e-Boletim de Física

International Centre for Physics
Instituto de Física, Universidade de Brasília
Ano 14,2021 • http://periodicos.unb.br/index.php/e-bfis • eBFIS **10** 10301-1(2021)

O termo CPT do Modelo Padrão Estendido

Moreira, R. P. M.* and Luz, R. R.†
International Center of Physics, Universidade de Brasília, 70.910-900, Brasília, DF, Brazil

Silva, L. R.
International Center of Physics, Universidade de Brasília, 70.910-900, Brasília, DF, Brazil and Campus Universitário Darcy Ribeiro, Brasília-DF — CEP 70910-900

O setor de calibre do Modelo Padrão Estendido (MPE) tem sido motivação para uma variedade de estudos, especificamente, os termos representativos da simetria CPT. O presente artigo abordará alguns aspectos teóricos da simetria CPT no contexto do MPE. Serão apresentados o setor CPT-ímpar, representado através do termo de Carrol-Field-Jackiw, assim como o setor CPT-par proposto por Colladay e Kostelecky. A exibição destes setores serão realizados com o máximo de detalhes possíveis, tratando das respectivas lagrangianas, bem como das equações de movimento referente a cada um destes.

Keywords: Modelo Padrão. Simetria de Lorentz. Simetria CPT-ímpar. Simetria CPT-par.

I. INTRODUÇÃO

O Modelo Padrão Estendido (MPE) é uma teoria que está alicerçada na conformação dos grupos de simetria $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, que mantém a invariância da estrutura de calibre, a renormalizabilidade e a microcausalidade do Modelo Padrão. Este modelo, possui uma estrutura capaz de identificar as partículas elementares, além de tratar como estas interagem: interação forte $SU(3)$, interação fraca $SU(2)$ e interação eletromagnética $U(1)$. Neste sentido, o MPE se consolida como uma pilastra capaz de explicar a maior parte das interações das partículas utilizando, para tanto, regras e equações. Um dos aspectos aferidos no cenário do MPE, corresponde a interação que viola a simetria de Lorentz e CPT. Estas interações violadoras de simetrias são moderadas por coeficientes tensoriais obtidos através da quebra espontânea de simetria de Lorentz na escala de Planck. Na conjuntura do MPE, a ocorrência da quebra espontânea da simetria de Lorentz está vinculada ao referencial da partícula, fazendo com que estes coeficientes oriundos da violação não obedeçam as regras de transformações dada pela covariância de Lorentz. Por outro lado, no referencial do observador, não há ocorrência da violação da covariância de Lorentz e todas as transformações (rotações e translações) permanecem invariantes. É válido ressaltar que tal covariância advém como resultado do primeiro postulado da Teoria da Relatividade Restrita (TRR). De acordo com o postulado, as leis físicas são equivalentes para todos os observadores postados nos diferentes referenciais inerciais. Até o presente momento, não existem experimentos contradizendo as previsões dadas por meio da TRR, mostrando desta maneira, que tal teoria possui uma base sólida e consolidada. Diante disso, os experimentos que validam as previsões da TRR servem, por extensão, para legitimar a covariância de Lorentz como uma simetria fundamental da natureza.

Sendo pautada como uma das simetrias mais fundamentais, a simetria CPT carrega em seu bojo aspectos de cunho bastante explorados no universo da física contemporânea. Proposta em 1951 por Julian Schwinger e posteriormente amplificada por Gerhard Lüders e Wolfgang Pauli em 1954, a simetria CPT trata da conjugação de carga (C), inversão da paridade (P) e reversão temporal (T). De forma simples, a operação de conjugação de carga pode ser compreendida como para cada partícula existe uma antipartícula. A operação de paridade está relacionada à reflexão das coordenadas espaciais ($\overrightarrow{r} \rightarrow -\overrightarrow{r}$) e por fim, a reversão temporal consiste na inversão no sentido da evolução temporal do sistema ($t \rightarrow -t$). Esta simetria é a única conhecida que relaciona C, P e T de forma conjunta. Além disso, a simetria CPT exibe conexões com a simetria de Lorentz, pois Oscar Greenberg mostrou que ao se quebrar a simetria CPT isto também se reflete na violação da simetria de Lorentz. Nos últimos anos, diversos esforços têm sido realizados na tentativa de testar a simetria CPT, por exemplo, em [1] os autores propõem mecanismos para testar as simetrias de Lorentz e CPT utilizando experimentos de antimatéria. Já em [2] tais simetrias são exploradas no

* peresroemir@gmail.com
† renatorodriguesgm@gmail.com

âmbito da teoria de perturbação quiral. Além disso, testes envolvendo neutrinos oriundos das explosões de raios gama [3] e uma discursão fenomenológica utilizando mésons neutros pode ser vista em [4]. Seguindo o mesmo panorama, estudos envolvendo a quebra da simetria CPT a partir dos efeitos da gravidade em um sistema de partículas auto-interagentes [5], bem como aferição dos valores dos coeficientes de Lorentz e CPT foram discutidas em [6–8].

No início dos anos 90, surgiram os primeiros estudos abordando as consequências da violação da simetria de Lorentz. Tal temática teve como ponto de partida o trabalho realizado por Sean M. Carrol, George B. Field e Roman Jackiw [9], onde propuseram uma eletrodinâmica de Maxwell modificada. Esta modificação da eletrodinâmica veio com a adição na densidade de lagrangiana de um termo do tipo Chern-Simons, $\varepsilon_{\mu\nu\kappa\lambda}V^{\mu}A^{\nu}F^{\kappa\lambda}$, em (1+3) dimensões. Com isso, houve um acoplamento do campo de calibre com um campo violador da simetria de Lorentz (V^{μ}). Ainda na década de 90, Colladay e Kostelecky [10], elaboraram um modelo teórico que corresponderia como uma extensão do conhecido Modelo Padrão (MP) das interações fundamentais, denominado de Modelo Padrão Estendido (MPE). Este novo modelo, o MPE, incorpora termos violadores da simetria de Lorentz e CPT em todos os setores de interação do Modelo Padrão. Os termos de violação de Lorentz são obtidos através da quebra espontânea de simetria no contexto da teoria de cordas em uma teoria mais fundamental (definida na escala de energia de Planck), e os termos responsáveis pela violação são quantidades tensoriais que fazem o papel de valores esperados no vácuo. Tais coeficientes são geralmente classificados de acordo com a paridade e birrefringência, podendo ser CPT-ímpar, quando viola a simetria CPT, ou CPT-par, quando não viola a simetria CPT.

Neste sentido, o presente artigo tem como propósito abordar, enquanto uma revisão não exaustiva e com forte apelo pedagógico, a conformação da estrutura CPT para o setor de calibre do MPE, dado o interesse na área. Para tanto, uma análise sobre a simetria CPT é realizada na lagrangiana do setor de calibre expondo o comportamente dos termos de CPT-ímpar e CPT-par; subsequentemente segue-se com uma discussão sobre a mudança da eletrodinâmica de Maxwell frente a inserção de tais termos.

A organização do presente trabalho está distribuida na seguinte configuração. Na seção 2, o setor de calibre é apresentado a partir da lagrangiana. Na seção 3, as equações de Maxwell modificadas pelo termo de Carroll-Field-Jackiw são discutidas. Na seção 4, uma análise sobre a simetria do termo CPT-par do MPE, bem como, outras maneiras de parametrizar a lagrangiana do setor CPT-par são apresentadas. Como seção concludente, seção 5, é realizada nossas considerações finais.

II. O SETOR DE CALIBRE DO MPE

No Modelo Padrão Estendido a parte referente ao setor de calibre tem como cenário base o termo gerador do campo eletromgnético, bem como os dois termos correspondentes a estrutura CPT: o termo CPT-ímpar e o termo CPT-par. O termo CPT-ímpar, também denominado de termo de Carroll-Field-Jackiw, possui paridade ímpar e birrefringência, gerando uma eletrodinâmica de Maxwell modificada denominada de eletrodinâmica de Maxwell-Carroll-Field-Jackiw. Esta eletrodinâmica tem servido de motivação para distintos estudos, tais como: soluções clássicas, aspectos de causalidade, estabilidade e unitariedade. Por outro lado, o termo CPT-par é descrito pelo tensor $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$, o qual possui 19 coeficientes independentes, dentre os quais existem 10 birrefringentes e 9 coeficientes não birrefringentes. Desta forma, a lagrangiana representativa do setor de calibre do MPE que contempla tanto o termo de Maxwell quanto os termos CPT-ímpar e CPT-par possui a forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\varepsilon_{\mu\nu\kappa\lambda}V^{\mu}A^{\nu}F^{k\lambda} \\ &- \frac{1}{4}\left(K_F\right)_{\mu\nu\lambda\kappa}F^{\mu\nu}F_{\lambda\kappa} - J_{\mu}A^{\mu} \ , \end{aligned} \tag{1}$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ é o tensor do campo eletromagnético, o segundo termo corresponde ao termo CPT-ímpar, o terceiro termo corresponde ao CPT-par e $J_{\mu}A^{\mu}$ corresponde ao termo de interação do campo com a fonte.

Após o surgimento do MPE, diversos experimentos foram realizados na tentativa de impor limites superiores para os termos de violação [11–16]. Ademais, propostas para o desenvolvimento do MPE foram estimuladas por estudos que estabeleceram a possibilidade de quebra espontânea de simetria de Lorentz no contexto da teoria das cordas [17]. Além disso, o MPE tem sido investigado no arcabouço do setor de férmions [18, 19]. Uma linha explorada na eletrodinâmica do MPE está relacionada com o fenômeno da birrefringência [9, 20–22], uma vez que a birrefrigência está intimamente relacionada com a distância de propagação da luz. Sendo assim, fazer a análise deste fenômeno na escala cosmológica proporciona uma maneira de aferir a violação e, desta forma, restringir limites superiores a tais parâmetros violadores. Recentemente, o setor de calibre do MPE foi estudado no âmbito de dimensões reduzidas [23, 24], um estudo referente a análise de consistência foi realizado em [25]. Um outro aspecto que tem sido foco de investigação são os efeitos da violação de Lorentz em defeitos topológicos. Os estudos topográficos vinculados ao cenário de violação de Lorentz foram iniciados para sistemas com defeitos escalares [26]. Desde a introdução das soluções de vórtices BPS (Bogomol'nyi, Prasad, Sommerfeld) [27], trabalhos envolvendo as consequências de tais soluções no contexto do modelo de Chern-Simons-Higgs foram desenvolvidos [28]. Também, vórtices de Chern-Simons foram estudados no âmbito de acoplamento não mínimo [29], e tem sido uma temática recorrente [30, 31].

Outrossim, configurações de vórtices BPS foram encontradas no modelo de Maxwell-Chern-Simons [32, 33]. As primeiras publicações referente ao estudo de soluções de vórtice BPS com o termo de violação de Lorentz CPT-par foram realizadas em [34, 35]. Nos seus estudos os autores [34] investigaram vórtices BPS não carregados na estrutura do modelo Abelian Maxwell-Higgs suplementados pelos termos CPT-par e de violação de Lorentz. Seguindo o mesmo cenário, foi observada a existência de vórtices BPS eletricamente carregados no modelo de Maxwell-Higgs suplementado com o termo de violação de Lorentz na estrutura de paridade-ímpar pertencentes ao setor CPT-par do MPE na ausência do termo de Chern-Simons [35].

III. O SETOR CPT-ÍMPAR DO MPE

Como pioneiros no estudo dos efeitos provenientes da violação da simetria de Lorentz e CPT, Carroll-Field-Jackiw [9] apresentaram uma eletrodinâmica de Maxwell modificada pela adição de um termo do tipo Chern-Simons ($\varepsilon_{\mu\nu\kappa\lambda}V^{\mu}A^{\nu}F^{\kappa\lambda}$). Ao fazerem a generalização da eletrodinâmica planar de Chern-Simons para (1+3) dimensões, foi necessária a introdução do vetor $V_{\mu} = (V_0, V_i)$ que atua como campo de fundo (background) responsável por estabelecer o acoplamento do campo de calibre com o "background" violador da simetria de Lorentz. O 4-vetor V_{μ} que representa o background violador possui dimensão de massa e é estabelecido um limite superior $V_{\mu} \leq 10^{-33}$eV, que foi determinado por meio da observação da birrefringência da luz oriunda de sistemas astronômicos distantes. Após os estudos iniciados por Caroll-Field-Jackiw, muitos outros afluiram acerca desta eletrodinâmica. No trabalho [36], os autores examinaram a consistência desta eletrodinâmica e verificaram que é estável, causal e unitária apenas quando se considera um background puramente tipo espaço $V_{\mu} = (0, v)$. Em [37] os autores realizaram estudos sobre vórtices BPS, já em [38] foi realizado um estudo das propriedades à temperatura finita desta eletrodinâmica para um background puramente tipo espaço, a redução dimensional desta eletrodinâmica bem como a obtenção das soluções clássicas foram realizadas e discutidas em Refs.[39–41].

A lagrangiana do setor CPT-ímpar do MPE é composta pelos termos de Maxwell associado ao termo Carroll-Field-Jackiw, resultando

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\varepsilon_{\mu\nu\kappa\lambda}V^{\mu}A^{\nu}F^{\kappa\lambda} + J^{\mu}A_{\mu}, \qquad (2)$$

onde $F^{\mu\nu} = (\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu})$ é o tensor do campo eletromagnético, o segundo termo corresponde ao termo de Carrol-Field-Jackiw e o terceiro termo representa a interação do campo com a fonte. A lagrangiana (2), pode ser expressa em função dos campos elétrico e magnético e, neste caso, possui o formato

$$\begin{aligned}\mathcal{L} =& \frac{1}{2}\left(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2\right) \\ &+ \frac{1}{2}\left[V^0A^kB^k - A^0V^kB^k - \varepsilon_{ilm}V^iA^lE^m\right]. \end{aligned} \qquad (3)$$

Como já mencionado, a lagrangiana dada em (2) viola a simetria CPT. Este comportamento é de fácil observação ao analisar a forma como os campos e os potenciais se transformam frente a aplicação de tal simetria. Tal fato é evidenciado no quadro a seguir:

$A_{\mu} \overset{CPT}{\to} -A_{\mu}$	$\partial_{\mu} \overset{CPT}{\to} -\partial_{\mu}$
$\mathbf{E} \overset{CPT}{\to} \mathbf{E}$	$\mathbf{B} \overset{CPT}{\to} \mathbf{B}$

Portanto, os termos da lagrangiana (3) sob a operação CTP modificam-se como

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \overset{CPT}{\to} \mathcal{L} =& \frac{1}{2}\underbrace{\left(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2\right)}_{+(\mathbf{E}^2-\mathbf{B}^2)} \\ &+ \frac{1}{2}\Big[\underbrace{V^0A^kB^k}_{-V^0A^kB^k} - \underbrace{A^0V^kB^k}_{-A^0V^kB^k} - \underbrace{\varepsilon_{ilm}V^iA^lE^m}_{-\varepsilon_{ilm}V^iA^lE^m}\Big].\end{aligned} \qquad (4)$$

É possível observar que todos os termos decorrentes do setor de Carrol-Field-Jackiw V^0e V^i alteram o sinal. Tal mudança, significa que estes são CPT-ímpar perante a operação CPT.

Com a lagrangiana do sistema em mãos, torna-se exequível obter as equações de movimento do setor CPT-ímpar do MPE, para tanto, uma das alternativas para tal proposta é utilizar a equação de Euler-Lagrange que aplicada a lagrangiana (2) obtém-se

$$\partial_{\alpha}F^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\varepsilon_{\beta\mu\kappa\lambda}V^{\mu}F^{\kappa\lambda} = -J^{\alpha}, \qquad (5)$$

que corresponde a equação de movimento de Maxwell-Carrol-Field-Jackiw.

Redigindo o tensor $F^{\alpha\beta}$ em função dos campos elétrico e magnético, as equações de Maxwell modificadas ficam:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} = -\rho, \qquad (6)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \partial_t\mathbf{E} - \mathbf{v} \times \mathbf{E} = -\mathbf{v}_0\mathbf{B} - \mathbf{j}, \qquad (7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t\mathbf{B}, \qquad (8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \qquad (9)$$

Uma outra maneira de reescrever tais equações são redigi-las em termos das expressões de onda para os campos e, assim, fazendo algumas manipulações têm-se:

$$\Box\mathbf{B} + \mathbf{v}_0\left(\nabla \times \mathbf{B}\right) = \nabla \times \left(\mathbf{v} \times \mathbf{E}\right) - \nabla \times \mathbf{j}, \qquad (10)$$

$$\Box\mathbf{E} + \partial_t\left(\mathbf{v} \times \mathbf{E}\right) = \nabla\left(\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}\right) + \mathbf{v}_0\partial_t\mathbf{B} + \nabla\rho + \partial_t\mathbf{j}, \qquad (11)$$

por outro lado, os potenciais tomam as seguintes formas:

$$\Box A^0 + \mathbf{v}\cdot\mathbf{B} = -\rho, \tag{12}$$

$$\Box\mathbf{A} + \mathbf{v}_0\mathbf{B} - \mathbf{v}\times\mathbf{E} = -\mathbf{j}. \tag{13}$$

Um ponto a ser ressaltado é que na eletrodinâmica usual de Maxwell, as cargas elétricas são fontes apenas do campo elétrico. Já as correntes são fontes geradoras tanto do campo elétrico quanto do campo magnético. Entretanto, com a inclusão do termo CPT-ímpar na eletrodinâmica de Maxwell, pode-se observar, por meio das expressões (6-9), que tanto o campo elétrico bem como o campo magnético podem ser gerados por fontes de cargas, alterando desta forma, a eletrodinâmica usual de Maxwell.

IV. O SETOR CPT-PAR DO MPE

Após o trabalho seminal de Colladay e Kostelecky, o setor de calibre tem servido de motivação para diferentes estudos. Um destes, foi realizado em meados de 2002 por Kostelecky e Mewes [20, 21], no qual apresentaram uma eletrodinâmica modificada pelo tensor adimensional $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$. Este exibe as mesmas simetrias do tensor de Riemann satisfazendo as propriedades:

$$(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa} = -(\kappa_F)_{\nu\mu\lambda\kappa}\,, \tag{14}$$

$$(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa} = -(K_F)_{\mu\nu\kappa\lambda}\,, \tag{15}$$

$$(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa} = (K_F)_{\lambda\kappa\mu\nu}\,, \tag{16}$$

$$(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa} + (K_F)_{\mu\lambda\kappa\nu} + (K_F)_{\mu\kappa\nu\lambda} = 0, \tag{17}$$

com estas propriedades de simetria e anti-simetria associadas com um duplo traço nulo $(K_F)^{\mu\nu}{}_{\mu\nu} = 0$, as 256 componentes originais são reduzidas a 19 componentes independentes.

A lagrangiana que traz em seu bojo o termo representativo do setor CPT-par é dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}F^{\mu\nu}F^{\lambda\kappa} + J^\mu A_\mu, \tag{18}$$

e para gerar as equações de movimento desta eletrodinâmica, mais uma vez, pode ser empregada a equação de Euler-Lagrange na lagrangiana (18), resultando

$$\partial_\alpha F^{\alpha\beta} - (K_F)_{\beta\alpha\lambda\kappa}\partial_\alpha F^{\lambda\kappa} = J^\alpha. \tag{19}$$

Logo, as equações de Maxwell suplementadas pelo termo CPT-par são

$$\partial_i E^i + (K_{DE})^{ij}\partial_i E^j + (K_{DB})^{ik}\partial_i B^k = \rho, \tag{20}$$

$$\epsilon^{ijk}\partial_j B^k - \partial_t E^i + \left[(K_{DE})^{ij}\partial_t E^j - (K_{DB})^{ik}\partial_t B^k\right] + \epsilon^{ijn}\left[(K_{HE})^{nk}\partial_j E^k - (K_{HB})^{nk}\partial_j B^k\right] = j^i. \tag{21}$$

As expressões obtidas com a introdução do termo $(K_F)_{\beta\alpha\lambda\kappa}$ geram uma mudança na eletrodinâmica usual de Maxwell. Esta alteração ocorre nos campos elétrico e magnético que ficam sendo produzidos tanto por cargas quanto por correntes estacionárias.

Uma maneira de reescrever a lagrangiana (18) é expressá-la em função dos campos elétrico e magnético

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) - \tfrac{1}{4}\Big[4\Big(K_F\Big)_{0i0j}E^iE^j + 4(K_F)_{0ilm}\epsilon_{lmp}E^iB^p + (K_F)_{ablm}\epsilon_{abq}\epsilon_{lmp}B_qB_p\Big] \tag{22}$$

O mesmo mecanismo empregado para analisar o comportamento da lagrangiana (3) sob a influência da operação CPT, pode ser empregado no estudo da lagrangiana (22) e, assim, entender como esta mantém-se inalterada perante a atuação do operador CPT. Desta forma, atuando o operador CPT na lagrangiana (22),

$$\mathcal{L} \overset{CPT}{\to} \mathcal{L} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) - \frac{1}{4}\Big[4(K_F)_{0i0j}\underbrace{E^iE^j}_{+E^iE^j} + 4(K_F)_{0ilm}\epsilon_{lmp}\underbrace{E^iB^p}_{+E^iB^p} + (K_F)_{ablm}\epsilon_{abq}\epsilon_{lmp}\underbrace{B_qB_p}_{+B_qB_p}\Big].$$

É observado que os coeficientes $(K_F)_{0i0j}$, $(K_F)_{0ilm}$,e $(K_F)_{ablm}$ são CPT-pares, mostrando que a lagrangiana constituída pelo tensor $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$ é invariante sob a ótica do operador CPT.

A lagrangiana (22) pode ser concebida em termos de uma outra parametrização para o tensor $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$. Nesta parametrização, as 19 componentes independentes são expressas em função de matrizes 3×3 [20, 21]:

$$(\kappa_{DE})^{j\kappa} = -2(K_F)^{0j0\kappa}\,,\ \ (\kappa_{HB})^{j\kappa} = \frac{1}{2}\epsilon^{jpq}\epsilon^{\kappa lm}(K_F)^{pqlm}\,, \tag{23}$$
$$(\kappa_{DB})^{j\kappa} = -(\kappa_{HE})^{\kappa j} = \epsilon^{\kappa pq}(K_F)^{0jpq}\,.$$

Neste sentido, a lagrangiana (22) expressa na conformação destas matrizes é dada por

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) + \tfrac{1}{2}\Big[(\kappa_{DE})_{ij}E^iE^j + (\kappa_{DB})_{ip}E^iB^p - (\kappa_{HB})_{qp}B^qB^p\Big], \tag{24}$$

ou também

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}\Big(\delta_i^j + \Big(\kappa_{DE}\Big)_{ij}\Big)E^iE^j + \tfrac{1}{2}\Big(\kappa_{DB}\Big)_{ip}E^iB^p - \tfrac{1}{2}\Big(\delta_p^q - \Big(\kappa_{HB}\Big)_{qp}\Big)B^qB^p.$$

As matrizes κ_{DE}, κ_{HB} contêm juntas 11 componentes independentes, enquanto κ_{DB}, κ_{HE} possuem juntas 8 componentes, que somadas dão os 19 elementos independentes do tensor $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$. Ao atuar somente o operador de paridade $\left(\mathbf{E} \overset{P}{\to} -\mathbf{E}, \mathbf{B} \overset{P}{\to} \mathbf{B}\right)$ na lagrangiana (24), isto é

$$\mathcal{L} = \tfrac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2) + \tfrac{1}{2}\Bigg[\Big(\kappa_{DE}\Big)_{ij}\underbrace{E^iE^j}_{+E^iE^j} + \Big(\kappa_{DB}\Big)_{ip}\underbrace{E^iB^p}_{-E^iB^p} - \Big(\kappa_{HB}\Big)_{qp}\underbrace{B^qB^p}_{+B^qB^p}\Bigg],$$

nota-se que as componentes $(\kappa_{DE})_{ij}$ e $(\kappa_{HB})_{qp}$ possuem paridade par, enquanto que $(\kappa_{DB})_{ip}$ e $(\kappa_{HE})_{ip}$ possuem paridade ímpar. Assim, sob a ótica da paridade, tais matrizes podem ser rearranjadas em dois grupos: as que possuem componentes de paridade par $(\widetilde{\kappa}_e)$ e as que possuem paridade ímpar $(\widetilde{\kappa}_o)$,

$$\Big(\widetilde{\kappa}_{e+}\Big)^{j\kappa} = \frac{1}{2}(\kappa_{DE} + \kappa_{HB})^{j\kappa}, \quad (25)$$

$$\Big(\widetilde{\kappa}_{e-}\Big)^{j\kappa} = \frac{1}{2}(\kappa_{DE} - \kappa_{HB})^{j\kappa} - \frac{1}{3}\delta^{j\kappa}(\kappa_{DE})^{ii}, \quad (26)$$

$$\kappa_{\mathrm{tr}} = \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\kappa_{DE}), \quad (27)$$

$$\Big(\widetilde{\kappa}_{o+}\Big)^{j\kappa} = \frac{1}{2}(\kappa_{DB} + \kappa_{HE})^{j\kappa}, \quad (28)$$

$$\Big(\widetilde{\kappa}_{o-}\Big)^{j\kappa} = \frac{1}{2}(\kappa_{DB} - \kappa_{HE})^{j\kappa}. \quad (29)$$

Neste arranjo, todos os coeficientes de paridade par estão englobados nas matrizes $(\widetilde{\kappa}_{e+})$, $(\widetilde{\kappa}_{e-})$ e (κ_{tr}), enquanto os coeficientes de paridade ímpar estão em $(\widetilde{\kappa}_{o+})$ e $(\widetilde{\kappa}_{o-})$. Além disso, as matrizes $(\widetilde{\kappa}_{e+})$, $(\widetilde{\kappa}_{e-})$, $(\widetilde{\kappa}_{o+})$ e $(\widetilde{\kappa}_{o-})$ possuem traço nulo, enquanto (κ_{tr}) é um coeficiente simples. Assim sendo, a lagrangiana (24) externada em função destes coeficientes tem a seguinte forma

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = {} & \frac{1}{2}\Big(1+\kappa_{tr}\Big)\mathbf{E}^2 - \frac{1}{2}\Big(1-\kappa_{tr}\Big)\mathbf{B}^2 \\ & + \frac{1}{2}\Bigg[\bigg(\Big(\widetilde{\kappa}_{e+}\Big)_{ij} + \Big(\widetilde{\kappa}_{e-}\Big)_{ij}\bigg)E^iE^j \\ & + \bigg(\Big(\widetilde{\kappa}_{o+}\Big)_{ip} + \Big(\widetilde{\kappa}_{o-}\Big)_{ip}\bigg)E^iB^p \\ & - \bigg(\Big(\widetilde{\kappa}_{e+}\Big)_{qp} - \Big(\widetilde{\kappa}_{e-}\Big)_{qp}\bigg)B^qB^p\Bigg].\end{aligned}$$

Os 19 coeficientes independentes do tensor $(K_F)_{\mu\nu\lambda\kappa}$ têm servido como fonte para variados aspectos. Estudos abrangendo ausência de emissão de radiação Cherenkov [42, 43], bem como interações envolvendo fóton-férmion têm sido fontes para produzir limites sobre os coeficientes de violação de Lorentz [44–47]. Recentemente, as relações de dispersão oriundas da eletrodinâmica CPT-par foram discutidas em [48], mostrando que o coeficiente de paridade ímpar fornece uma teoria estável, não causal e unitária. Por outro lado, o termo de paridade par exibe uma teoria estável, causal e unitária.

V. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizado uma revisão sobre o setor de calibre do Modelo Padrão Estendido, onde apresentou-se os termos referentes a simetria CPT e como os mesmos influenciam na dinâmica do modelo. A princípio foi exposto o setor de calibre e os termos da simetria CPT, especificamente os termos do setor de calibre CPT-ímpar (teoria de Carroll-Field-Jackiw) e do setor CPT-par (Colladay e Kostelecky). A lagrangiana de cada setor foi obtida bem como suas principais características associadas. Em seguida, tais lagrangianas foram submetidas a equação de Euler-Lagrange e desta maneira as expressões que regem a dinâmica do modelo foram encontradas. A análise das equações oriundas desta eletrodinâmica, suplementada com os termos violação de Lorentz, mostraram uma mudança nas equações usuais de Maxwell, uma vez que os campos elétrico e magnético são gerados por fontes de cargas, rompendo com o descrito na eletrodinâmica usual.

VI. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao professor Ademir E. Santana pelas contribuições e sugestões na elaboração deste trabalho. Também, ao Grupo Produto Estrela pela acolhida dada durante a realização deste.

[1] Vargas A.J. Prospects for testing Lorentz and CPT symmetry with antiprotons.Phil. Trans. R. Soc. A 376: 20170276. (2018)

[2] J.P. Noordmans, J. de Vries e RGE Timmermans Phys. Rev. **C** 94 , 025502 (2016)

[3] Xinyi Zhang e Bo-Qiang Ma Phys. Rev. **D** 99 , 043013 (2019).

[4] Ágnes Roberts Phys. Rev. D 96, 116015 (2017).

[5] Simonov, K., Capolupo, A. Giampaolo, S.M. Gravity, Eur. Phys. J. C 79, 902 (2019).

[6] E. Lucia et al., Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1526, (2019).

[7] Lehnert, R. CPT Symmetry and Its Violation. Symmetry (2016)

[8] Kostelecký VA, Russell N., http://arxiv.org/abs/0801.0287v10

[9] S.M. Carroll, G.B. Field and R. Jackiw, Phys. Rev. D **41**, 1231 (1990).

[10] D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D **55** , 6760 (1997); D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998); S. R. Coleman and S. L. Glashow, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999); S.R. Coleman and S.L. Glashow, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999).

[11] L.B. Auerbach et al., Phys. Rev. D 72, 076004 (2005).

[12] H. Nguyen et al., http://arxiv.org/abs/hep-ex/0112046; Y.B. Hsiung et al., Nucl. Phys. Proc. Suppl. 86, 312 (2000).

[13] P. Wolf, F. Chapelet, S. Bize, A. Clairon, Phys. Rev. Lett. 96, 060801 (2006); P. Wolf, F. Chapelet, S. Bize, A. Clairon, http://arxiv.org/abs/hep-ph/0509329; P. Wolf et al., http://arxiv.org/abs/physics/0506168; F. Cane et al., Phys. Rev. Lett. 93, 230801 (2004); D.F. Phillips et al., Phys. Rev. D 63, 111101 (2001); M.A. Humphrey et al., Phys. Rev. A 68, 063807 (2004); D. Bear et al., Phys. Rev. Lett. 85, 5038 (2000).

[14] V.W. Hughes et al., Phys. Rev. Lett. 87, 111804 (2001).

[15] H. Dehmelt et al., Phys. Rev. Lett. 83, 4694 (1999); R. Mittleman et al., Phys. Rev. Lett. 83, 2166 (1999); G. Gabrielse et al., Phys. Rev. Lett. 82, 3198 (1999).

[16] R. Lehnert and R. Potting, Phys. Rev. Lett. **93** , 110402 (2004); R. Lehnert and R. Potting, Phys. Rev. D **70**, 125010 (2004); B. Altschul, Phys. Rev. D **75**, 105003 (2007); C. Kaufhold and F.R. Klinkhamer, Nucl. Phys. B **734, 1** (2006); C. Kaufhold and F.R. Klinkhamer, Phys. Rev. D **76**, 025024 (2007)**.**

[17] V. A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. Lett. **63** , 224 (1989); Phys. Rev. Lett. **66**, 1811 (1991); Phys. Rev. D **39**, 683 (1989); Phys. Rev. D **40**, 1886 (1989), V. A. Kostelecky and R. Potting, Nucl. Phys. B **359**, 545 (1991); Phys. Lett. B **381**, 89 (1996); V. A. Kostelecky and R. Potting, Phys. Rev. D **51**, 3923 (1995).

[18] B. Altschul, Phys. Rev. D **70**, 056005 (2004); G. M. Shore, Nucl. Phys. B**717**, 86 (2005); D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Lett. B **511**, 209 (2001); O. G. Kharlanov and V. Ch. Zhukovsky, J. Math. Phys. **48**, 092302 (2007); R. Lehnert, Phys. Rev. D **68**, 085003 (2003); V.A. Kostelecky and C. D. Lane, J. Math. Phys. **40**, 6245 (1999); R. Lehnert, J. Math. Phys. **45** , 3399 (2004); V. A. Kostelecky and R. Lehnert, Phys. Rev. D **63** , 065008 (2001); W. F. Chen and G. Kunstatter, Phys. Rev. D **62**, 105029 (2000); B. Goncalves, Y. N. Obukhov, and I. L. Shapiro, Phys.Rev.D **80**, 125034 (2009).

[19] K. Bakke and H. Belich, J. Phys. G **39**,085001 (2012); K. Bakke, H. Belich, and E. O. Silva, J. Math. Phys. **52**, 063505 (2011); J. Phys. G **39**, 055004 (2012); Ann. Physik (Leipzig) **523**, 910 (2011).

[20] V. A. Kostelecky and M. Mewes, Phys. Rev. Lett. **87**, 251304 (2001).

[21] V. A. Kostelecky and M. Mewes, Phys. Rev. D **66**, 056005 (2002).

[22] V. A. Kostelecky and M. Mewes, Phys. Rev. Lett. **97**, 140401 (2006).

[23] R. Casana, E.S. Carvalho, M. M. Ferreira Jr., Phys. Rev. D **84**, 045008 (2011).

[24] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., R. P. Machado Moreira, Phys. Rev. D **84**, 125014 (2011).

[25] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., R. P. Machado Moreira, Eur. Phys. J. C **72**, 2070 (2012).

[26] M.N. Barreto, D. Bazeia, R. Menezes, Phys. Rev. **D 73**, 065015 (2006); A. de Souza Dutra, M. Hott, and F. A. Barone, Phys. Rev. D **74,** 085030 (2006);M. Ferreira Jr., A. R. Gomes, and R. Menezes, Physica D (Amsterdam) **239**, 942 (2010);; A. de Souza Dutra, R. A. C. Correa, Phys. Rev. D **83**, 105007 (2011).

[27] E. B. Bogomol'nyi, Sov. J. Nuc. Phys. 24, 449 (1976); M. Prasad and C. Sommerfield, Phys. Rev. Lett. 35, 760 (1975).

[28] R. Jackiw and E. J. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **64**, 2234 (1990); R. Jackiw, K. Lee, and E.J.Weinberg, Phys. Rev. D **42**, 3488 (1990); J. Hong, Y. Kim, and P.Y. Pac, Phys. Rev. Lett. **64**, 2230 (1990); G.V. Dunne, *Self-Dual Chern-Simons Theories* (Springer, Heidelberg, 1995).

[29] P.K. Ghosh, Phys. Rev. D **49**, 5458 (1994); T. Lee and H. Min, Phys. Rev. D **50**, 7738 (1994).

[30] N. Sakai and D. Tong, J. High Energy Phys. **03**, 019 (2005); G. S. Lozano, D. Marques, E. F. Moreno, and F. A. Schaposnik, Phys. Lett. B **654**, 27 (2007).

[31] S. Bolognesi and S.B. Gudnason, Nucl. Phys. B**805** , 104 (2008).

[32] C.k. Lee, K.M. Lee, H. Min, Phys. Lett. B **252**, 79 (1990).

[33] D. Bazeia, R. Casana, E. da Hora, R. Menezes, Phys. Rev. D **85**, 125028 (2012).

[34] C. Miller, R. Casana, M. M. Ferreira Jr., E. da Hora, Phys.Rev. D **86**, 065011 (2012)

[35] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., E. da Hora, and C. Miller, Phys. Lett. B **718**, 620 (2012).

[36] 3C. Adam and F. R. Klinkhamer, Nucl. Phys. B **607**, 247 (2001); C. Adam and F. R. Klinkhamer, Nucl. Phys. B **657**, 214 (2003).

[37] R. Casana, M.M. Ferreira, and C.E.H. Santos, Phys. Rev. D 78, 105014 (2008).

[38] R. Casana, M. M. Ferreira Jr. and J. S. Rodrigues, Phys. Rev. D **78**, 125013 (2008).

[39] H. Belich, M.M. Ferreira Jr., J.A. Helayel-Neto, M.T.D. Orlando, Phys. Rev. D **67**,125011 (2003); Erratum-ibid., Phys. Rev. **D** 69, 109903 (2004).

[40] H. Belich, M.M. Ferreira Jr., J.A. Helayel-Neto, M.T.D. Orlando, Phys. Rev. D **68**, 025005 (2003).

[41] H. Belich, M.M. Ferreira Jr., J.A. Helayel-Neto, Eur. Phys. J. C 38, 511–519 (2005); H. Belich Jr., T. Costa-Soares, M.M. Ferreira Jr. J.A. Helayël-Neto, Eur. Phys. J. **C 42**, 127–137 (2005). Coleman and S. L. Glashow,

Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999); S.R. Coleman and S.L. Glashow, *Phys. Rev.* D **59**, 116008 (1999).

[42] F.R. Klinkhamer and M. Risse, Phys. Rev. D **77**, 016002 (2008); F.R. Klinkhamer and M. Risse, Phys. Rev. D **77**, 117901 (A) (2008).

[43] F. R. Klinkhamer and M. Schreck, Phys. Rev. D **78**, 085026 (2008).

[44] V. A. Kostelecky and A.G.M. Pickering, Phys. Rev. Lett. 91, 031801 (2003); B. Altschul, Phys.Rev. D 70, 056005 (2004).

[45] C.D. Carone, M. Sher, and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D 74, 077901 (2006); B. Altschul, Phys. Rev. D 79, 016004 (2009).

[46] M.A. Hohensee, R. Lehnert, D. F. Phillips, R. L.Walsworth, Phys. Rev. D 80, 036010(2009); M.A. Hohensee, R. Lehnert, D. F. Phillips, R. L. Walsworth, Phys. Rev. Lett. 102, 170402 (2009); B. Altschul, Phys. Rev. D 80, 091901(R) (2009).

[47] J.-P. Bocquet et at., Phys. Rev. Lett. 104, 241601 (2010).

[48] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., A.R. Gomes, F. E. P Santos, Phys.Rev.D **82**, 125006 (2010).