento no âmbito da Mecânica, quando suas causas são conhecidas, constituem o menor conjunto que permite que isto seja realizado, ou seja, a supressão de uma faz com que o conjunto, agora formado por duas, deixe de ser capaz de fornecer todas as informações pertinentes ao movimento. Resulta desta última característica confiada ao dito conjunto a independência entre seus elementos, no sentido de que nenhuma lei pode ser obtida via processos infalíveis a partir de outra. Como última suposição, a qual também será aceita sem reservas, assumir-se-á que qualquer das leis é compatível com as outras duas. Com isso se quer dizer que as consequências delas inferidas por meio de processos claros e distintos jamais negam umas às outras.

Poderia afigurar-se a um espírito desatento que as três referidas leis não passam, em última instância, de mera descrição de processos que ocorrem na natureza. Contudo, um corpo livre, segundo um referencial, pode não o estar, conforme um outro – de fato, se atribuirmos variações do movimento, isto é, acelerações, a forças[1], basta que esse último referencial esteja acelerado em relação ao primeiro; outrossim, pode ocorrer que um corpo se encontre estático apenas sob a condição de que esteja sujeito a determinadas forças – como é o caso de uma pessoa sentada em uma cadeira no interior de um trem que executa um movimento uniformemente variado. Por tudo isso, admitiremos que acelerações são provocadas por forças, mas estas não necessariamente produzem mudanças no movimento; equivalentemente, se não há forças, não há aceleração[2].

A definição que se enuncia a seguir tem como intento colocar em evidência os referenciais de acordo com os quais a primeira lei – e, portanto, todas, em virtude da compatibilidade admitida – é verdadeira. Os referenciais por ela tragos à luz, cuja existência concreta não será preocupação do presente trabalho, desfrutam ainda de um outro ingrediente: pretende-se que mudanças no movimento de um corpo em relação a um referencial do dito tipo sejam devidas a forças impressas sobre o próprio corpo, e não um efeito proveniente do particular movimento do referencial sobre este. Como não se pode, em absoluto, determinar quando o movimento de um corpo é inerente a ele, e independente de qualquer coisa a ele exterior, a exigência da concordância entre as forças motrizes julgadas por aqueles referenciais ao mesmo tempo que os calibra com eles mesmos, institui oficialmente a relatividade do movimento de um corpo. A este respeito, essa definição vem a propósito da constatação da prática aparentemente comum de deixar tácita a concordância entre as forças motrizes detetadas por referenciais inerciais, como em [6], quando diz

> [...] um referencial em movimento retilíneo uniforme em relação a um referencial inercial é também um referencial inercial (porque um corpo em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação a um deles também estará em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao outro). p. 68.

---

[1] Decidimos por não arrogarmos a pretensão de distinguir forças *fictícias* de forças *reais*, como o faz [6], dando a entender, à p. 68, que forças sempre decorrem da interação entre corpos. Assim, sob este ponto de vista, quando não há forças implicadas e a análise é executada sob um referencial inercial, o corpo deverá descrever um movimento conforme prega a primeira lei – razão pela qual diz-se que esta lei é válida apenas em referenciais inerciais. Mas, como diz Einstein,

> The weakness of the principle of inertia lies in this, that it involves an argument in a circle: a mass moves without acceleration if it is sufficiently far from other bodies; we know that it is sufficiently far from other bodies only by the fact that it moves without acceleration. [7]

[2] Em termos simbólicos, temos $(a \Rightarrow F) \Leftrightarrow (\bar{F} \Rightarrow \bar{a})$.

III. REFERENCIAIS INERCIAIS

Antes de passar à definição, de crucial importância para os desenvolvimentos ulteriores será a visão de tempo, apresentada aqui sob um único aspecto, adotada na Mecânica de Newton: o intervalo de tempo durante o qual um acontecimento se realiza é o mesmo em todos os referenciais – interessante consequência desta assunção prende-se à simultaneidade de acontecimentos: se dois eventos são simultâneos de acordo com um referencial, o serão em relação a qualquer outro. Se os relógios nesses referenciais estão devidamente calibrados uns com os outros, coincidirá também cada instante marcado. Por isso se diz que para a mecânica tal qual estabelecida por Newton o tempo independe do referencial em que ele é medido: é absoluto.

Definição 1 (Referenciais Inerciais 1.0)**.** Dir-se-á que dois referenciais são *Referenciais Inerciais*, e que cada um dos quais é um referencial desta espécie, quando forem observadas as seguintes condições:

(i) um corpo sob a ação de uma força líquida nula, em relação a um e outro, ou está em repouso ou se move ao longo de uma linha reta, também de acordo com um e outro;

(ii) a resultante das forças que atuam sobre um corpo, em relação a um, coincide com aquela agindo sobre o mesmo corpo, conforme o outro.

O proposição que abaixo se enuncia e demonstra expõe a condição de *todos* os referenciais inerciais uns em relação aos outros. A sua importância se patenteia pela constatação da aparente inexistência da exposição do conteúdo completo que ela se propõe a evidenciar, a saber, que a fim de que um referencial seja tido por inercial é necessário e suficiente que ele esteja em repouso ou se mova com velocidade constante ao longo de uma linha reta com respeito a um outro dessa espécie. Via de regra se diz que um referencial é inercial quando a mencionada condição é atendida, mas se omite que se um referencial é inercial então ele satisfaz tal condição. Concisamente, o que há de novo não é senão o realce ao único movimento que um referencial inercial pode desenvolver, segundo um outro, para além de nenhum: o movimento com velocidade imutável em linha reta.

Proposição III.1. *Sejam S e S' dois referenciais, sendo o primeiro deles inercial. A fim de que S' seja inercial é necessário e suficiente que ele esteja em repouso ou em movimento retilíneo uniforme com respeito a S .*

Demonstração. Se S é inercial então, com respeito a ele, um corpo sobre o qual a resultante das forças é nula descreve a trajetória seguinte: $\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}t$. Suponha, em primeiro lugar, que S' seja um referencial inercial. Então o referido corpo, com relação a esse referencial, está submetido a uma força líquida nula, conforme expõe a condição *(ii)* da **Definição 1**; logo tem trajetória dada por $\vec{r'}(t) = \vec{r'}_o + \vec{v'}t$. A posição do corpo, segundo S, relaciona-se à posição acusada em S' por $\vec{r'}(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}(t)$, em que $\vec{R}(t)$ designa a posição da origem de S' em relação a S. Substituindo as primeiras duas expressões nessa última, obtém-se, após rearranjo de termos, $\vec{R}(t) = (\vec{r}_o - \vec{r'}_o) + (\vec{v} - \vec{v'})t$. Como $\vec{v}$ e $\vec{v'}$ são constantes por hipótese, $\vec{v} - \vec{v'}$ também o é. Tem-se, pois, através desta expressão, manifesto o movimento retilíneo desenvolvido a velocidade constante de S' com referência a S.

Reciprocamente, imagine um corpo cuja posição no instante t, segundo S', é $\vec{r'}(t)$. Se, com respeito a esse referencial, o corpo não está sujeito à ação de nenhuma força, então a aceleração do mesmo deve necessariamente ser zero. As posições do corpo aferidas por S e S' ligam-se uma à outra por $\vec{r}(t) = \vec{r'}(t) + \vec{R}(t)$, em que $\vec{R}(t)$, uma vez mais, denota a localização da origem de S' relativamente a S. Admitindo, como hipótese, que aquele desenvolve um movimento uniforme paralelamente a uma reta, tem-se $\vec{R}(t) = \vec{R}_o + \vec{V}t$. Introduzindo esta expressão na que lhe é imediatamente anterior, chega-se a

$$\vec{r}(t) = \vec{r'}(t) + \vec{R}_o + \vec{V}t. \tag{1}$$

Procedendo à derivação desta expressão duas vezes em ordem ao tempo, obter-se-á a aceleração do corpo percebida por S. Com efeito, $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r'}(t)}{\mathrm{d}t^2}$. Como, adicionalmente, a aceleração do corpo em S' é nula, ou seja, $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r'}(t)}{\mathrm{d}t^2} = 0$, ter-se-á $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2} = 0$. Visto ser S um referencial inercial, esta igualdade implica, mediante recurso à Segunda Lei de Newton, que o corpo é livre também em relação a esse referencial. Pela Primeira Lei, pois, ele desenvolve um movimento regido pela função horária $\vec{r}(r) = \vec{r}_o + \vec{v}t$. Inserindo-a em (1), depois de dispor adequadamente os termos, encontra-se

$$\vec{r'}(t) = (\vec{r}_o - \vec{R}_o) + (\vec{v} - \vec{V})t.$$

Esta igualdade deixa clara e manifesta a retilineidade do movimento levado a cabo pelo corpo segundo S', juntamente à uniformidade do movimento que ele executa.

Como próximo passo rumo à demonstração de que S' verdadeiramente se trata de um referencial inercial, será mostrado que a condição *(ii)* da **Definição 1** lhe é válida.

Sendo S um sistema de referência inercial, a resultante das forças que atuam sobre um determinado corpo, de massa m, associa-se a sua aceleração por $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\sum\vec{F}}{m}$. De (1), $\vec{r'}(t) = \vec{r}(t) - \vec{R}_o - \vec{V}t$. Assim, $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r'}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2}$, donde $\frac{\mathrm{d}^2\vec{r'}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\sum\vec{F}}{m}$. Vê-se, pois, que

$$m\frac{\mathrm{d}^2\vec{r'}(t)}{\mathrm{d}t^2} = \sum\vec{F}.$$

Ora, esta expressão apresenta a forma assumida pela Segunda Lei em referenciais inerciais, uma constatação que, se não permite de imediato concluir que S' consiste num sistema de tal tipo, autoriza asseverar que a resultante neste referencial se identifica com aquela percebida por S.

Isto basta para mostrar, sem qualquer nuvem negra que possa a visão obstruir, que S' se trata de um referencial inercial. $\square$

Observação 1. É notória a forma como a concepção de tempo absoluto interveio nas duas partes da demonstração desse resultado. Em nenhuma delas o tempo, presente através do parâmetro t, foi entendido como demarcador dos momentos nos quais os acontecimentos se sucediam neste ou naquele referencial; de fato não houve essa preocupação, e é esse o modo padrão pelo qual se procede em toda a Mecânica Clássica. O próprio Newton olhava para o tempo como entidade metafísica que flui sobranceira e indiferente a tudo o que ocorre e se passa no mundo físico, natural. Como expõe em seu *Principia*,

> O tempo absoluto, verdadeiro e matemático, de si mesmo, e a partir de sua própria natureza flui igualmente sem considerar qualquer coisa externa. [2]

A seguir se apresenta um resultado simples e amplamente conhecido, porém por ser de crucial importância para os desenvolvimentos que estão por vir, será aqui considerado. Vale ressaltar que ele é uma consequência da atuação conjunta do resultado anterior com a maneira, dada por uma soma entre vetores, pela qual posições aferidas por um sistema de referência se relacionam com as observadas por um outro.

Corolário III.2. *As distâncias entre dois pontos do espaço avaliadas segundo todos os referenciais inerciais coincidem entre si.*

Demonstração. Tome dois referenciais inerciais, digamos S e S'. De acordo com a proposição precedente, no máximo um se move relativamente ao outro com velocidade constate orientado por uma reta; admitir-se-á, no que segue, esta condição, e $\vec{V}$ simbolizará a velocidade de S' aferida por quem repousa sobre S. Sejam $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ as posições de dois pontos com respeito ao último desses referenciais. Admitindo que no instante inicial as origens de ambos coincidam, os vetores posição dos referidos pontos percebidas por S', simbolizados por $\vec{r'}_1$ e $\vec{r'}_2$, ligam-se aos anteriormente fornecidos por $\vec{r}_1(t) = \vec{r'}_1(t) + \vec{V}t$ e $\vec{r}_2(t) = \vec{r'}_2(t) - \vec{V}t$. Então,

$$\begin{aligned} d(\vec{r}_1(t), \vec{r}_2(t)) &= |\vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t)| \\ &= |(\vec{r'}_1(t) + \vec{V}t) - (\vec{r'}_2(t) + \vec{V}t)| \\ &= |\vec{r'}_1(t) - \vec{r'}_2(t)| \\ &= d(\vec{r'}_1(t), \vec{r'}_2(t)). \end{aligned}$$

Logo, as distâncias entre os dois pontos notadas pelos dois referenciais concordam. $\square$

IV. PRIMEIRA LEI × SEGUNDA LEI

Até o momento apenas a Mecânica foi apreciada para o estabelecimento dos referenciais inerciais, relegando, dentre as ademais, a Teoria Eletromagnética de Maxwell a um lugar marginal. Contudo, como a análise dos fenômenos cobertos por esta área – bem como a qualquer outra – não se vê eximida da realização sob diferentes pontos de vista (referenciais), faz-se mister procurar por referenciais em relação aos quais as leis da Teoria Eletromagnética são sempre as mesmas. Meditações e constatações experimentais acumuladas ao longo de vários anos incutiram nos físicos a firme ideia de que os fenômenos com os quais eles estão rotineiramente preocupados não passam de manifestações de um mesmo organismo; e sendo único, pode ser explicado por um conjunto de leis menor do que a soma dos conjuntos de cada uma de suas partes. Por essa razão, a definição de referenciais inerciais há pouco dada será substituída pela seguinte, de alcance maior. É importante sublinhar que não há qualquer inquietude com a possibilidade de existência concreta dessas entidades.

Definição 2 (Referenciais Inerciais 2.0)**.** Dir-se-á que dois referenciais são *Referenciais Inerciais*, e que cada um dos quais é um referencial desta espécie, quando forem observadas as seguintes condições:

(i) as leis da Física são as mesmas em cada um deles;

(ii) a resultante das forças que atuam sobre um corpo, em relação a um, coincide com aquela agindo sobre o mesmo corpo, conforme o outro.

Deixe S e S' serem referenciais inerciais. A **Proposição III.1** informa que, necessariamente, um desenvolve, em relação ao outro, um movimento com velocidade vetorial constante. Se designarmos por $\vec{V}$ a velocidade do segundo medida pelo primeiro, decorre daquela proposição, juntamente com a forma com que as coordenadas de um ponto, de acordo com S', relacionam-se às coordenadas do mesmo ponto avaliadas por S, que

$$\vec{r'}(t) = \vec{r}(t) - \vec{V}t. \tag{2}$$

Ocorre, porém, um problema: se for admitido que as equações responsáveis por reger o comportamento dos fenômenos eletromagnéticos são válidas em S e, após isso, visando encontrar as correspondentes expressões assumidas em S', as submetermos à transformação acima, obteremos um conjunto de equações que não coincide com aquele do qual se partiu! Isso não poderia acontecer, visto que houve transição de um referencial inercial a um outro de mesmo tipo.

Quando se deram conta disso, foram os físicos levados a pensar que as equações de Maxwell, da forma como este as apresentou, descreviam os fenômenos a partir de um referencial particular, por isso mesmo privilegiado. No século XIX desconfiou-se fundamentadamente que esse referencial era aquele no qual o éter – que imaginava-se servir de suporte para a propagação das ondas eletromagnéticas, assim como a água do mar o é para as saliências que sobre ela perambulam – se encontrava em repouso. Em consequência, começaram a realizar experimentos com o propósito de detetar e determinar a velocidade da Terra em relação a esse referencial, sendo, talvez, o mais famoso dos quais aquele empreendido por Michelson e Morley em 1887. Foi, contudo, uma tentativa fracassada. Em sua próprias palavras, disse Michelson: "The result of the hypothesis of a stacionary ether is thus shown to be incorrect" [1].

Se não havia um referencial privilegiado, ficamos diante de duas possibilidades: ou as equações de Maxwell não descreviam corretamente os fenômenos eletromagnéticos, daí a sua não veracidade sobre a coleção de referenciais inerciais, e as leis de Newton, em companhia das transformações entre referenciais inerciais, estavam corretas; ou as leis de Newton, acompanhadas das transformações entre referenciais inerciais em causa, precisavam ser revistas, e as equações de Maxwell estavam corretas, de modo que forçosamente tinham a forma preservada independente do referencial inercial escolhido. Decisivo na opção por uma das duas alternativas será o experimento mental a seguir, o qual pode ser conferido em [3].

Imagine dois feixes paralelos de prótons em um referencial inercial S', em relação ao qual os elementos de carga estão em repouso. Após isso, considere um outro referencial, a designar por S, com respeito ao qual os prótons têm velocidade de magnitude V (direção horizontal). Sob o ponto de vista de S' há uma força de repulsão entre os dois feixes. Para exibi-la, devemos, antes, conhecer o campo elétrico gerado por uma distribuição linear:

Se $q > 0$ é a carga distribuída uniformemente sobre um fio, e l é o comprimento deste, então a densidade linear fica dada por $\lambda = \frac{q}{l}$. Pode-se demonstrar que o campo em um ponto a uma distância axial r do fio assume a forma:

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_o}.$$

Voltando ao problema, a força puramente elétrica sobre o feixe 1, devida ao feixe 2, relativa a S', fica:

$$F'_{12} = \frac{q\lambda'}{2\pi\epsilon_o y} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_o y l'},$$

em que y é a distância entre eles. Em S, em virtude do movimento das cargas, a força total sobre o feixe 1, devida ao feixe 2, será a soma de uma parte de origem elétrica e outra de origem magnética. Quanto a esta, a força sobre um fio, percorrido por uma corrente i_1, devido a um outro a ele paralelo, sobre o qual passa uma corrente i_2, é dada por

$$F_{12} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{d}L,$$

em que d corresponde à distância entre eles, e L é o comprimento comum.

Como, no nosso caso, as correntes são iguais, teremos $i_1 = i_2 = i = \lambda V$, em que λ é a densidade de corrente medida por alguém em S. Sendo assim,

$$F_{12} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_o y l} - \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{q^2 V^2}{yl}.$$

Como $\mu_o = \frac{1}{\epsilon_o c^2}$,

$$F_{12} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_o y l} - \frac{1}{\epsilon_o c^2}\frac{q^2 V^2}{2\pi y l};$$

simplificando,

$$F_{12} = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_o y l}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right).$$

A fim de exigir que as resultantes avaliadas em ambos referenciais coincidam, faremos $F_{12} = F'_{12}$. Por conseguinte,

$$l' = \frac{l}{1 - \frac{V^2}{c^2}}. \tag{3}$$

Vê-se, portanto, que os comprimentos dos feixes segundo cada referencial diferem um do outro; de modo que não pode ser S um referencial inercial, como estipulado pela **Definição 1**, em virtude do **Corolário III.2**, desde que admitamos que a Teoria Eletromagnética esteja correta. Ora, mas isso é contrariado pela **Proposição III.1**, uma vez que, conforme ela, é aquele um referencial inercial. Se lembrarmos do fato de que para a demonstração do corolário em causa foi pressuposto algo adicional àquela proposição, nomeadamente a relação vetorial entre coordenadas aferidas por um e outro referenciais inerciais, e agregarmos a tudo isso a sólida e já cristalizada consciência de que um sistema de referência que esteja desenvolvendo um movimento retilíneo uniforme certifica-se inercial, então poder-se-á seguramente concluir que verdadeiramente não há incompatibilidade entre a **Proposição III.1** e o **Corolário III.2**, mas entre este e a referida identidade vetorial que relaciona coordenadas[3].

Observação 2. Não é de modo algum trivial perceber que a causa primordial da impropriedade na dita identidade vetorial jaz na concepção newtoniana de tempo. De fato, para que ela pudesse corretamente relacionar a posição de um corpo segundo S com a localização do

[3] É certo que para a demonstração de todo o enunciado da **Proposição III.1** foi utilizada essa identidade vetorial, o que, por consequência, poderia colocar sob desconfiança a sua credibilidade. No entanto, pelo menos parte dele pode é amplamente empregado na literatura física, um ingrediente que aviva a crença na possibilidade de se fornecer demonstrações diferentes da daqui apresentada.

mesmo visto a partir de S' da forma $\vec{r}(t) = \vec{r'}(t) + \vec{R}(t)$, seria necessário que em cada instante de tempo ela fosse verdadeira. Porém, o tempo em um sistema de referência não corre necessariamente no mesmo ritmo que no outro, como bem ensina a Relatividade Restrita.

Francamente, não há e não houve historicamente motivos para se levantar suspeitas sobre a legitimidade das equações de Maxwell, tanto que à época em que elaborava sua teoria da Relatividade, Einstein as tomou por verdadeiras. Igualmente não existe nenhuma razão para se acreditar que a Primeira Lei de Newton necessite de retificação; aliás, seria um atentado ao bom senso isso pensar, visto que quando um corpo está livre espera-se que esteja em repouso ou movendo-se à velocidade constante ao longo de uma linha reta. Em oposição, seria uma aspiração infundada esboçar qualquer defesa à plena integridade da Segunda Lei, dado que ela é invariante sob (2). Por tudo isso, não há nehum defeito na **Definição 1**, porém, por questão de abrangência, dar-se-á primazia à **Definição 2**.

V. CONSTÂNCIA DA VELOCIDADE DA LUZ

Respaldando-se na condição *(i)*, da **Definição 2**, e na confiança irrestrita na Teoria Eletromagnética de Maxwell, pode-se mostrar que a velocidade da luz é numericamente a mesma em todos os referenciais inerciais. Com efeito, para um certo referencial inercial S a velocidade da luz é $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$, com ϵ_o e μ_o constantes experimentais. Como, por hipótese, as equações de Maxwell são verdadeiras em todos os referenciais inerciais, em um outro referencial deste tipo, digamos S', depois de se obter a equação de onda, encontra-se $c' = \frac{1}{\sqrt{\epsilon'_o \mu'_o}}$. Contudo, pela validade de todas as leis físicas nesses referenciais, segue-se necessariamente que $\epsilon'_o = \epsilon_o$ e $\mu_o = \mu'_o$. Logo, $c = c'$. Este resultado, o qual pode ser conferido em [1], indica a existência de uma transformação na variável temporal quando se muda de um referencial inercial para outro, e não apenas na espacial, como ocorria antes. As transformações corretas responsáveis por ligar um referencial inercial a outro denominam-se *Transformações de Lorentz*, as quais não serão sequer aqui expostas, mas podem ser facilmente encontradas na literatura, como no trabalho acima referido. Podemos, todavia, sem qualquer esforço adicional, obter algumas informações interessantes delas decorrentes, como se expõe a seguir.

A relação (3) diz-nos que o comprimento de um feixe quando visto de um referencial inercial que se move com uma certa velocidade em relação a um outro no qual o feixe se encontra é menor do que o avaliado neste último, fato designado por *contração espacial.* Se levarmos em conta a igualdade da velocidade da luz em ambos os referenciais, concluiremos que o intervalo de tempo medido em S para um acontecimento ocorrido em S' deve ser maior do que aquele julgado neste. A isso se chama *dilatação temporal.*

É interessante notar que a admissão da efetividade das equações de Maxwell em descrever os fenômenos eletromagnéticos leva-nos à constatação da constância e independência da velocidade da luz no vácuo relativamente a quaisquer sistemas de referência inerciais, mas claramente esta afirmação não conduz à primeira. Com isto queremos dizer que Einstein poderia ter disposto, como seus postulados, juntamente à condição *(i)* da **Definição 2**, tal qual o fez, a exatidão da Teoria Eletromagnética de Maxwell, mas optou por tomar a outra condição como pilar, muito provavelmente para dar uma sensação de maior abrangência, ao menos formal.

VI. CONCLUSÃO

Depois de ter mostrado como chegar aos postulados da Relatividade Restrita e, de certa forma, tê-los justificado, sugerimos que, em uma exposição dentro da sala de aula, esta abordagem seja trabalhada imediatamente antes da introdução propriamente dita dos postulados. Cremos solidamente que tal atitude, para além de exigir análise de questões usualmente deixadas de lado, possibilita uma compreensão significativa do assunto ao destruir qualquer relutância causada pela falta de motivação para o estabelecimento dos pressupostos iniciais.

Em decorrência da natureza dos pontos examinados, alguns tópicos vieram à superfície com vigor e importância indisputáveis. São eles listados abaixo:

- Não obstante tenham sido por Newton desenhadas de modo a serem compatíveis entre si, situações mais refinadas mostram que, diferentemente da Primeira, a Segunda Lei precisa ser modificada a fim de fielmente descrever aquilo para o qual foi concebida.

- Outro ponto digno de destaque nesse trabalho é a constatação de que a identidade vetorial responsável por relacionar as coordenadas de um ponto visto por um referencial com as percebidas por um outro depende de forma crucial do caráter absoluto do tempo, de modo que quando se admite a relatividade do tempo a mesma deixa de ser correta.

- A observação de que, ao menos no âmbito da mecânica newtoniana, um referencial é inercial se, e somente se, ele executa um movimento com velocidade vetorial constante em relação a um outro sabidamente dessa espécie.

- Finalmente, que apesar de ter podido utilizar a efetividade da Teoria Eletromagnética na descrição dos fenômenos a ela pertinentes como postulado da Relatividade Restrita no lugar da constância da velocidade da luz, a utilização desta última suposição dá à teoria uma feição mais geral.

[1] FRENCH, A. P., **Special Relativity**, *The MIT Introductory Physics Series*. W.W. Norton and Company, 1969, New York.

[2] NEWTON, Sir I., **Mathematical Principles of Natural Philosophy**. First American Edition, Published by Daniel Adee, 107, Fulton-Street, New York, 1846.

[3] MACHADO, K. D., **Teoria do Eletromagnetismo V. II**. Editora UEPG, 2002, Ponta Grossa, Paraná.

[4] **Axiomatic method**. P.S. Novikov (originator), Encyclopedia of Mathematics. URL: <http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Axiomatic Acessado em 15/02/2018.

[5] WOOD, W. H., **An experimental study of two approaches to teaching high school geometry** (1975). Retrospective Teses and Dissertations. Paper 5616

[6] NUSSENZVEIG, H. M., **Curso de Física Básica**; S.Paulo: Editora Edgard Blucher, 4 ed., 1997. ISBN: 85-212-0298-9 (vol. 1)

[7] EINSTEIN, A. **The Meaning of Relativity**. Princeton University Press, 1950.