

**Diseño y Medición de los Parámetros de una Antena Fractal basada em la Curva de Koch para la Recepción de Señales TDT em la Banda UHF**  
*Design and Testing of Fractal Antenna Parameters based on the Koch Curve for Reception of Digital Terrestrial Television Signals in the UHF Band*

Submitted: data de submissão  
Revised: \*deixar em branco\*  
Accepted: \*deixar em branco\*

Pablo Lupera Morillo\*  
Gary Flores Cadena\*\*  
Ricardo Merizalde\*\*\*

*Abstract*

**Purpose** – In this research paper, the electrical and radiation characteristics of a proposed fractal antenna based on the Koch curve in the second iteration for reception of digital terrestrial television signals are designed and analyzed by laboratory tests.

**Methodology/approach/design** – The design is based on the concepts of fractal geometry and on a previously designed antenna, which is adapted to obtain a different frequency of operation; the designed antenna is constructed in three different ways, finally, they are tested in the lab using vector-network-analyzer, that allows to measure parameters, such as: VSWR, gain and radiation pattern.

**Findings** – The fractal antenna based on the Koch curve has the necessary characteristics to receive digital terrestrial television signals in the UHF band.

**Keywords:** Fractal Antenna, Antenna for Digital Television, Microstrip Koch Curve Antenna.

*Resumen*

**Propósito** – En este artículo de investigación se diseña y analiza mediante pruebas de laboratorio las características eléctricas y de radiación de una antena fractal basada en la curva de Koch en la segunda iteración para la recepción de señales de televisión digital terrestre.

**Metodología** – El diseño se basa en los conceptos de la geometría fractal y se parte de una antena diseñada previamente, que se adapta para obtener una frecuencia de operación

---

\*Ph.D. Profesor a tiempo completo de la Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. Obtuvo el título de ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones en la Escuela Politécnica Nacional en el año 2002 y el título de Ph.D. en ciencias técnicas en la Universidad Estatal de Telecomunicaciones de San Petersburgo en Rusia en el año 2009. E-mail: [pablo.lupera@epn.edu.ec](mailto:pablo.lupera@epn.edu.ec). Address: Ecuador, Quito, Escuela Politécnica Nacional, Ladrón de Guevara E11-253.

\*\*Ing. Investigador del Observatorio Astronómico de Quito, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. E-mail: [gary.flores@epn.edu.ec](mailto:gary.flores@epn.edu.ec).

\*\*\*Estudiante, Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador. E-mail: [ricardo.merizalde@epn.edu.ec](mailto:ricardo.merizalde@epn.edu.ec).

diferente a la original; la antena diseñada se construye de tres maneras diferentes, para finalmente realizar pruebas de laboratorio usando un analizador vectorial de redes que permite medir parámetros, como: VSWR, ganancia y lóbulos de radiación.

**Resultados** – Se comprobó que la antena fractal basada en la curva de Koch, tiene las características necesarias para recibir señales de televisión digital terrestre en la banda UHF.

Palabras clave: Antena Fractal, Antena para TDT, Antena Microstrip basada en la Curva de Koch.

## Introducción

En los últimos años nace el interés por las antenas fractales debido a sus características de funcionamiento en múltiples bandas. Su estudio se basa en la geometría fractal, que describe las estructuras existentes en la naturaleza, que se caracterizan por mantener una forma repetitiva a diferentes escalas, es decir, son estructuras que mantienen una representación reiterada en diferentes tamaños, característica que puede ser aprovechada para la creación de antenas [1] [2].

## Inicio de la Geometría Fractal

En el año 1890, los matemáticos George Cantor, Henri Poincaré y Karl Weierstrass [3], determinaron que la geometría tradicional (Geometría Euclidiana) no era suficiente para describir y explicar los objetos y figuras complejas que existen en la naturaleza, es aquí cuando surge la idea de la geometría fractal, que constituye una nueva forma de describir a las estructuras presentes en los alrededores [4].

La geometría fractal también llamada geometría de la naturaleza [2], permite el estudio de elementos complejos e irregulares (nubes, forma de los árboles, copos de nieve, etc.), mediante el uso de algoritmos y modelos matemáticos, geométricos y computacionales, reemplazando así, a los elementos usados por la geometría tradicional (puntos, rectas, planos y volúmenes).

La palabra fractal tiene procedencia del latín, fractal que significa roto, fracturado, fragmentado e irregular [5]. Esta expresión es atribuida al matemático Benoit B. Mandelbrot cuando se encontraba trabajando en IBM, en el Centro de Investigación Thomas J. Watson en Nueva York [6] [7]. A finales de los años setenta, Benoit Mandelbrot retomó los estudios realizados por los matemáticos Cantor, Poincaré, Fatou entre otros y dio paso al interés por la geometría fractal; es por ello que es considerado el padre de la Geometría de la Naturaleza [8].

## Características y Propiedades de los Fractales

Para poder considerar a una estructura u objeto como un elemento fractal, este debe cumplir con alguna o algunas de las siguientes propiedades [3] [8]:

- **Es observable a cualquier escala:** Consiguiendo que el nivel de detalle siga siendo el mismo a diferentes escalas.
- **Procesos de iteración:** El fractal debe describirse mediante un algoritmo simple y de carácter recursivo.
- **Posee dimensión fractal:** La dimensión fractal puede ser fraccionaria.
- **No pueden ser derivables:** Esto se debe a que poseen naturaleza fraccionaria y son estructuras discontinuas.
- **Auto-semejante:** Posee copias del objeto original, pero en una menor escala, es decir sus componentes son iguales al total.

## Estructuras Fractales Clásicas

El matemático Benoit Mandelbrot inició el estudio de una nueva geometría gracias al aporte de muchos matemáticos, que entre los siglos XIX y XX crearon una serie de estructuras fractales, las cuales llevan sus nombres [6]:

- Conjunto de Cantor.
- Curva de Koch.
- Triángulo de Sierpinski.
- Conjunto de Julia.
- Conjunto de Mandelbrot.
- Curva de Hilbert.

### La Curva de Koch

Fue creada en el año de 1904 por el matemático sueco Niels Fabian Helge Von Koch y se basa en la serie de Funciones Iteradas (IFS) [9].

La generación de la curva de Koch inicia con un segmento de longitud igual a la unidad, que se divide en tres partes iguales en longitud (1/3), se procede a sustituir el elemento central de 1/3 por un triángulo equilátero de lado (1/3) (ver Figura 1, iteración 2). Este proceso se aplica nuevamente a cada lado de la estructura resultante (ver Figura 1, iteración 3 e iteración 4), así hasta el infinito.

La longitud de la Curva de Koch es diferente para cada iteración y está relacionada con la longitud inicial del segmento, y se la puede calcular con la siguiente ecuación [6] [8]:

$$L_n = L_0 * \left(\frac{4}{3}\right)^n$$

**Ecuación 1** - Longitud efectiva de la curva de Koch.

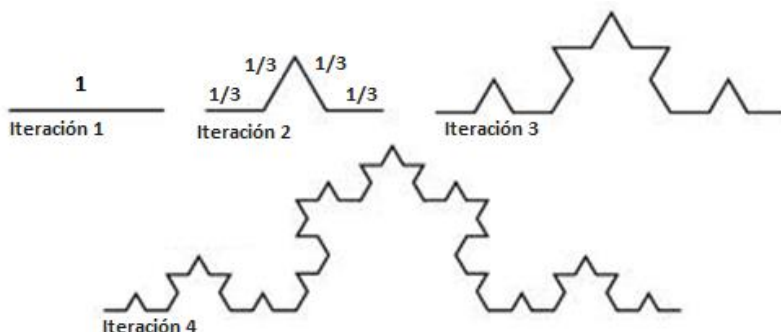
En donde:  $L_n =$  Longitud del nuevo fractal.  
 $L_0 =$  Longitud inicial del fractal.  
 $n =$  Número de iteraciones.

La dimensión fractal de la Curva de Koch es la siguiente [8] [10]:

$$D_n = \frac{\log(N)}{\log(P/p)}$$

**Ecuación 2** – Dimensión Fractal

En donde:  $N =$  Número de partes en las que se divide el objeto original.  
 $P =$  Longitud del objeto original.  
 $p =$  Longitud de la parte en la que se divide el objeto original.



**Figura 1** - Curva de Koch [12].

## Diseño de la antena fractal

Se parte del diseño realizado por el Ing. Gary Flores<sup>1</sup>, investigador del Observatorio Astronómico de Quito, quien propuso un prototipo a 671MHz de la antena basada en la curva de Koch (llamado a continuación diseño original). Para el diseño de la antena también se toma en cuenta la guía presentada en [8].

<sup>1</sup> Ing. Gary Flores, diseñó y construyó un prototipo de antena fractal basada en la segunda iteración de la curva de Koch, su trabajo actualmente se encuentra con solicitud de patente de invención con el registro: IEPI-2017-83277 [11]

## Criterios de diseño de la antena fractal

- El tamaño del monopolo creado debe ser menor en comparación a su original, pero manteniendo la frecuencia de resonancia [8] [13].
- Para conseguir una característica multibanda se propone, como criterio de diseño, que la longitud inicial del fractal ( $L_0$ ) debe permanecer constante, mientras que la longitud del nuevo fractal ( $L_n$ ) irá cambiando con cada nueva iteración [9] [14].

## Procedimiento de Diseño

Los requerimientos de la antena son los siguientes: la antena se diseña para el canal 21 (512 a 518 MHz), frecuencia central de 515 MHz e impedancia de entrada de  $75 \Omega$ .

- a) El diseño inicia estableciendo la frecuencia central del rango de operación UHF de la televisión digital terrestre (TDT) [16]:

$$f_c = \frac{f_H + f_L}{2}$$

**Ecuación 3** – Frecuencia central.

$$f_c = \frac{f_H + f_L}{2} = \frac{674 + 512}{2} = 593 \text{ MHz}$$

- b) El ancho de banda de operación es [15]:

$$BW(\text{Hz}) = f_H - f_L$$

**Ecuación 4** - Ancho de banda en hertzios.

$$BW(\text{Hz}) = f_H - f_L = 674 - 512 = 162 \text{ MHz}$$

Consecuentemente, el ancho de banda en porcentaje:

$$W(\%) = \frac{f_H - f_L}{f_c} * 100\%$$

**Ecuación 5** - Ancho de banda en porcentaje.

$$BW(\%) = \frac{f_H - f_L}{f_c} * 100 = \frac{674 - 512}{593} * 100 = 27,32 \%$$

- c) Se define el factor de escala de la antena considerando la frecuencia central del diseño original y la frecuencia central requerida del diseño actual [8]:

$$\text{Factor de escala} = \frac{f_{c\text{original}} - 89 \text{ MHz}}{f_{c\text{diseño}}}$$

**Ecuación 6** - Factor de escala de la antena.

El valor de 89 MHz se obtuvo empíricamente realizando varias pruebas con diferentes valores y comprobando con el funcionamiento de la antena a la frecuencia deseada.

En donde:  $f_{c\text{original}}$  = frecuencia central del diseño original.  
 $f_{c\text{diseño}}$  = frecuencia central del diseño actual.

$$\text{Factor de escala} = \frac{671 \text{ MHz} - 89 \text{ MHz}}{515 \text{ MHz}} = 1,13$$

- d) Para determinar la longitud de la antena con el diseño actual (iteración 0) se usa la siguientes ecuación [8]:

$$L_{\text{diseño}} = \text{factor de escala} * L_{\text{inicial}}$$

**Ecuación 7** - Longitud de diseño (iteración 0).

En donde:  $L_{\text{inicial}}$  = Longitud del diseño original.

$$L_{\text{diseño}} = L_0 = 1,13 * 17 = 19,21 \text{ cm} \approx 19,2 \text{ cm}$$

Ahora, aplicando la ecuación 1 se obtienen las longitudes efectivas de la iteración 1 e iteración 2:

$$L_1 = L_0 * \left(\frac{4}{3}\right)^1 = 19,21 * \left(\frac{4}{3}\right)^1 = 25,61 \text{ cm}$$

$$L_2 = L_0 * \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 19,21 * \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 34,15 \text{ cm}$$

## Estructura física de la antena propuesta

Las longitudes efectivas obtenidas se aplican a la misma estructura geométrica propuesta en el diseño original. La estructura física de la antena de prueba se muestra en la figura 2.

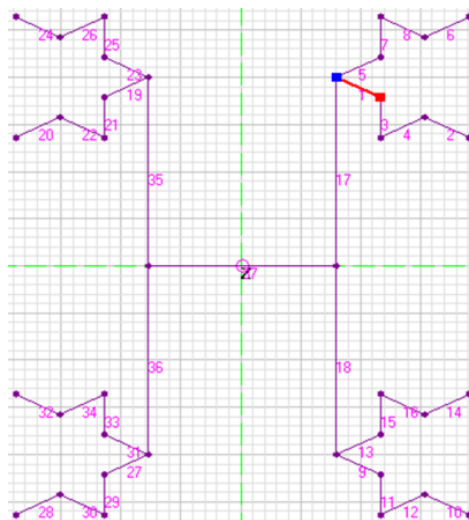


Figura 2 - Antena fractal diseñada.

## Construcción de la Antena Fractal

Se construyeron las antenas de prueba en circuito impreso en el sustrato FR4<sup>2</sup> que cuenta con un material conductor de cobre y sus dimensiones son de 20x30 cm y un espesor de 1,5mm. En el prototipo se utilizó un capacitor de 1 pF para la red de acoplamiento y un balun de 75 Ohmios para disponer de un conector coaxial y poder realizar las mediciones.

Para las pruebas se decidieron construir 3 antenas con las mismas dimensiones, pero que se diferencian en lo siguiente: la antena fractal con línea quiere decir que se tiene una línea que une las dos estrellas del lado izquierdo con las dos estrellas del lado derecho, en cambio la antena sin línea no dispone de esa unión. La antena fractal a un solo lado se construyó, de tal manera que las 4 estrellas se hallan impresas en la misma cara del sustrato, a diferencia de la antena a dos lados, en la cual las dos estrellas del lado izquierdo se encuentran impresas en una cara del sustrato, mientras que las otras dos estrellas de la derecha están impresas en la otra cara del sustrato. Las antenas de prueba con los nombres asignados se enumeran en la tabla 1, mientras que los prototipos construidos se pueden visualizar en la figura 3.

<sup>2</sup> Sustrato de fibra de vidrio epoxi FR4 (*Flame-Retardant #4*) [9].

Nombre de la antena	Abreviatura
Antena fractal con línea a un solo lado.	AFTCL_1
Antena fractal con línea a dos lados.	AFTCL_2
Antena fractal sin línea a un solo lado.	AFTSL_1

**Tabla 1** – Nombres de las antenas de prueba.



**Figura 3** – Antenas fractales construidas de izquierda a derecha: AFTCL\_1, AFTCL\_2 y AFTSL\_1.

## Resultados y Discusión

Para las mediciones de las antenas de prueba se usó el analizador vectorial de redes Keysight FieldFox, N9914A, 6,5 GHz e impedancia de 50 Ohmios. En la figura 4 se muestra la conexión del equipo con una de las antenas para la ejecución de las mediciones.



**Figura 4** – Conexión para la medición del VSWR de una de las antenas de prueba.



### Mediciones de VSWR

En la figura 5 se presentan las gráficas obtenidas con el analizador vectorial de redes de las mediciones de VSWR para las antenas AFTSL\_1 y AFTCL\_1.

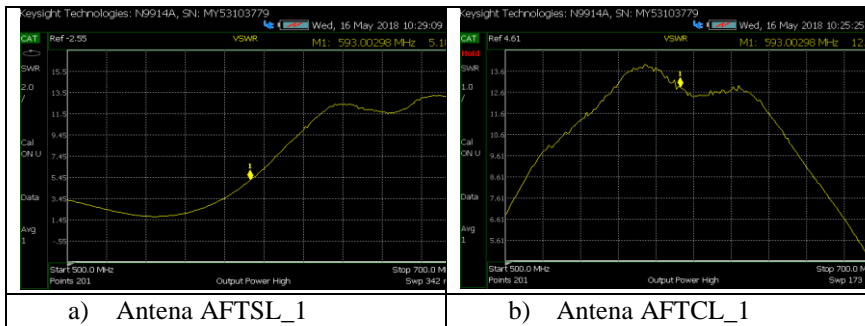


Figura 5 - Medición del VSWR para las antenas AFTSL\_1 y AFTCL\_1.

De las mediciones realizadas se observa que para todas las antenas construidas, los valores de VSWR varían significativamente en el rango de UHF. En la tabla 2 se presentan los valores de VSWR de las 3 antenas a la frecuencia central de diseño (515 MHz) y a la frecuencia central de UHF para TDT (593 MHz). La información de la tabla se complementa incluyendo el módulo del coeficiente de reflexión  $|r|$  de las antenas mediante las expresiones de [15] y [16]. Se observa que la antena AFTSL\_1 presenta el menor valor de VSWR y  $|r|$ . Cabe mencionar que los mínimos valores esperados de la medición de VSWR es de 1,5 y del  $|r|$  es de 0,2, ya que el valor ideal esperado de impedancia de la antena es de 75 Ohmios y del equipo es de 50 Ohmios.

Antena	VSWR		$ r $	
	515 MHz	593 MHz	515 MHz	593 MHz
AFTCL_1	9,6	12,8	0,811	0,855
AFTCL_2	13	16,4	0,857	0,885
AFTSL_1	2,5	5,19	0,428	0,676

Tabla 2–VSWR medido y  $|r|$  de las antenas de prueba.

Los valores de VSWR medidos se pueden interpretar utilizando la tabla de conversión presentada en [17], donde cada valor de VSWR tiene sus respectivas equivalencias en pérdidas de retorno, pérdidas de transferencia, porcentaje de la potencia transferida y el porcentaje de la potencia reflejada. Tomando el menor

valor de VSWR obtenido (2,5); se alcanzan pérdidas de retorno alrededor de los 7,36 dB, que equivale a un 18,4 % de potencia reflejada aproximadamente.

## Mediciones de Ganancia

Para la medición de las ganancias de las antenas se utilizó el método de medición del parámetro  $S_{21}$  con la conformación de 3 emparejamientos con 3 antenas para el planteamiento de 3 ecuaciones con 3 incógnitas [18].

En la tabla 3 se presentan las ganancias máximas calculadas de las antenas propuestas en el rango de UHF. Los valores de ganancia máxima de las antenas se obtienen en el rango de 507 a 518 MHz que corresponde a la frecuencia de operación de la antena. Se debe mencionar que para el cálculo de las ganancias de las antenas se considera el nivel de desacoplamiento de las antenas que se refleja por el valor de VSWR de cada una de ellas.

Antena	Ganancia en dBi
AFTCL_1	2,019
AFTCL_2	3,799
AFTSL_1	0,399

Tabla 3–Ganancias de las antenas de prueba.

Se tiene que las antenas AFTCL\_1 y AFTCL\_2 presentan los más altos valores de ganancia con 2,019 dBi y 3,799 dBi respectivamente, en cambio la antena AFTSL\_1 alcanza un valor bajo de 0,399 dBi.

## Lóbulo de radiación

Para determinar el lóbulo de radiación, se escogió la antena de mayor ganancia siendo esta la antena AFTCL\_2; de las mediciones se obtuvieron los diagramas de radiación en el plano vertical y horizontal que se presentan en la figura 6, para obtener el diagrama se ejecutaron mediciones cada 5°.

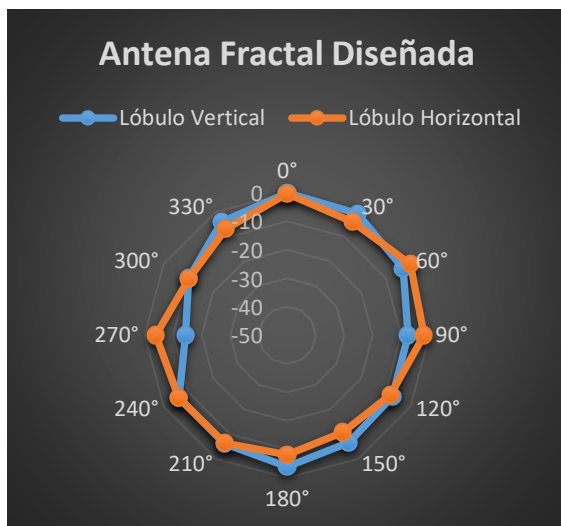


Figura 6 – Lóbulos de radiación de la antena fractal diseñada.

## Conclusiones

En este proyecto se propuso el diseño de una antena fractal basada en la segunda iteración de la curva de Koch para el canal 21 en la banda UHF y se la construyó en circuito impreso.

La antena fractal que tiene mejores características de acoplamiento, con un valor de VSWR de 2,5 : 1,5 y un coeficiente de reflexión de 0,428, es la impresa a un solo lado del sustrato sin línea de unión entre las dos partes de la antena AFTSL\_1. De las pruebas realizadas, esta antena tiene una ganancia máxima de 0,4 dB aproximadamente.

La antena fractal que presenta mejores características de radiación es la impresa a doble lado que cuenta con una línea de unión entre las dos partes de la antena AFTCL\_2, tiene un lóbulo de radiación directivo y un valor de ganancia máxima de 3,8 dBi aproximadamente. En esta antena para alcanzar una impedancia característica de 75 Ohmios, se requeriría de una red de acoplamiento a la entrada, que se ha propuesto como un estudio futuro a realizar.

En un estudio posterior se proponen realizar variaciones físicas a la antena con las redes de acoplamiento adecuadas para ampliar la respuesta en frecuencia que permita cubrir todo el ancho de banda de UHF para TDT.

## Acknowledgment

Los autores agradecen al Laboratorio de Electrónica de Alta Frecuencia de la Escuela Politécnica Nacional por las facilidades otorgadas para la ejecución del proyecto, especialmente en lo que respecta al uso del equipamiento especializado de medición.

## Referencias

- [1] V. A. Talanquer, «Fractus, fracta, fractal: fractales de laberintos y espejos», Ciudad de México, Fondo de Cultura Económica, 1996.
- [2] D. A. Cerda, «Diseño e Implementación de una Antena Yagi Fractal en las bandas de 200, 400 y 800 MHz,» Quito EPN, Jul-2007. [En línea]. Available: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/4137>.
- [3] Ivan Zelinka, Oldrich Zmeskal, Filip Merhaut. "Investigation on operating systems identification by means of fractal geometry." *Logic Journal of the IGPL ( Volume: 23, Issue: 1, Feb. 2015 ). pp: 5-7. IEEE 2015.*
- [4] Young-Fo Chang, Chien-Chin Chen, Chieh-Yu Liang. "The fractal geometry of the surface ruptures of the 199 Chi-Chi earthquake, Taiwan." *Geophysical Journal International ( Volume: 170, Issue: 1, July 2007 ) pp: 2. IEEE, 2007.*
- [5] Narinder Sharma, Guarav Pal Singh, Vipul Sharma. "Miniaturization of Fractal Antenna using Novel Giuseppe Peano Geometry for Wireless Applications." *IEEE International Conference on Power Electronics. Intelligent Control and Energy Systems (ICPEICES-2016).* pp: 1-2. IEEE 2016.
- [6] Y. Almaguer Lora, A. R. Selva Castañeda and H. R. Sánchez Pas, «Diseño y Simulación de una Antena Fractal Monopolo de Koch», Departamento de Telecomunicaciones, Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba, Junio 2014.
- [7] Sonam Srivastava, Dr. Pooja Mishra, Dr. Rajat Kumar Singh. "Design of a Reconfigurable Antena with Fractal Geometry." *IEEE UP Section Conference on Electrical Computer and Electronics (UPCON).*pp: 1. IEEE 2015.
- [8] Mario Herrera Holguín, Juan Inclán Luna, «Estudio y metodología de diseño de antenas utilizando Geometría Fractal (Antenas Fractales)»,

- Quito, EPN, Oct 2004. [En línea]. Available: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/11124>.
- [9] Suvadeep Choudhury, Akhilesh Mohan. "Miniaturized Quarter-Mode Substrate Integrated Waveguide (QMSIW) Antenna using Sierpinski Fractal Geometry." *Proceedings of the Asia-Pacific Microwave Conference 2016*. pp:1-3. IEEE 2016.
- [10] Pratik P., Azeemuddin S., Prabhakar B., Tapan Kumar S., "Design of Fractal Geometry Based RF Sensor for Detection of Complex Permittivity of Unknown Sample." *Proceedings of 2017 Asia Pasific Microwave Conference*. pp: 1-2. IEEE 2017.
- [11] Flores, Gary. Antena Fractal Basada en la Curva De Koch con LNA para Televisión Digital Terrestre TDT. Número de Patente: IEPI-2017-83277.
- [12] Chuma E., De la Torre L., Iano Y., Bravo L., Sánchez M., "Compact rectenna based on a fractal geometry with a high conversion energy efficiency per area." *IET Microwaves, Antennas & Propagation*. pp: 1-2. IEEE 2017.
- [13] Aleksey S. Gvozdarev, Tatiana K. Artemova. "An Analysis of the Multiband Non-Planar Koch-type Fractal Dipole with Steerable Geometry." *2018 Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT)*. pp. 1-2. IEEE 2018.
- [14] K Kavya, Ravi Prakash D., "Study on CPW Antenna Using Fractal Geometry for WiMax Application." *2017 International Conference on Nextgen Electronic Technologies: Silicon to Software (ICNETS2)*. pp: 1-2. IEEE 2017.
- [15] R. Neri Vela, «Líneas de Transmisión», McGRAW-HILL/INTERAMERICANA EDITORES, S.A, de C.V., Mexico, D.F., Febrero del 2004, pp: 78-116.
- [16] V. Boria E., V. Rodrigo P., A. San Blas O., P. Soto P., C. Bachiller M., «Líneas de Transmisión», Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones, Universidad Politécnica de Valencia, 2007. pp: 105-129.
- [17] Amphenol RF. «VSWR to Return Loss Conversion Chart» [En línea]. Available: <https://www.amphenolrf.com/vswr-conversion-chart/>
- [18] Medina Monrroy José L., Díaz Tapai Edgar, Olvera Cervantes José L., Chávez Pérez Ricardo A., Velázquez Ventura Arturo, «Análisis y Comparación de Metodologías para Determinar Experimentalmente la

Ganancia de Antenas de RF y Microondas», Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada Tijuana-Ensenada, 22860, Baja California, México, Simposio de Metrología.